Aufgabensammlung

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Grundkompetenzen

Wahrscheinlichkeiten einer Zufallsvariablen* - 1_851, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Eine bestimmte Zufallsvariable X kann nur den Wert –4, den Wert 0 oder den Wert 2 annehmen.

Für die Wahrscheinlichkeiten gilt:

$P(X = -4) = 0{,}3$
$P(X = 0) = a$
$P(X = 2) = b$

Dabei sind a und b positive reelle Zahlen.

Der Erwartungswert von X ist null, also $E(X) = 0$.

Geben Sie a und b an.

a = ________________________________

b = ________________________________

Wahrscheinlichkeiten* - 1_826, WS3.1, 2 aus 5

Die Zufallsvariable X kann ausschließlich die Werte 0, 1, 2 und 3 annehmen.
Es gilt: $P(X = 1) = 0{,}1$ und $P(X > 1) = 0{,}6$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

$P(X \leq 2) = 0{,}3$	☐
$P(X < 2) = 0{,}4$	☐
$P(X = 0) = 0$	☐
$P(X \geq 0) = 0{,}9$	☐
$P(X \geq 1) = 0{,}7$	☐

Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_779, WS3.1, 2 aus 5

In einer Urne befinden sich ausschließlich weiße und schwarze Kugeln. Drei Kugeln werden ohne Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Durch die nachstehende Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X gegeben.

x	1	2	3
$P(X = x)$	0,3	0,6	0,1

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens zwei weiße Kugeln zu ziehen, ist 0,9.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,3.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mehr als eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,6.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, genau zwei schwarze Kugeln und eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,1.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen, ist 0,9.	☐

Spielkarten* - 1_731, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Fünf Spielkarten (drei Könige und zwei Damen) werden gemischt und verdeckt auf einen Tisch gelegt. Laura dreht während eines Spieldurchgangs nacheinander die Karten einzeln um und lässt sie aufgedeckt liegen, bis die erste Dame aufgedeckt ist.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der am Ende eines Spieldurchgangs aufgedeckten Spielkarten an.

Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen X.

$E(X) =$ ______________________________________

Häufigkeit von Nebenwirkungen* - 1_707, WS3.1, Offenes Antwortformat

Pharmaunternehmen sind verpflichtet, alle bekannt gewordenen Nebenwirkungen eines Medikaments im Beipackzettel anzugeben. Die Häufigkeitsangaben zu Nebenwirkungen basieren auf folgenden Kategorien:

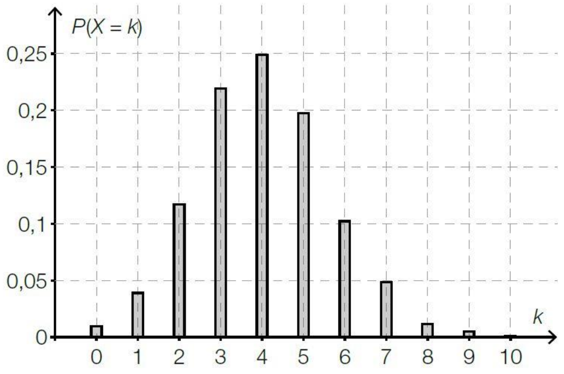
Häufigkeitsangabe	Auftreten von Nebenwirkungen
sehr häufig	Nebenwirkungen treten bei mehr als 1 von 10 Behandelten auf.
häufig	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 100 auf.
gelegentlich	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 1 000 auf.
selten	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 10 000 auf.
sehr selten	Nebenwirkungen treten bei weniger als 1 von 10 000 Behandelten auf.
nicht bekannt	Die Häufigkeit von Nebenwirkungen ist auf Grundlage der verfügbaren Daten nicht abschätzbar.

Eine bestimmte Nebenwirkung ist im Beipackzettel eines Medikaments mit der Häufigkeitsangabe „selten" kategorisiert.
Es werden 50 000 Personen unabhängig voneinander mit diesem Medikament behandelt.
Bei einer gewissen Anzahl dieser Personen tritt diese Nebenwirkung auf.

Verwenden Sie die obigen Häufigkeitsangaben als Wahrscheinlichkeiten und bestimmen Sie unter dieser Voraussetzung, wie groß die erwartete Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen mindestens ist!

Wahrscheinlichkeit bestimmen* - 1_587, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X.

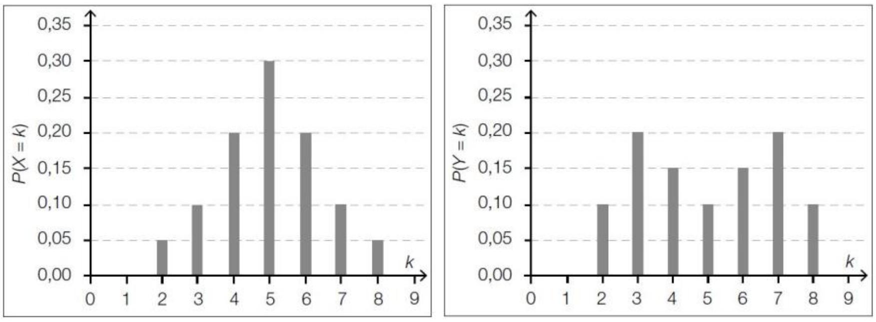


Geben Sie mithilfe dieser Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(4 \leq X < 7)$ an!

$P(4 \leq X < 7) \approx$ ______________________________________

Vergleich zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen* - 1_635, WS3.1, 2 aus 5

In den nachstehenden Diagrammen sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zweier Zufallsvariablen X und Y dargestellt. Die Erwartungswerte der Zufallsvariablen werden mit $E(X)$ und $E(Y)$, die Standardabweichungen mit $\sigma(X)$ und $\sigma(Y)$ bezeichnet.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$E(X) = E(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐
$P(X \leq 3) < P(Y \leq 3)$	☐
$P(3 \leq X \leq 7) = P(3 \leq Y \leq 7)$	☐
$P(X \leq 5) = 0{,}3$	☐

Wahrscheinlichkeit* - 1_611, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Die Zufallsvariable X hat den Wertebereich $\{0, 1, \ldots, 9, 10\}$.
Gegeben sind die beiden Wahrscheinlichkeiten $P(X = 0) = 0{,}35$ und $P(X = 1) = 0{,}38$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 2)$!

$P(X \geq 2) =$ ______________________________

Aussagen zu einer Zufallsvariablen* - 1_544, WS3.1, 2 aus 5

Die Zufallsvariable X kann nur die Werte 10, 20 und 30 annehmen. Die nachstehende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, wobei a und b positive reelle Zahlen sind.

k	10	20	30
$P(X = k)$	a	b	a

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Erwartungswert von X ist 20.	☐
Die Standardabweichung von X ist 20.	☐
$a + b = 1$	☐
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	☐
$P(X \leq 10) = P(X \geq 10)$	☐

Zufallsexperiment* - 1_519, WS3.1, 2 aus 5

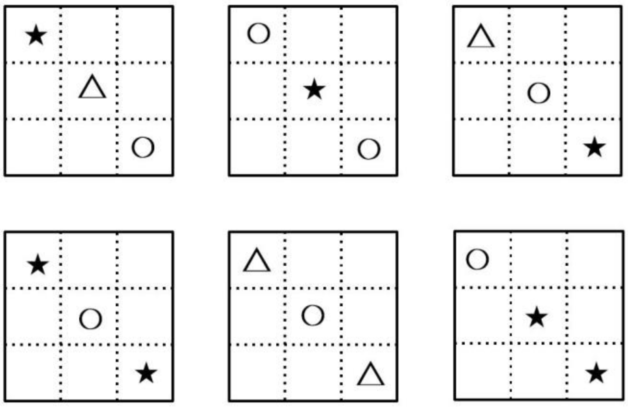
Bei einem Zufallsexperiment, das 25-mal wiederholt wird, gibt es die Ausgänge „günstig" und „ungünstig". Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft dabei das Ergebnis „günstig" eingetreten ist.
X ist binomialverteilt mit dem Erwartungswert 10.

Zwei der nachstehenden Aussagen lassen sich aus diesen Informationen ableiten.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$P(X = 25) = 10$	☐
Wenn man das Zufallsexperiment 25-mal durchführt, werden mit Sicherheit genau 10 Ergebnisse „günstig" sein.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig" ausgeht, ist 40 %.	☐
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen" Ergebnisse 20.	☐
$P(X > 10) > P(X > 8)$	☐

Zufallsvariable* - 1_496, WS3.1, Offenes Antwortformat

Nachstehend sind die sechs Seitenflächen eines fairen Spielwürfels abgebildet. Auf jeder Seitenfläche sind drei Symbole dargestellt. (Ein Würfel ist „fair", wenn die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen, für alle sechs Seitenflächen gleich groß ist.)



Bei einem Zufallsversuch wird der Würfel einmal geworfen. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Sterne auf der nach oben zeigenden Seitenfläche.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, d. h. die möglichen Werte von X samt zugehöriger Wahrscheinlichkeiten!

Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_472, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Der Wertebereich einer Zufallsvariablen X besteht aus den Werten x_1, x_2, x_3.
Man kennt die Wahrscheinlichkeit $P(X = x_1) = 0,4$. Außerdem weiß man, dass x_3 doppelt so wahrscheinlich wie x_2 ist.

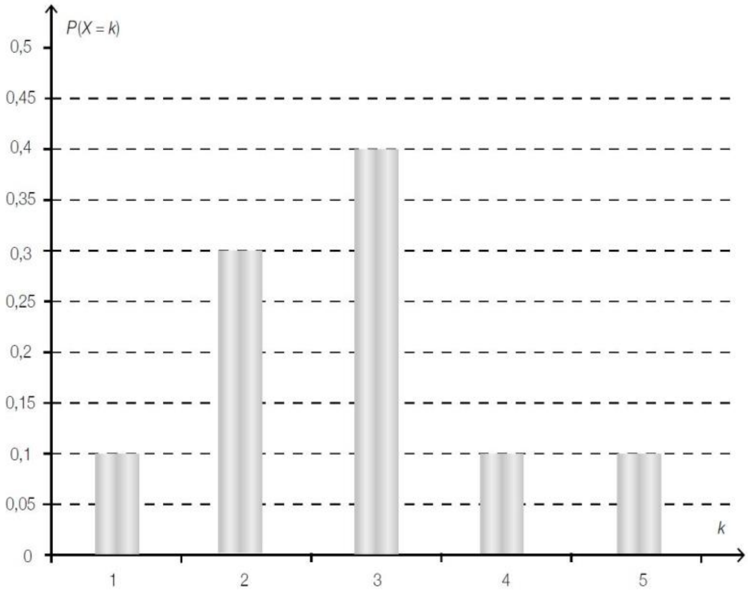
Berechnen Sie $P(X = x_2)$ und $P(X = x_3)$!

$P(X = x_2) =$ ______________________________

$P(X = x_3) =$ ______________________________

Erwartungswert* - 1_447, WS3.1, Offenes Antwortformat

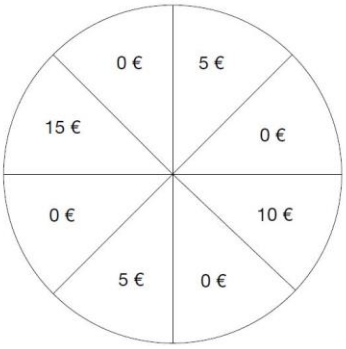
Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X, die die Werte $k = 1, 2, 3, 4, 5$ annehmen kann.



Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$!

Gewinn beim Glücksrad* - 1_423, WS3.1, Offenes Antwortformat

Das unten abgebildete Glücksrad ist in acht gleich große Sektoren unterteilt, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Für einmaliges Drehen des Glücksrades muss ein Einsatz von 5 € gezahlt werden. Die Gewinne, die ausbezahlt werden, wenn das Glücksrad im entsprechenden Sektor stehen bleibt, sind auf dem Glücksrad abgebildet.



Das Glücksrad wird einmal gedreht. Berechnen Sie den entsprechenden Erwartungswert des Reingewinns G (in Euro) aus der Sicht des Betreibers des Glücksrades! Der Reingewinn ist die Differenz aus Einsatz und Auszahlungsbetrag.

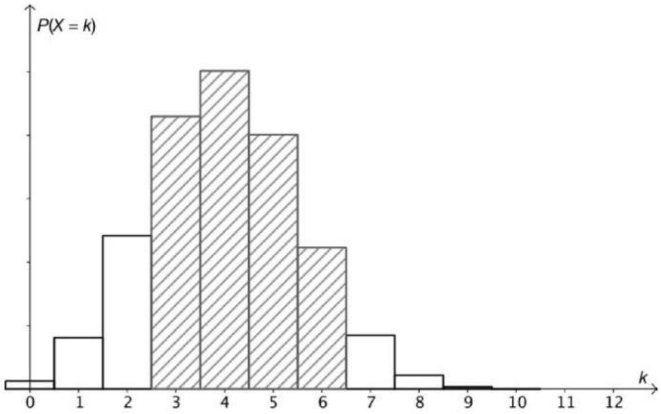
Erwartungswert des Gewinns* - 1_399, WS3.1, Offenes Antwortformat

Bei einem Gewinnspiel gibt es 100 Lose. Der Lospreis beträgt € 5. Für den Haupttreffer werden € 100 ausgezahlt, für zwei weitere Treffer werden je € 50 ausgezahlt und für fünf weitere Treffer werden je € 20 ausgezahlt. Für alle weiteren Lose wird nichts ausgezahlt. Unter *Gewinn* versteht man *Auszahlung minus Lospreis*.

Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns aus der Sicht einer Person, die ein Los kauft!

Diskrete Zufallsvariable* - 1_327, WS3.1, 1 aus 6

Die unten stehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X.



Welcher der folgenden Ausdrücke beschreibt die Wahrscheinlichkeit, die dem Inhalt der schraffierten Fläche entspricht?
Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck an!

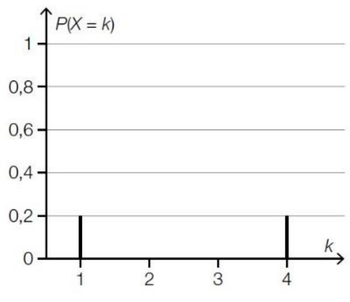
$1 - P(X \leq 2)$	☐
$P(X \leq 6) - P(X \leq 3)$	☐
$P(X \geq 3) + P(X \leq 6)$	☐
$P(3 \leq X \leq 6)$	☐
$P(X \leq 6) - P(X < 2)$	☐
$P(3 < X < 6)$	☐

Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen* - 1_1201, WS3.1, Konstruktionsformat

Gegeben ist die Zufallsvariable X, die nur 1, 2, 3 oder 4 als Wert annehmen kann.

Es gilt: $P(X = 2)$ ist doppelt so groß wie $P(X = 1)$.

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X die fehlenden Werte $P(X = 2)$ und $P(X = 3)$ ein.



Gewinnspiel* - 1_900, WS3.1, Offenes Antwortformat

Auf dem Etikett einer Getränkeflasche ist ein Code für ein Gewinnspiel aufgedruckt.

- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 10 zu erzielen, beträgt 1 %.
- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 2 zu erzielen, beträgt 4 %.

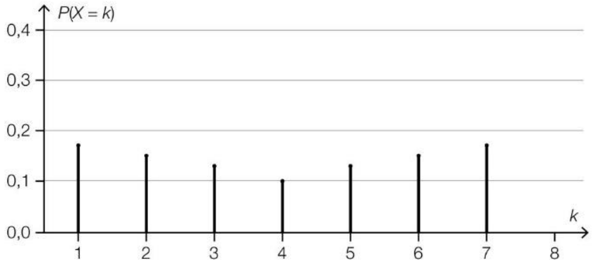
Es gibt keine weiteren Gewinne.

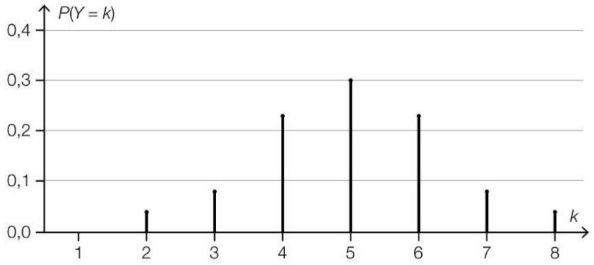
Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn (in €) für einen Code an.

Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$.

Erwartungswerte und Standardabweichungen* - 1_1243, WS3.1, Lückentext

Gegeben sind die zwei Zufallsvariablen X und Y, die jeweils genau 7 ganzzahlige Werte mit positiver Wahrscheinlichkeit annehmen. Nachstehend sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für X und Y dargestellt.





Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

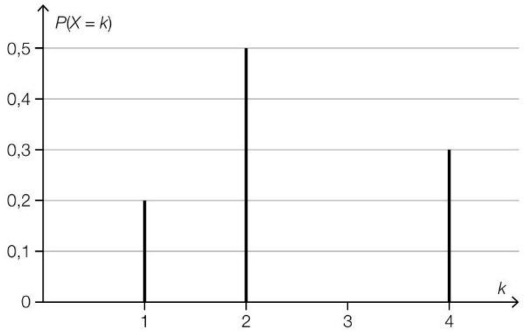
Für die Erwartungswerte $E(X)$ und $E(Y)$ gilt ___①___;
für die Standardabweichungen $\sigma(X)$ und $\sigma(Y)$ gilt ___②___.

①	
$E(X) < E(Y)$	☐
$E(X) = E(Y)$	☐
$E(X) > E(Y)$	☐

②	
$\sigma(X) < \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) = \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐

Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_1266, WS3.1, Offenes Antwortformat

In der nachstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X dargestellt.



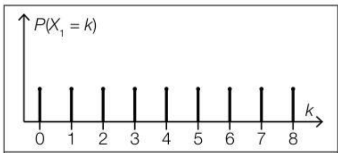
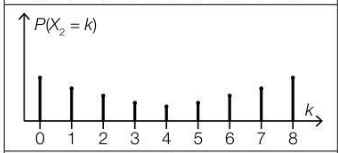
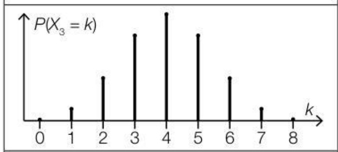
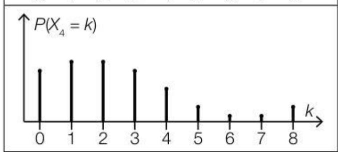
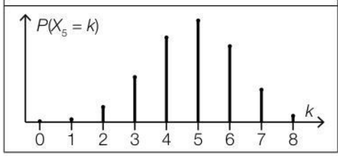
Die Zufallsvariable X nimmt nur die Werte 1, 2 und 4 mit einer positiven Wahrscheinlichkeit an.

Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$.

Binomialverteilung* (1_1291) - WS3.2 - 2 aus 5

Gegeben sind die fünf Zufallsvariablen X_1, X_2, X_3, X_4 und X_5, die nur ganzzahlige Werte von 0 bis 8 annehmen. Deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind in den unten stehenden Abbildungen dargestellt.

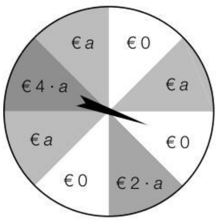
Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, die einer Binomialverteilung entsprechen können.
[2 aus 5]

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

Glücksrad* (1_1290) - WS3.1 - Offenes Antwortformat

In der Mitte des unten abgebildeten Glücksrads ist ein Zeiger montiert. Für jede Drehung des Zeigers gilt:
Der Zeiger bleibt in jedem Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{8}$ stehen.

Die Gewinne, die ausbezahlt werden, wenn der Zeiger im entsprechenden Sektor stehen bleibt, sind auf dem nachstehend abgebildeten Glücksrad angeschrieben ($a \in \mathbb{R}^+$).



Der Zeiger wird 1-mal gedreht.

Die Zufallsvariable X gibt dabei die Höhe des ausbezahlten Gewinns an.
Für den Erwartungswert in Euro gilt: $E(X) = 4{,}5$

Ermitteln Sie a.

Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses* (1_1314) - WS3.1 - 2 aus 5

Ein Zufallsexperiment wird n-mal durchgeführt ($n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 12$).

Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft ein bestimmtes Ereignis bei diesen n Durchführungen eintritt.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis mindestens 10-mal eintritt, beträgt 35 %.

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die jedenfalls zutreffen. *[2 aus 5]*

$P(X = 0) = 0$	☐
$P(X \leq 10) = 0{,}35$	☐
$P(X < 9) \leq 0{,}65$	☐
$P(X \geq 10) = 0{,}35$	☐
$P(X > 11) > 0{,}4$	☐

Elfmetertraining* (1_1338) - WS3.1 - Halboffenes Antwortformat

Johanna trainiert regelmäßig mit ihrer Fußballmannschaft Elfmeterschießen.
Sie hat 5 Versuche. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der dabei erzielten Tore k an.

In der nachstehenden Tabelle ist die auf Erfahrungswerten basierende Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	0,001	0,008	0,131	0,310	0,372	$P(X = 5)$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Johanna bei 5 Versuchen mehr als 3 Tore erzielt.

$P(X > 3) =$ ____________________________________

Rookie Level

Brettspiele * (B_257)

b) Bei einem Brettspiel wird mit einem fairen Spielwürfel gewürfelt und man rückt mit der Spielfigur so viele Felder vor, wie die gewürfelte Augenzahl angibt. Würfelt man im ersten Wurf einen Sechser, so würfelt man ein zweites Mal und rückt die dabei gewürfelte Augenzahl zusätzlich vor.
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Felder, die man vorrücken darf.

– Stellen Sie eine Tabelle auf, der man alle möglichen Werte dieser Zufallsvariablen X und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entnehmen kann.
– Berechnen Sie den Erwartungswert von X.
– Interpretieren Sie die Bedeutung des Erwartungswertes in diesem Sachzusammenhang.

Gummibaerchen ziehen * (B_354)

c) Eine kleine Packung Gummibärchen enthält 5 rote Gummibärchen und je 1 grünes, 1 gelbes und 1 weißes Gummibärchen. Es wird ein Gummibärchen nach dem anderen zufällig aus der Packung genommen und nicht wieder zurückgelegt. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der benötigten Züge, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.

– Erstellen Sie eine Tabelle, der man die möglichen Werte dieser Zufallsvariablen X und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entnehmen kann.
– Berechnen Sie den Erwartungswert von X.
– Interpretieren Sie die Bedeutung des Erwartungswertes im gegebenen Sachzusammenhang.

Weihnachtsmarkt * (B_479)

d) Jemand beobachtete auf dem Weihnachtsmarkt das Kaufverhalten und bestimmte die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

Anzahl n der Marmeladegläser	Wahrscheinlichkeit für den Kauf von n Marmeladegläsern pro Person
0	0,24
1	0,38
2	0,16
3	0,12
4	
≥ 5	0

1) Vervollständigen Sie die obige Tabelle durch Eintragen des fehlenden Wertes.
2) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der gekauften Marmeladegläser pro Person.

Sportgeschaeft (B_263)

d) Als Werbestrategie wird den Besuchern ein Gewinnspiel angeboten. Jeder Besucher darf mit einem fairen Spielwürfel, bei dem die Augenzahlen 1 bis 6 mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten, einmal würfeln. Zeigt der Würfel die Augenzahl 6, gewinnt man einen 10-Euro-Gutschein, bei der Augenzahl 5 gewinnt man einen 5-Euro-Gutschein. Bei jeder anderen Augenzahl gewinnt man nichts.

– Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns eines Besuchers.
– Interpretieren Sie die Bedeutung des Erwartungswerts im gegebenen Sachzusammenhang.

Muenzen (2) * (B_493)

c) In einer Geldbörse sind 5 Ein-Euro-Münzen und 7 Zwei-Euro-Münzen. Dorian zieht nacheinander und ohne Zurücklegen 2 zufällig ausgewählte Münzen.

Die Zufallsvariable X gibt diejenigen Geldbeträge an, die Dorian erhalten kann.
$P(X = x_i)$ ist die Wahrscheinlichkeit, genau den Geldbetrag x_i zu erhalten.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle für das oben beschriebene Zufallsexperiment.

x_i			
$P(X = x_i)$			

2) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

Kartenhaus * (B_520)

c) Bei einem Glücksspiel wird ein Kartenspiel mit 32 Karten verwendet, das genau 4 Asse enthält. Bryan zieht zufällig und ohne hinzusehen 1 Karte. Ist die gezogene Karte ein Ass, so gewinnt er € 20. Ist die gezogene Karte kein Ass, so verliert er € 5.

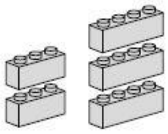
Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn bei diesem Spiel in € an.

1) Erstellen Sie eine Wertetabelle für die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.
2) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

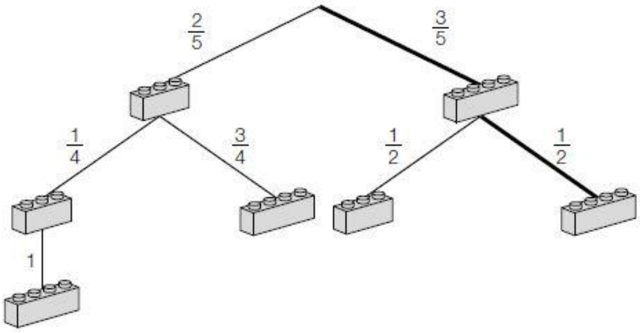
Pro Level

Lego * (B_409)

c) Tobias spielt mit 5 Legosteinen: 2 Steine mit 3 Noppen in einer Reihe und 3 Steine mit 4 Noppen in einer Reihe (siehe nachstehende Abbildung).



Er zieht zufällig (also ohne die Anzahl der Noppen zu sehen oder zu ertasten) einen Legostein nach dem anderen und legt sie aneinander. Er zieht so lange, bis die entstehende Mauer mindestens 7 Noppen lang ist.
Das nachstehende Baumdiagramm zeigt seine möglichen Züge und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.



– Beschreiben Sie, welches Ereignis E durch den fett gezeichneten Pfad beschrieben wird.

Die Zufallsvariable X beschreibt die gesamte Anzahl der Noppen in der Mauer.

– Bestimmen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten mithilfe des Baumdiagramms und tragen Sie diese in der nachstehenden Tabelle ein.

x_i	7	8	10
$P(X = x_i)$			

Die Zufallsvariable Y beschreibt die Anzahl der Züge, die Tobias benötigt, um eine Mauer mit mindestens 7 Noppen zu erhalten.

– Berechnen Sie den Erwartungswert dieser Zufallsvariablen Y.

Regentage_in_Gmunden (B_253)

Die angeführte Tabelle zeigt die durchschnittliche Anzahl der Regentage in Gmunden (Oberösterreich) für die Monate Juni bis September.

Monat	durchschnittliche Anzahl der Regentage
Juni	15,2
Juli	13,8
August	12,3
September	11,0

b) In einem Hotel kostet eine bestimmte Zimmerkategorie € 75 pro Übernachtung. Der Hotelier hat für den Monat August nun folgende Idee:
Hotelgäste sollen für jeden Regentag nur mehr die Hälfte bezahlen. Damit der durchschnittliche Zimmerpreis von € 75 erhalten bleibt, erhöht der Hotelier den offiziellen Zimmerpreis.
– Berechnen Sie, wie hoch er den neuen Zimmerpreis ansetzen muss.

Schokoriegel * (B_107)

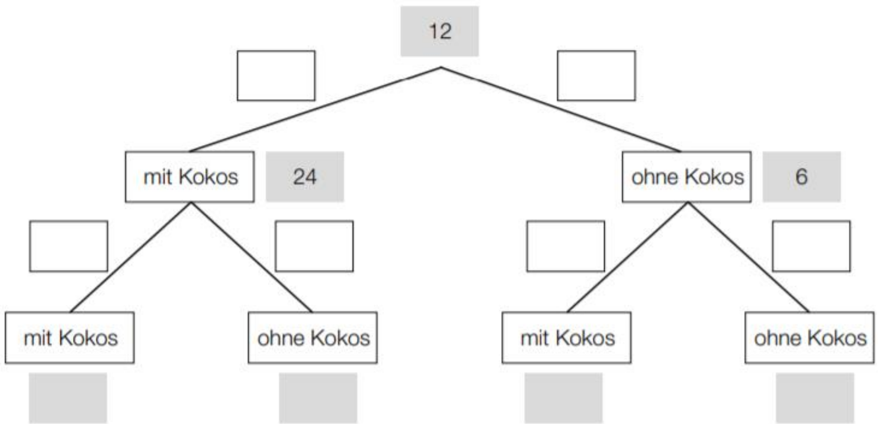
c) In einer Schale sind zwei verschiedene Sorten Schokoriegel: 5 Riegel mit Kokos, 10 Riegel ohne Kokos.

Man bietet Ihnen folgendes Spiel an:

Sie erhalten 12 Spielmünzen. Sie müssen ohne Hinsehen 2-mal hintereinander einen Schokoriegel aus der Schale ziehen und behalten. Jedes Mal, wenn Sie einen Schokoriegel mit Kokos ziehen, wird die Anzahl Ihrer Spielmünzen verdoppelt, andernfalls wird sie halbiert.

1) Tragen Sie im nachstehenden Baumdiagramm die Wahrscheinlichkeiten in die weißen Kästchen ein.

2) Tragen Sie im nachstehenden Baumdiagramm die Anzahl Ihrer Spielmünzen am Ende des Spiels in die grauen Kästchen ein.



Im Folgenden betrachtet man die Zufallsvariable X:

X … Anzahl Ihrer Spielmünzen am Ende des Spiels

3) Tragen Sie in der nachstehenden Tabelle alle auftretenden Werte für X und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten ein.

Anzahl Ihrer Spielmünzen am Ende des Spiels			
Wahrscheinlichkeit			

4) Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen X.

Brettspiel (B_288)

Bei einem Spiel gewinnt diejenige Person, die als erstes ein vorgegebenes Muster auf ihrem Spielbrett mit roten und grünen Farbsteinen ausgelegt hat.
Bei einem Spielzug wird zuerst mit 2 Zahlenwürfeln („normale" Würfeln mit den Augenzahlen 1 bis 6) geworfen. Die aus den Augenzahlen gebildete Summe (Augensumme) bestimmt, wie viele Farbsteine man auf das Spielbrett legen darf.
Anschließend wird für jeden zu legenden Farbstein die Farbe gewürfelt. Dazu wird ein spezieller Farbwürfel mit 4 grünen und 2 roten Seiten verwendet.
Ein Spielzug besteht daher aus dem Werfen der 2 Zahlenwürfel und dem darauffolgenden mehrmaligen Werfen des Farbwürfels.

a) Die Augensumme der beiden Zahlenwürfel kann als Zufallsvariable X betrachtet werden.

– Erstellen Sie eine Tabelle, in der man für alle möglichen Augensummen der beiden Würfel die jeweilige Wahrscheinlichkeit ablesen kann.
– Interpretieren Sie den Ausdruck $\sum_{i=2}^{12}(i \cdot P(X = i)) = 7$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Wuerfelspass * (B_499)

Würfelspaß ist ein Spiel, das mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt wird, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergebnis auftreten.
Die Spieler/innen müssen Aufträge erfüllen.

b) Auftrag „Nur nicht 2“:
Es werden 5 Würfel gleichzeitig geworfen. Zeigt dabei kein einziger Würfel die Augenzahl 2, so erhält man 10 Punkte. Für jeden Würfel, der die Augenzahl 2 zeigt, werden 2 Punkte von diesen maximal erreichbaren 10 Punkten abgezogen.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Würfel, die dabei die Augenzahl 2 zeigen.

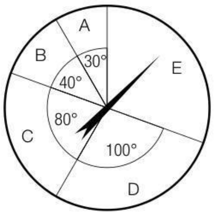
In der nachstehenden Tabelle sollen die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X und die Anzahl der jeweils erreichten Punkte dargestellt werden.

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$ (gerundete Werte)	0,4019	0,4019		0,0322	0,0032	0,0001
erreichte Punkte				4		

1) Vervollständigen Sie in der obigen Tabelle die Zeile „erreichte Punkte“.
2) Ergänzen Sie in der obigen Tabelle die fehlende Wahrscheinlichkeit.
3) Bestimmen Sie den Erwartungswert für diejenige Zufallsvariable, die die Anzahl der erreichten Punkte beschreibt.

Spielshow * (B_574)

a) Ein Glücksrad ist in die Sektoren A, B, C, D und E unterteilt.
In der Mitte des Glücksrads ist ein drehbarer Zeiger montiert, der im Rahmen einer Spielshow gedreht wird.
(Siehe nebenstehende Abbildung.)



Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger des Glücksrads nach einer Drehung auf einen bestimmten Sektor zeigt, ist direkt proportional zum Winkel des jeweiligen Sektors.

Zeigt der Zeiger auf den Sektor A, so werden 10 Punkte gewonnen.
Zeigt der Zeiger auf den Sektor B, so werden 16 Punkte gewonnen.
Zeigt der Zeiger auf den Sektor C, so werden 20 Punkte gewonnen.
Zeigt der Zeiger auf den Sektor D, so werden 25 Punkte gewonnen.
Zeigt der Zeiger auf den Sektor E, so werden 31 Punkte <u>verloren</u>.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl derjenigen Punkte, die nach einmaligem Drehen des Zeigers gewonnen bzw. verloren werden.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle durch Eintragen der fehlenden Wahrscheinlichkeiten.

Sektor	A	B	C	D	E
x_i	10	16	20	25	–31
$P(X = x_i)$					

2) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.
3) Interpretieren Sie den Erwartungswert von X im gegebenen Sachzusammenhang.

Gewinnspiele * (B_599)

Bei den in dieser Aufgabe behandelten Gewinnspielen wird ein fairer Spielwürfel geworfen, bei dem die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergebnis auftreten. Dabei wird der Spielwürfel 2-mal hintereinander geworfen.

a) Beim 2-maligen Werfen eines Spielwürfels gibt es 36 mögliche Würfelergebnisse.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle durch Eintragen der entsprechenden Zahlen.

Anzahl der möglichen Würfelergebnisse, bei denen ...		
die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf ist	beide Augenzahlen gleich sind	die Augenzahl beim 2. Wurf größer als beim 1. Wurf ist
15		

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf ist.

P(„die Augenzahl ist beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf“) = ______________

Folgende Bedingungen gelten für ein Spiel:
Ist die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf, so gewinnt man 5 Euro.
Ist die Augenzahl beim 2. Wurf größer als beim 1. Wurf, so gewinnt man 3 Euro.
Sind die beiden Augenzahlen gleich, so verliert man 10 Euro.

3) Berechnen Sie den Erwartungswert für den Gewinn bei diesem Spiel.

Avengers * (B_608)

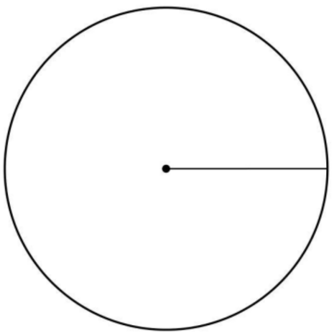
c) Auf einer bestimmten Online-Plattform werden Filme mit 1 bis 5 Sternen bewertet.

In der nachstehenden Tabelle sind die Bewertungen aller 23 MARVEL™-Filme (Stand 2019) eingetragen.

Anzahl der Filme	Bewertung in Sternen
1	★★★ (3)
6	★★★⯪ (3,5)
15	★★★★ (4)
1	★★★★⯪ (4,5)

Die Bewertungen dieser 23 Filme sollen in einem Kreisdiagramm dargestellt werden.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Kreisdiagramm durch Einzeichnen der entsprechenden 4 Sektoren.



Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Sterne eines aus diesen 23 Filmen zufällig ausgewählten Films an.

2) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$.

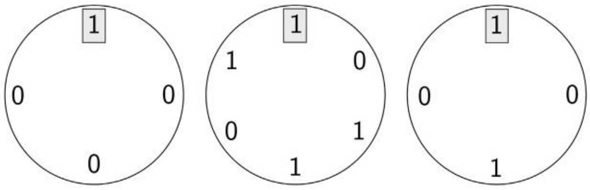
Daniela wählt 2 verschiedene dieser 23 Filme zufällig aus.

3) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Filme jeweils eine Bewertung von mindestens 4 Sternen haben.

All Star Level

Vergnügungspark (4) (B_293)

c) Im Vergnügungspark wird es einen Glücksspielautomaten mit den 3 nachstehend dargestellten Rädern geben.



Wirft man eine 1-Euro-Münze ein, drehen sich die Räder unabhängig voneinander und kommen nach einer kurzen Zeit zum Stillstand, wobei pro Rad genau eine zufällige Zahl sichtbar ist. Die Zufallsvariable X bezeichnet die Anzahl der sichtbaren Einsen auf den 3 Rädern.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils die passende Berechnung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$P(X = 1)$	
$P(X \geq 1)$	

A	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
B	$1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
D	$1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

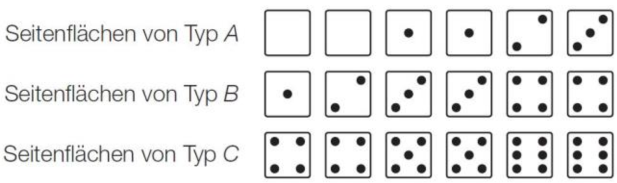
Erscheint auf allen 3 Rädern die Zahl 1, so ist der Gewinn G = € 5. Erscheint auf allen 3 Rädern die Zahl 0, so ist der Gewinn G = € 2. Bei allen anderen Resultaten verfällt der Einsatz, also G = € –1.

– Berechnen Sie den zu erwartenden Gewinn für diesen Glücksspielautomaten.

Würfelspiel* (b) - 2_104, WS3.1, Offenes Antwortformat

Bei einem Würfelspiel werden verschiedene Würfel mit jeweils 6 Seitenflächen verwendet. Bei allen verwendeten Würfeln tritt bei jedem Wurf jede Seitenfläche mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wie jede der anderen Seitenflächen auf. Die Ergebnisse verschiedener Würfe sind voneinander unabhängig.

Es werden die 3 Würfeltypen A, B und C verwendet. In der nachstehenden Abbildung sind deren Seitenflächen dargestellt.



b) Die Zufallsvariable X_A bzw. X_B bzw. X_C gibt die Augenzahl beim Wurf eines Würfels vom Typ A bzw. B bzw. C an. Eine dieser drei Zufallsvariablen hat einen ganzzahligen Erwartungswert.

1) Geben Sie diesen ganzzahligen Erwartungswert an.

Die beiden anderen Zufallsvariablen haben die gleiche Standardabweichung.

2) Berechnen Sie diese Standardabweichung.

Mensch ärgere dich nicht (2_130)

a) In einem Stoffsäckchen befinden sich 4 rote, 4 gelbe und 4 blaue Spielfiguren eines „Mensch ärgere Dich nicht"-Spieles. Isabella zieht zufällig und ohne Zurücklegen 4 Spielfiguren.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 gezogenen Spielfiguren rot sind.

Isabella hat alle roten Spielfiguren entnommen. Das Stoffsäckchen enthält also nur mehr die 4 gelben und die 4 blauen Spielfiguren.
Nun zieht Fatima so oft ohne Zurücklegen je 1 Spielfigur, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Züge k, die Fatima benötigt, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat. Durch die nachstehende Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X gegeben.

k	4	5	6	7	8
$P(X = k)$	$\frac{1}{70}$	u	$\frac{10}{70}$	$\frac{20}{70}$	v

2) Berechnen Sie u und v.

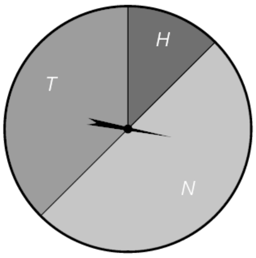
u = ______________________

v = ______________________

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 6 Aufgabe 4

Das nachstehend abgebildete Glücksrad ist in die drei unterschiedlichen Sektoren T, H und N unterteilt.
In der Mitte des Glücksrads ist ein drehbarer Zeiger montiert, der bei jedem Spiel einmal gedreht wird und in einer zufälligen Position anhält. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.



Der Sektor H nimmt $\frac{1}{8}$ der Fläche des Glücksrads ein.
Der Sektor N nimmt die Hälfte der Fläche des Glücksrads ein.

b) Der Zeiger des Glücksrads wird 1-mal gedreht.

Eine Person bezahlt vor der Drehung des Zeigers des Glücksrads einen Einsatz von 2 Euro.
Bleibt der Zeiger im Sektor T stehen, so bekommt die Person nur den Einsatz zurück und gewinnt nichts.
Bleibt der Zeiger im Sektor H stehen, so bekommt die Person den Einsatz zurück und gewinnt zusätzlich 4 Euro.
Bleibt der Zeiger im Sektor N stehen, so verliert die Person den Einsatz.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Höhe des Gewinns dieser Person.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 6 Aufgabe 5

Aufgabenstellung:

In einer Kiste mit 30 Bällen befinden sich 14 rote und 16 gelbe Bälle.

Marie zieht zufällig und ohne Zurücklegen nacheinander 2 Bälle aus der Kiste.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Marie dabei 2 Bälle gleicher Farbe zieht.

Leitfrage:

In einer anderen Kiste mit 4 Bällen befinden sich 3 weiße Bälle und 1 grüner Ball.
Eva zieht zufällig und ohne Zurücklegen, bis sie den grünen Ball zieht.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen Bälle an. Nimmt X den Wert 2 an, so bedeutet das, dass der erste Ball weiß und der zweite Ball grün ist.

– Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 5

Auf einem Rubbellos gibt es 3 Felder. Jedes dieser Felder zeigt beim Aufrubbeln mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ein Pinguin-Symbol und mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ein Fisch-Symbol.

Bei 3 Pinguin-Symbolen gewinnt man 9 Euro, bei 3 Fisch-Symbolen gewinnt man 3 Euro, in allen anderen Fällen gewinnt man nichts.

Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man mit 2 Rubbellosen 18 Euro gewinnt.

Leitfrage:

Die Zufallsvariable X gibt den Geldbetrag (in Euro) an, den man mit 2 Rubbellosen gewinnen kann.

– Geben Sie alle Werte an, die die Zufallsvariable X annehmen kann.

Werte der Zufallsvariablen X: ____

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X = 0)$.

AHS Jänner 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 4

b) Alex nimmt an einem Gewinnspiel teil. Bei diesem Gewinnspiel wird ein fairer sechsflächiger Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 2, 3, 3 und 3 einmal geworfen.

Der Spielleiter nimmt vor dem Würfelwurf von Alex einen Einsatz von e Euro ein.

Zeigt der Würfel die Augenzahl 1, so zahlt der Spielleiter an Alex x Euro.
Zeigt der Würfel die Augenzahl 2, so zahlt der Spielleiter an Alex 2 Euro.
Zeigt der Würfel die Augenzahl 3, so zahlt der Spielleiter an Alex nichts.

Der Spielleiter weiß aus Erfahrung, dass er pro Würfelwurf einen Gewinn in Höhe von 0,50 Euro erwarten kann.

1) Stellen Sie mithilfe von e eine Gleichung zur Berechnung von x auf.

Lösungen

Grundkompetenzen

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeiten einer Zufallsvariablen* - 1_851, WS3.1, 1 aus 6

$a = 0{,}1$
$b = 0{,}6$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeiten* - 1_826, WS3.1, 1 aus 6

$P(X < 2) = 0{,}4$	☒
$P(X \geq 1) = 0{,}7$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_779, WS3.1, 1 aus 6

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens zwei weiße Kugeln zu ziehen, ist 0,9.	☒
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen, ist 0,9.	☒

Lösungserwartung: Spielkarten* - 1_731, WS3.1, 1 aus 6

$$E(X) = 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = 2$$

Lösungserwartung: Häufigkeit von Nebenwirkungen* - 1_707, WS3.1, 1 aus 6

mögliche Vorgehensweise:
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen.
$n = 50\,000$
$p = 0{,}0001$
$E(X) = n \cdot p = 50\,000 \cdot 0{,}0001 = 5$

Die erwartete Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen ist mindestens 5.

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeit bestimmen* - 1_587, WS3.1, 1 aus 6

$P(4 \leq X < 7) \approx 0{,}55$

Lösungserwartung: Vergleich zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen* - 1_635, WS3.1, 1 aus 6

$E(X) = E(Y)$	☒
$P(X \leq 3) < P(Y \leq 3)$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeit* - 1_611, WS3.1, 1 aus 6

$P(X \geq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 0{,}27$

Lösungserwartung: Aussagen zu einer Zufallsvariablen* - 1_544, WS3.1, 1 aus 6

Der Erwartungswert von X ist 20.	☒
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	☒

Lösungserwartung: Zufallsexperiment* - 1_519, WS3.1, 1 aus 6

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig" ausgeht, ist 40 %.	☒
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen" Ergebnisse 20.	☒

Lösungserwartung: Zufallsvariable* - 1_496, WS3.1, 1 aus 6

Die Zufallsvariable X kann die Werte $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ und $x_3 = 2$ annehmen.

Es gilt:
$P(X = 0) = \frac{1}{6}$, $P(X = 1) = \frac{3}{6}$, $P(X = 2) = \frac{2}{6}$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_472, WS3.1, 1 aus 6

$P(X = x_2) = 0{,}2$
$P(X = x_3) = 0{,}4$

Lösungserwartung: Erwartungswert* - 1_447, WS3.1, 1 aus 6

$E(X) = 2{,}8$

Lösungserwartung: Gewinn beim Glücksrad* - 1_423, WS3.1, 1 aus 6

$G = 5 - \left(\frac{1}{4} \cdot 5 + \frac{1}{8} \cdot 10 + \frac{1}{8} \cdot 15\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow G \approx 0{,}63$ €

Lösungserwartung: Erwartungswert des Gewinns* - 1_399, WS3.1, 1 aus 6

$$E = \frac{1}{100} \cdot 100 + \frac{2}{100} \cdot 50 + \frac{5}{100} \cdot 20 - 5 = -2$$

oder:

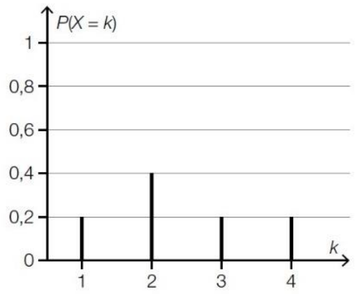
$$E = \frac{92}{100} \cdot (-5) + \frac{5}{100} \cdot 15 + \frac{2}{100} \cdot 45 + \frac{1}{100} \cdot 95 = -2$$

Der Erwartungswert des Gewinns beträgt € –2.

Lösungserwartung: Diskrete Zufallsvariable* - 1_327, WS3.1, 1 aus 6

$P(3 \leq X \leq 6)$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen* - 1_1201, WS1.2, 1 aus 6



Lösungserwartung: Gewinnspiel* - 1_900, WS1.2, 1 aus 6

$0{,}01 \cdot 10 + 0{,}04 \cdot 2 = 0{,}18$
$E(X) = 0{,}18$ €

Lösungserwartung: Erwartungswerte und Standardabweichungen* - 1_1243, WS2.2, Halboffenes Antwortformat

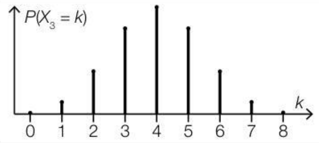
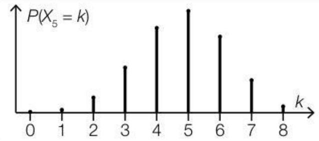
①	
$E(X) < E(Y)$	☒

②	
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_1266, WS3.1, Offenes Antwortformat

$E(X) = 1 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 0{,}3 = 2{,}4$

Lösung: Binomialverteilung* (1_1291)

	☒
	☒

Lösung: Glücksrad* (1_1290)

$$4{,}5 = a \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot a \cdot \frac{1}{8}$$

$$a = 4$$

Lösung: Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses* (1_1314)

$P(X < 9) \leq 0{,}65$	☒
$P(X \geq 10) = 0{,}35$	☒

Lösung: Elfmetertraining* (1_1338)

$$P(X > 3) = 1 - (0{,}001 + 0{,}008 + 0{,}131 + 0{,}31) = 0{,}55$$

Rookie Level

Brettspiele * (B_257) Lösung

b)

x_i	1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$

$E(X) = \frac{15}{6} + \frac{57}{36} \approx 4{,}08$

Der Erwartungswert gibt an, um wie viele Felder man im Mittel vorrücken darf, wenn man oft spielt.

Gummibaerchen ziehen * (B_354) Lösung

c)

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{56}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{5} = \frac{1}{56}$

$E(X) = 1 \cdot \frac{5}{8} + 2 \cdot \frac{15}{56} + 3 \cdot \frac{5}{56} + 4 \cdot \frac{1}{56} = 1{,}5$

Der Erwartungswert gibt an, wie viele Züge man im Mittel benötigt, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.

Weihnachtsmarkt * (B_479) Lösung

d1)

Anzahl n der Marmeladegläser	Wahrscheinlichkeit für den Kauf von n Marmeladegläsern pro Person
0	0,24
1	0,38
2	0,16
3	0,12
4	**0,1**
≥ 5	0

d2) $0 \cdot 0{,}24 + 1 \cdot 0{,}38 + 2 \cdot 0{,}16 + 3 \cdot 0{,}12 + 4 \cdot 0{,}1 = 1{,}46$

Der Erwartungswert für die Anzahl der gekauften Marmeladegläser pro Person beträgt 1,46.

Sportgeschaeft (B_263) Lösung

d) $E(\text{„Gewinn“}) = 10 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} = 2{,}50$

Der Erwartungswert beträgt € 2,50.

Der Erwartungswert beschreibt den mittleren Gewinn pro Person unter der Annahme, dass eine große Anzahl an Personen an diesem Spiel teilnimmt.

Muenzen (2) * (B_493) Lösung

c1)

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot 2 = \frac{35}{66}$	$\frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22}$

c2) $E(X) = 2 \cdot \frac{5}{33} + 3 \cdot \frac{35}{66} + 4 \cdot \frac{7}{22} = \frac{19}{6} = 3{,}166...$

Der Erwartungswert beträgt rund € 3,17.

Kartenhaus * (B_520) Lösung

c1)

x_i	-5	20
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$

c2) $E(X) = -5 \cdot \frac{7}{8} + 20 \cdot \frac{1}{8} = -\frac{15}{8} = -1{,}875$

Pro Level

Lego * (B_409) Lösung

c) E ist das Ereignis, dass 2 Steine mit 4 Noppen gezogen werden.

x_i	7	8	10
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{10}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{10}$

y_i	2	3
$P(Y = y_i)$	0,9	0,1

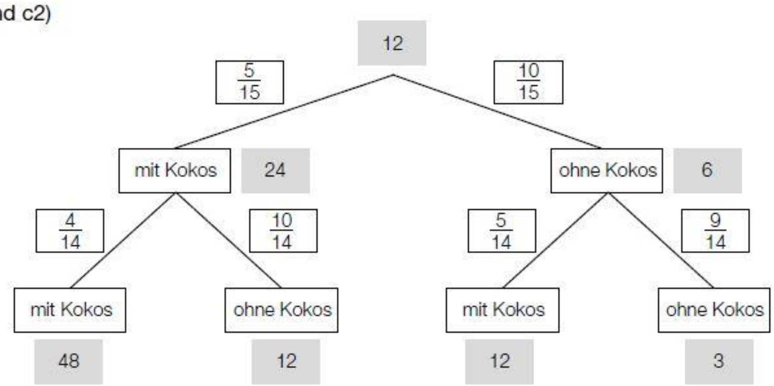
$E(Y) = 2 \cdot 0{,}9 + 3 \cdot 0{,}1 = 2{,}1$

Regentage in Gmunden (B_253) Lösung

b) Formel für den Erwartungswert: $E(X) = \sum x_i \cdot p_i$
A … Preis des Angebots
Wahrscheinlichkeit für einen Regentag im August: $p_R = \frac{12{,}3}{31} = 0{,}397$
$75 = 0{,}397 \cdot A \cdot 0{,}5 + (1 - 0{,}397) \cdot A$
$75 = 0{,}8015 \cdot A$
$A = 93{,}56$
Der Hotelier müsste einen Preis von € 93,56 pro Übernachtung veranschlagen, um mit einem durchschnittlichen Preis von € 75 pro Übernachtung auszusteigen.

Schokoriegel * (B_107) Lösung

c1 und c2)



c3)

Anzahl Ihrer Spielmünzen am Ende des Spiels	48	12	3
Wahrscheinlichkeit	$\frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{21}$	$2 \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{10}{21}$	$\frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = \frac{3}{7}$

c4) $E(X) = 48 \cdot \frac{2}{21} + 12 \cdot \frac{10}{21} + 3 \cdot \frac{3}{7} = \frac{81}{7} = 11{,}57...$

Brettspiel (B_288) Lösung

a)

Augensumme x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Mit dem Ausdruck wird der Erwartungswert der Zufallsvariablen X berechnet. Man kann erwarten, dass man bei oftmaliger Wiederholung des Spielzugs im Mittel 7 Farbsteine pro Runde auf das Spielbrett legen darf.

Wuerfelspass * (B_499) Lösung

b1 und b2)

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$ (gerundete Werte)	0,4019	0,4019	**0,1607**	0,0322	0,0032	0,0001
erreichte Punkte	**10**	**8**	**6**	4	**2**	**0**

$P(X = 2) = 1 - 0{,}4019 - 0{,}4019 - 0{,}0322 - 0{,}0032 - 0{,}0001 = 0{,}1607$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit kann auch mithilfe der Binomialverteilung ermittelt werden. Man erhält dabei: $P(X = 2) = 0{,}16075...$

b3) $0{,}4019 \cdot 10 + 0{,}4019 \cdot 8 + 0{,}1607 \cdot 6 + 0{,}0322 \cdot 4 + 0{,}0032 \cdot 2 = 8{,}33...$
Der Erwartungswert beträgt rund 8,3 Punkte.

Spielshow * (B_574) Lösung

a1)

Sektor	A	B	C	D	E
x_i	10	16	20	25	–31
$P(X = x_i)$	$\frac{30}{360} = 0{,}083...$	$\frac{40}{360} = 0{,}111...$	$\frac{80}{360} = 0{,}222...$	$\frac{100}{360} = 0{,}277...$	$\frac{110}{360} = 0{,}305...$

a2) $E(X) = 10 \cdot \frac{30}{360} + 16 \cdot \frac{40}{360} + 20 \cdot \frac{80}{360} + 25 \cdot \frac{100}{360} - 31 \cdot \frac{110}{360} = 4{,}52...$

a3) Der Erwartungswert gibt an, dass im Mittel rund 4,5 Punkte pro Spiel gewonnen werden (wenn das Spiel sehr oft durchgeführt wird).

Lösung: Gewinnspiele * (B_599)

a1)

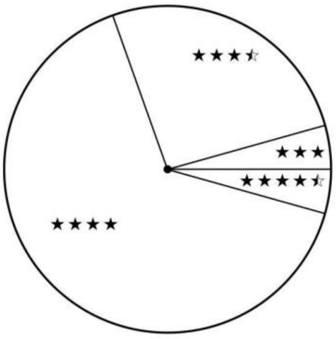
Anzahl der möglichen Würfelergebnisse, bei denen ...		
die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf ist	beide Augenzahlen gleich sind	die Augenzahl beim 2. Wurf größer als beim 1. Wurf ist
15	6	15

a2) $P(\text{„die Augenzahl ist beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf“}) = \frac{15}{36} = 0{,}4166...$

a3) X ... Gewinn in Euro
$E(X) = 5 \cdot \frac{15}{36} - 10 \cdot \frac{6}{36} + 3 \cdot \frac{15}{36} = 1{,}66...$
Der Erwartungswert für den Gewinn bei diesem Spiel beträgt rund 1,7 Euro.

Lösung: Avengers * (B_608)

c1)



3 bzw. 4,5 Sterne: 15,7°
3,5 Sterne: 93,9°
4 Sterne: 234,8°

(Werte gerundet)

c2) $E(X) = \frac{1}{23} \cdot 3 + \frac{6}{23} \cdot 3{,}5 + \frac{15}{23} \cdot 4 + \frac{1}{23} \cdot 4{,}5 = 3{,}847...$

c3) $\frac{16}{23} \cdot \frac{15}{22} = \frac{120}{253} = 0{,}4743...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 47,4 %.

Vergnügungspark (4) (B_293) Lösung

c)

$P(X = 1)$	C
$P(X \geq 1)$	B

A	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
B	$1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
D	$1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

Gewinnerwartung =

$$5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) = € -0{,}125$$

Lösungserwartung: Würfelspiel* (c) - 2_104, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

b1) $E(X_C) = 5$

b2) $\sigma(X_A) = \sigma(X_B) = 1{,}067...$

Lösung: Mensch ärgere dich nicht (2_130)

a1) $\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{495} = 0{,}0020...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 gezogenen Spielfiguren rot sind, beträgt rund 0,2 %.

a2) $u = \frac{4}{70} = \frac{2}{35}$

$v = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 6 Aufgabe 4

b1) $E(X) = -2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{8} + 0 \cdot \frac{3}{8} = -0{,}5$

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 6 Aufgabe 5

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\frac{14}{30} \cdot \frac{13}{29} + \frac{16}{30} \cdot \frac{15}{29} = \frac{211}{435} = 0{,}4850... \approx 48{,}5\,\%$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Erwartungswert: $1 \cdot P(X = 1) + 2 \cdot P(X = 2) + 3 \cdot P(X = 3) + 4 \cdot P(X = 4)$
$= 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Erwartungswert richtig berechnet wird.

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 5

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{64} = 0{,}015625$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 1,6 %.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Werte der Zufallsvariablen X: 0, 3, 6, 9, 12, 18

Für 1 Rubbellos gilt: $P(\text{„drei Pinguine“}) = P(\text{„drei Fische“}) = \frac{1}{8}$
$P(\text{„anderes Ergebnis“}) = \frac{6}{8}$

$P(X = 0) = \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{8} = \frac{36}{64} = 0{,}5625$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 56,25 %.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtigen Werte der Zufallsvariablen X angegeben werden und die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wird.

AHS Jänner 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 4

b1) $e - \left(x \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{2}\right) = 0{,}5$