Aufgabensammlung

Wachstum/Zerfall beschränkt/logistisch

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

Wachstum & Zerfall (Beschränkt & Logistisch)

Rookie Level ... 3
- Epidemie * (A_255) ... 3
- Die Genussformel * (A_263) ... 3
- Smartphones (1) (B_256) ... 4
- Zimt (A_164) ... 5
- Oeffentlicher Verkehr in Wien * (B_515) ... 5
- Gartensauna * (A_328) ... 6

Pro Level ... 7
- Werbung * (B_440) ... 7
- Smartphones (2) * (B_079) ... 8
- Groenlandwale (B_195) ... 9
- Grosstrappen (B_131) ... 9
- E-Reader * (B_224) ... 10
- Abbau von Arzneimitteln * (B_340) ... 11
- Erwärmung von Substanzen (A_096) ... 11
- Kondensator * (B_496) ... 12
- Streaming * (B_501) ... 13
- Thermometer * (B_540) ... 13
- Kuechengeraet * (B_557) ... 14
- Online-Shopping * (B_596) ... 15
- Hunde in Österreich* (2_135) ... 16
- Wachstum von Tierpopulationen* (2_136) ... 16
- Kraftfahrzeug-Bestand * (B_607) ... 17

All Star Level ... 18
- Limnologie * (B_478) ... 18
- Reiseverhalten * (B_589) ... 19
- Pelletsheizung* - 2_118, AN3.3, Offenes Antwortformat ... 19
- Stuttgarter Fernsehturm * (B_601) ... 20

Kompensationsprüfungsaufgaben ... 21
- BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 3 ... 21

Lösungen ... 22
- Rookie Level ... 22
- Pro Level ... 24
- All Star Level ... 28
- Kompensationsprüfungsaufgaben ... 30

Rookie Level

Epidemie * (A_255)

b) Der zeitliche Verlauf der Gesamtanzahl der seit Ausbruch der Epidemie infizierten Personen kann näherungsweise durch die Funktion I beschrieben werden.

$$I(t) = \frac{30\,000}{1 + b \cdot e^{-0{,}1739 \cdot t}}$$

t … Zeit seit Ausbruch der Epidemie in Tagen
$I(t)$ … Gesamtanzahl der seit Ausbruch der Epidemie infizierten Personen zur Zeit t

Nach 41 Tagen wurden insgesamt 1 200 infizierte Personen registriert.

– Berechnen Sie den Parameter b.
– Ermitteln Sie, nach welcher Zeit gemäß diesem Modell erstmals mehr als 17 000 Personen infiziert sein werden.

Die Genussformel * (A_263)

c) Ein Ei einer bestimmten Größe wird gekocht. Der zeitliche Verlauf der Innentemperatur wird mithilfe der Funktion T modelliert:

$$T(t) = 100 - 192 \cdot e^{-\frac{25 \cdot t}{81}} \quad \text{mit} \quad t \geq 3$$

t ... Kochzeit in min
$T(t)$ ... Innentemperatur zur Zeit t in °C

– Berechnen Sie, nach welcher Kochzeit eine Innentemperatur von 84 °C erreicht wird.

Die Potenz $e^{-\frac{25 \cdot t}{81}}$ wird in Wurzelschreibweise und mit positiver Hochzahl dargestellt.

– Kreuzen Sie die zutreffende Darstellung an. *[1 aus 5]*

$\frac{1}{\sqrt[81]{e^{25 \cdot t}}}$	☐
$\sqrt[81]{e^{25 \cdot t}}$	☐
$-\sqrt[81]{e^{25 \cdot t}}$	☐
$-\sqrt[25]{e^{81 \cdot t}}$	☐
$\frac{1}{\sqrt[25]{e^{81 \cdot t}}}$	☐

Smartphones (1) (B_256)

c) Ein neues, kostenloses Spiel für Smartphones verbreitet sich rasant. Eine Woche nach Erscheinen haben 700 Smartphonebesitzer/innen dieses Spiel heruntergeladen. Eine Woche später sind es bereits 1 900.
Nehmen Sie vorerst an, dass die Verbreitung dieses Spiels mithilfe eines exponentiellen Wachstums beschrieben werden kann.

– Erstellen Sie eine zugehörige exponentielle Wachstumsfunktion f mit:

$f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$

t … Zeit in Wochen ab dem Erscheinen des Spiels
$f(t)$ … Anzahl der Smartphonebesitzer/innen, die das Spiel bis zum Zeitpunkt t heruntergeladen haben

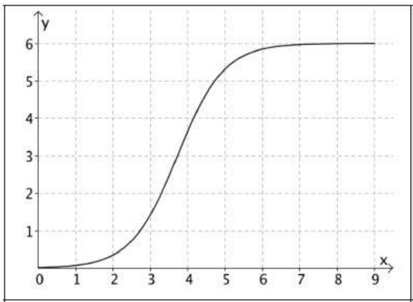
Wenn man weiß, dass die Zielgruppe für dieses Spiel etwa 4,5 Millionen Smartphonebesitzer/innen sind, kann das Wachstum eher durch eine logistische Funktion g beschrieben werden.

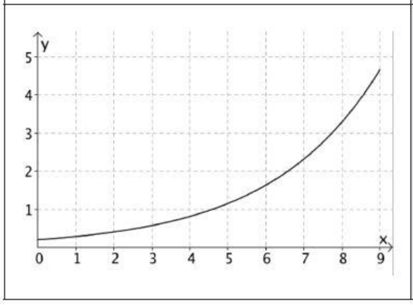
$$g(t) = \frac{4\,500\,000}{1 + 17\,450{,}92 \cdot e^{-0{,}9988 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen nach dem Erscheinen des Spiels
$g(t)$ … Anzahl der Smartphonebesitzer/innen, die das Spiel bis um Zeitpunkt t heruntergeladen haben

– Bestimmen Sie, wie lange es gemäß diesem Modell dauern wird, bis 90 % der Zielgruppe dieses Spiel besitzen.

d) – Ordnen Sie den beiden Funktionsgraphen jeweils die zutreffende Bezeichnung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*





A	lineare Funktion
B	Exponentialfunktion
C	logistische Funktion
D	Potenzfunktion

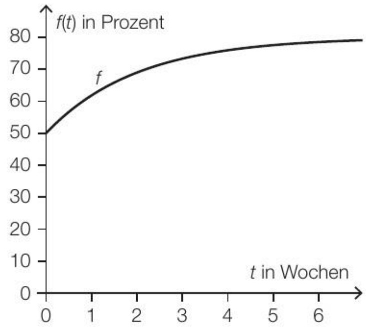
Zimt (A_164)

a) Zimt gibt Feuchtigkeit ab. Werden die Zimtstangen in geschlossenen Containern transportiert, so steigt der Feuchtigkeitsgehalt im Behälter, was zu einer Beeinträchtigung der Qualität führen kann. Die in einem bestimmten Container gemessene relative Luftfeuchtigkeit kann näherungsweise durch die Funktion f beschrieben werden:

$$f(t) = 30 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right) + b$$

t ... Zeit nach Verschluss des Containers in Wochen
$f(t)$ ... relative Luftfeuchtigkeit zur Zeit t in Prozent
b ... Parameter (in Prozent)

– Ermitteln Sie unter Verwendung des nachstehend abgebildeten Graphen der Funktion f den Parameter b.



– Beschreiben Sie die Bedeutung des Parameters b im gegebenen Sachzusammenhang.

Oeffentlicher Verkehr in Wien * (B_515)

b) Die Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten für öffentliche Verkehrsmittel in Wien lässt sich für den Zeitraum von 2011 bis 2016 näherungsweise durch die Funktion N beschreiben.

$$N(t) = 815\,000 - 450\,000 \cdot a^t$$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2011
$N(t)$ … Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten zur Zeit t
a … Parameter mit $0 < a < 1$

1) Erklären Sie, warum der Ordinatenabschnitt (Achsenabschnitt auf der vertikalen Achse) des Graphen der Funktion N nicht vom Parameter a abhängt.

Im Jahr 2015 wurden 700 000 Jahreskarten verkauft.

2) Berechnen Sie den Parameter a.

Es wird davon ausgegangen, dass die Funktion N auch die zukünftige Entwicklung der Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten richtig beschreibt.

3) Interpretieren Sie die Zahl 815 000 in der obigen Gleichung der Funktion N im gegebenen Sachzusammenhang.

Gartensauna * (A_328)

b) Die zeitliche Entwicklung der Lufttemperatur beim Aufheizen einer bestimmten Gartensauna kann modellhaft durch die Funktion T beschrieben werden.

$T(t) = 85 - 75 \cdot 0{,}95^t$

t ... Zeit ab dem Beginn des Aufheizens in min
$T(t)$ ... Lufttemperatur in der Gartensauna zur Zeit t in °C

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Lufttemperatur in der Gartensauna beträgt zu Beginn des Aufheizens ____①____ und nähert sich einer maximalen Lufttemperatur von ____②____ an.

①	
0 °C	☐
1 °C	☐
10 °C	☐

②	
75 °C	☐
85 °C	☐
95 °C	☐

Pro Level

Werbung * (B_440)

Der Campus einer Universität beherbergt 1 200 Studierende. Eine Fast-Food-Kette möchte eine Filiale mit neuen, spezifisch auf Studierende abgestimmten Produkten am Campusgelände eröffnen. Es kursiert ein Gerücht, dass ein berühmter Hollywoodstar bei der Eröffnung der Filiale anwesend sein wird.

Die Funktion N_G beschreibt näherungsweise die Anzahl der Studierenden, die von dem Gerücht erfahren haben:

$$N_G(t) = \frac{1200}{1 + 1199 \cdot e^{-0{,}99 \cdot t}}$$

t ... Zeit nach Aufkommen des Gerüchts in Tagen
$N_G(t)$ ... Anzahl der Studierenden, die vom Gerücht bis zum Zeitpunkt t erfahren haben

a) 1) Berechnen Sie, wie viele Studierende nach 8 Tagen von dem Gerücht erfahren haben.

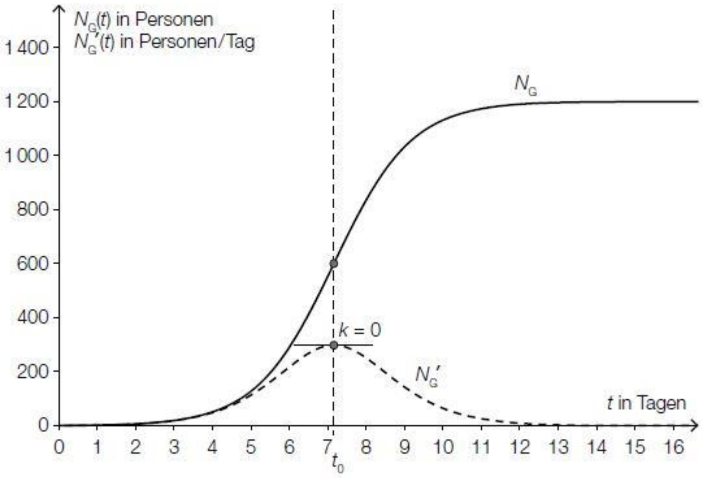
b) Auf einem anderen vergleichbaren Campus wird gleichzeitig eine Werbekampagne mit Plakaten gestartet.
Die Funktion N_W beschreibt näherungsweise die Anzahl der Studierenden, die durch die Werbekampagne erreicht werden:

$$N_W(t) = 1200 \cdot (1 - e^{-0{,}077 \cdot t})$$

t ... Zeit nach Beginn der Werbekampagne in Tagen ($t \geq 1$)
$N_W(t)$ ... Anzahl der Studierenden, die durch die Werbekampagne bis zum Zeitpunkt t erreicht wurden

1) Bestimmen Sie denjenigen Zeitpunkt t ($t \geq 1$), zu dem gleich viele Studierende vom Gerücht erfahren haben, wie von der Werbekampagne erreicht wurden.

c) In der nachstehenden Grafik sind der Graph der Funktion N_G und der Graph ihrer Ableitung N_G' dargestellt.



1) Beschreiben Sie, welche Eigenschaft die Ableitungsfunktion N_G' und welche Eigenschaft die Funktion N_G an der dargestellten Stelle t_0 hat.
2) Interpretieren Sie die Bedeutung der Stelle t_0 im gegebenen Sachzusammenhang.

Eine Studierende behauptet, dass die 2. Ableitung der Funktion N_G für alle $t \geq 0$ positiv ist.

3) Argumentieren Sie, warum diese Behauptung falsch ist.

Smartphones (2) * (B_079)

b) Die zeitliche Entwicklung des Akku-Ladestands beim Aufladen lässt sich näherungsweise durch die Funktion A beschreiben:

$A(t) = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t … Zeit nach Beginn des Aufladens in h
$A(t)$ … Akku-Ladestand zur Zeit t in Prozent
λ … positiver Parameter

– Argumentieren Sie mathematisch, dass sich die Funktionswerte von A mit wachsendem t dem Wert 100 annähern.

2 Stunden nach Beginn des Aufladens beträgt der Akku-Ladestand 80 %.

– Berechnen Sie λ.
– Berechnen Sie, zu welcher Zeit nach Beginn des Aufladens der Akku-Ladestand 90 % beträgt.

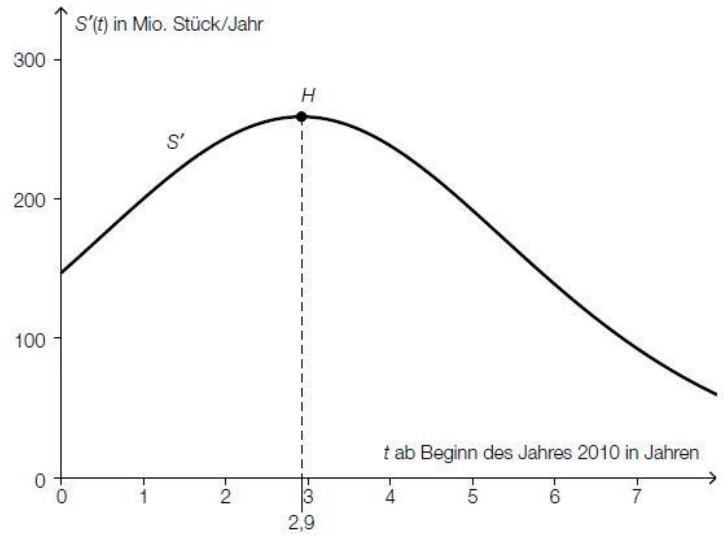
c) Die Entwicklung der weltweiten Verkaufszahlen von Smartphones kann modellhaft durch die Funktion S beschrieben werden:

$S(t) = \dfrac{1918}{1 + 4{,}84 \cdot e^{-0{,}54 \cdot t}}$

t ... Zeit in Jahren ($t = 0$ entspricht dem Beginn des Jahres 2010)
$S(t)$ ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften Smartphones in Millionen Stück

– Ermitteln Sie mithilfe dieses Modells die Anzahl der bis zum Beginn des Jahres 2020 insgesamt verkauften Smartphones.

Im nachstehenden Diagramm ist der Graph der Ableitungsfunktion S' dargestellt. Auf dem Graphen von S' ist der Hochpunkt H markiert.



– Beschreiben Sie die mathematische Bedeutung der Stelle $t = 2{,}9$ in Bezug auf die Funktion S.

Groenlandwale (B_195)

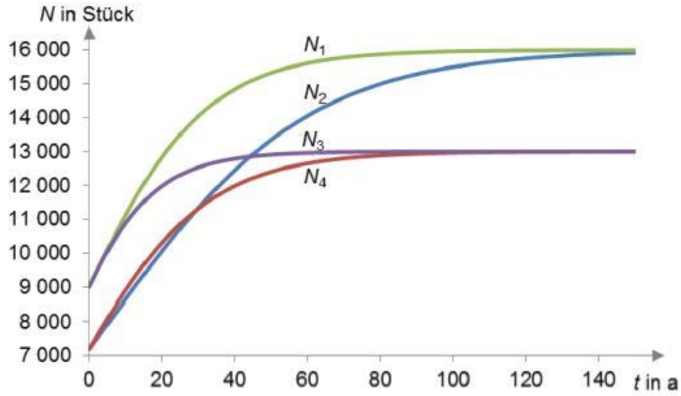
Grönlandwale sind eine vom Aussterben bedrohte Tierart. Noch existierende Populationen stehen unter strengstem Schutz. Das Wachstum der Populationen wird genau beobachtet.

Aus langjährigen Beobachtungen der größten heute lebenden Population kann für deren zukünftiges Wachstum unter gleichbleibenden Umweltbedingungen die folgende Funktion angegeben werden:

$$N(t) = \frac{16\,000}{1 + \frac{11}{9} \cdot e^{-0{,}0363 \cdot t}}$$

t … Zeit in Jahren (a) mit $t = 0$ im Jahr 2007
$N(t)$ … Anzahl der Wale in Stück nach t Jahren

a) – Lesen Sie ab, welcher der folgenden Funktionsgraphen zur angegebenen Funktion passt.
– Begründen Sie Ihre Auswahl.



Grosstrappen (B_131)

Ein LIFE-Projekt in Ostösterreich widmet sich dem Schutz der Großtrappen, einer gefährdeten Vogelart. Zu Beginn des Beobachtungszeitraums wurden in Niederösterreich und im Burgenland 140 Tiere gezählt. 5 Jahre später waren es bereits 244.

a) – Argumentieren Sie, warum ein lineares bzw. ein unbegrenztes exponentielles Wachstumsmodell die Entwicklung der Tierpopulation zwar beschreibt, dies aber langfristig gesehen nicht der Realität entspricht.

b) Nehmen Sie ein begrenztes exponentielles Wachstum mit einer Obergrenze von $G = 1\,000$ an. Es gilt folgende Funktion:

$$y(t) = G - c \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

t … Zeitdauer in Jahren (a)
$y(t)$ … Anzahl der Tiere nach t Jahren
c … Anzahl der Tiere, um die der Anfangsbestand bis zur Obergrenze zunehmen kann

– Berechnen Sie den Stand der Population nach 20 Jahren unter der Voraussetzung, dass die Entwicklung der Vogelpopulation diesem Modell folgt.

E-Reader * (B_224)

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die nachstehende Tabelle beschreibt die Entwicklung der Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader in einer bestimmten Region.

Zeit in Wochen	Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader
1	179
2	364
3	674
4	981
5	1310
6	1700
7	2055
8	2280
9	2470
10	2500
11	2540
12	2545

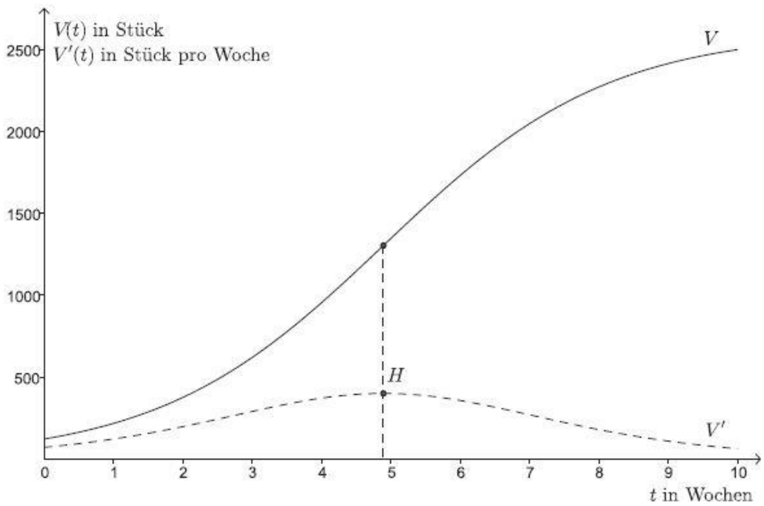
c) Betrachtet man alle 12 Zahlenpaare, so lässt sich die Entwicklung der Anzahl der insgesamt verkauften E-Reader näherungsweise durch eine logistische Funktion V beschreiben:

$$V(t) = \frac{2608}{1 + 20{,}28 \cdot e^{-0{,}6151 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen
$V(t)$ ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

– Begründen Sie anhand der gegebenen Funktion, warum die Funktionswerte sich mit wachsendem t dem maximalen Wert 2608 annähern.
– Berechnen Sie, um wie viel der logistische Funktionswert $V(8)$ vom gegebenen Tabellenwert bei 8 Wochen abweicht.

In der nachstehenden Grafik sind die logistische Funktion V sowie deren Ableitungsfunktion V' grafisch dargestellt.



– Interpretieren Sie die Bedeutung der Koordinaten des Hochpunktes H der Ableitungsfunktion V' im Sachzusammenhang.

Abbau von Arzneimitteln * (B_340)

Bei der Einnahme von Arzneimitteln gelangen Wirkstoffe über den Verdauungstrakt in den Blutkreislauf, wo diese dann abgebaut werden.

a) Nach Einnahme einer Tablette kann die Wirkstoffmenge im Blut näherungsweise durch die Funktion m beschrieben werden:

$m(t) = 20 \cdot (1 - e^{-0{,}05 \cdot t}) - 0{,}125 \cdot t$ mit $t \geq 0$

t … Zeit nach der Einnahme in Minuten (min)
$m(t)$ … Wirkstoffmenge im Blut zur Zeit t in Milligramm (mg)

– Ermitteln Sie, zu welchem Zeitpunkt der Wirkstoff vollständig abgebaut ist.
– Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die momentane Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Blut 0,5 mg/min beträgt.
– Argumentieren Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion m negativ gekrümmt ist.

Erwärmung von Substanzen (A_096)

Eine Substanz wird aus dem Kühlschrank (Temperatur T_1) genommen und in einen Raum mit der Umgebungstemperatur T_2 gebracht. Der zeitliche Verlauf der Temperatur dieser Substanz kann näherungsweise durch die Funktion T beschrieben werden:

$T(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0{,}94^t$ mit $T_2 > T_1$

t … Zeit seit der Entnahme aus dem Kühlschrank in min
$T(t)$ … Temperatur zur Zeit t in °C

a) – Ordnen Sie den beiden Ausdrücken jeweils die zutreffenden Eigenschaften aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$(T_2 - T_1) \cdot 0{,}94^t$	
$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0{,}94^t$	

A	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_2. Für $t \to \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.
B	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert 0. Für $t \to \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_1.
C	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_1. Für $t \to \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_2.
D	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert $T_2 - T_1$. Für $t \to \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.

b) In der folgenden Berechnung wurde ein Fehler gemacht:

$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0{,}94^t = T_2 - T_2 + T_1 \cdot 0{,}94^t = T_1 \cdot 0{,}94^t$

– Erklären Sie, welcher Fehler gemacht wurde.

c) Die Substanz muss bei einer Temperatur von 13 °C weiterverarbeitet werden.

– Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis die Substanz nach Entnahme aus dem Kühlschrank diese Temperatur erreicht hat, wenn $T_1 = 6$ °C und $T_2 = 24$ °C beträgt.

d) Die Funktion T kann auch in der folgenden Form angegeben werden:

$T(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

– Berechnen Sie λ.

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der die 1. Ableitung von T richtig angibt. *[1 aus 5]*

$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☐
$T'(t) = -\lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☐
$T'(t) = -(T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☐
$T'(t) = -\lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t - 1}$	☐
$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t - 1}$	☐

– Interpretieren Sie die Bedeutung des Ausdrucks $T'(5)$ im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

e) Ergänzen Sie die fehlende Zahl in der nachstehenden Funktionsgleichung so, dass die Funktion T_{neu} einen Erwärmungsvorgang beschreibt, der langsamer verläuft als der durch die Funktion T beschriebene.

$T_{neu}(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot \boxed{}^{\,t}$

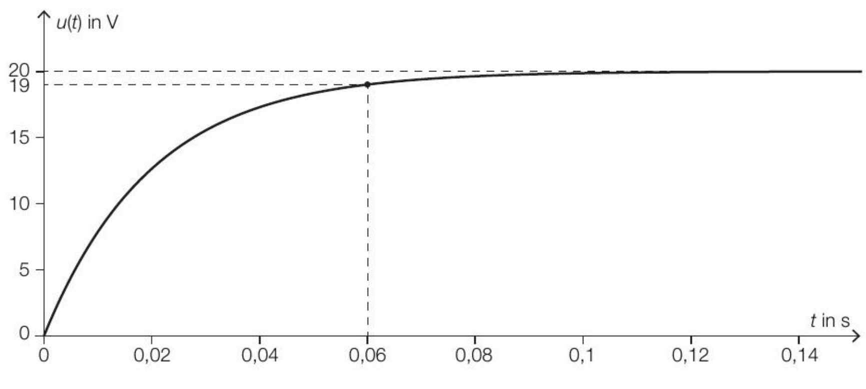
Kondensator * (B_496)

Ein Kondensator ist ein elektronisches Bauelement, das mithilfe einer Batterie aufgeladen werden kann. Ist der Kondensator bei einem Aufladevorgang zu Beginn ungeladen, so kann der Verlauf der Kondensatorspannung durch die Funktion u beschrieben werden.

$u(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ mit $t \geq 0$

t ... Zeit in s
$u(t)$ ... Kondensatorspannung zur Zeit t in Volt (V)
U_0 ... Spannung der Batterie (konstant) in V
τ ... Zeitkonstante in s

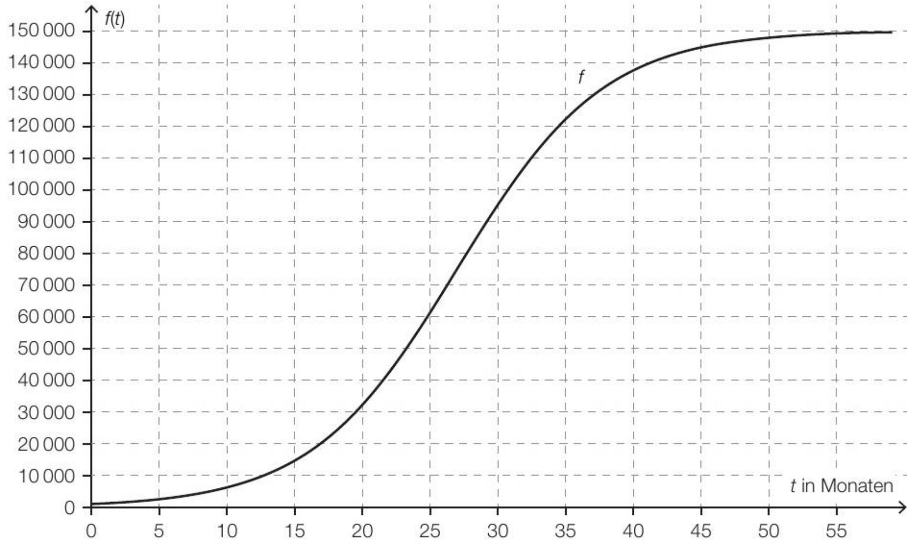
c) In der nachstehenden Abbildung ist der Verlauf der Kondensatorspannung für $U_0 = 20$ V dargestellt.



1) Berechnen Sie die Zeitkonstante τ.

Streaming * (B_501)

c) Die über einen längeren Zeitraum betrachtete zeitliche Entwicklung der Anzahl der Kunden kann näherungsweise durch die logistische Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Zeitpunkt des stärksten Wachstums der Anzahl der Kunden ab.

Für die Funktion f gilt: $f(t) = \frac{150\,000}{1 + c \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$

Bei der Markteinführung ($t = 0$) nutzen 1 000 Kunden dieses Angebot.

2) Ermitteln Sie die Parameter c und λ der Funktion f.

Thermometer * (B_540)

Ein digitales Thermometer wird zur Messung der Temperatur des Wassers in einem Becken verwendet. Ausgehend von einem Startwert nähert sich die angezeigte Temperatur der tatsächlichen Temperatur des Wassers an.

a) Der zeitliche Verlauf der angezeigten Temperatur bei einer bestimmten Messung kann durch die Funktion f beschrieben werden.

$f(t) = 38 - 6 \cdot 0{,}758^t$

t … Zeit nach Beginn der Messung in s
$f(t)$ … angezeigte Temperatur zur Zeit t in °C

1) Interpretieren Sie die Zahl 38 in der obigen Funktionsgleichung im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

Sobald die momentane Änderungsrate der angezeigten Temperatur unter 0,01 °C/s sinkt, ertönt ein Piepton.

2) Berechnen Sie, wie viele Sekunden nach Beginn der Messung der Piepton ertönt. *[0/1 P.]*

b) Zu Beginn einer anderen Messung zeigt das digitale Thermometer eine Temperatur von 33,0 °C an. Nach 4 s zeigt es eine Temperatur von 36,0 °C an.
Der zeitliche Verlauf der angezeigten Temperatur bei dieser Messung kann durch die Funktion g beschrieben werden.

$g(t) = c - a \cdot e^{-0{,}275 \cdot t}$

t … Zeit nach Beginn der Messung in s
$g(t)$ … angezeigte Temperatur zur Zeit t in °C

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Parameter a und c. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Parameter a und c. *[0/1 P.]*

Kuechengeraet * (B_557)

a) Die zeitliche Entwicklung der Verkaufszahlen dieses Küchengeräts soll durch die beschränkte Wachstumsfunktion N_1 beschrieben werden.

$N_1(t) = S \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t})$

t ... Zeit ab Verkaufsbeginn in Wochen
$N_1(t)$ ... insgesamt verkaufte Menge bis zur Zeit t in Stück
S ... Sättigungsmenge in Stück
λ ... positiver Parameter

1) Argumentieren Sie mathematisch anhand der Funktionsgleichung, dass gilt: $N_1(0) = 0$

Die Sättigungsmenge beträgt 5000 Stück. Eine Woche nach Verkaufsbeginn wurden bereits 350 Stück verkauft.

2) Berechnen Sie λ.

Vereinfacht kann die zeitliche Entwicklung der Verkaufszahlen dieses Küchengeräts für einen eingeschränkten Zeitraum auch durch die Funktion N_2 beschrieben werden.

$N_2(t) = 350 \cdot t$

t ... Zeit ab Verkaufsbeginn in Wochen
$N_2(t)$ ... insgesamt verkaufte Menge bis zur Zeit t in Stück

Jemand hat die Gleichungen $N_1(t) = N_2(t)$ und $N_1'(t) = N_2'(t)$ nach t gelöst.

3) Ordnen Sie den beiden Gleichungen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu.

$N_1(t) = N_2(t)$	
$N_1'(t) = N_2'(t)$	

A	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist {0; 1}.
B	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall]0; 1[.
C	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall [1; ∞[.
D	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist {0}.

Online-Shopping * (B_596)

b) Die zeitliche Entwicklung des Anteils der Online-Shopper an der Gesamtbevölkerung Österreichs kann in einem anderen Modell durch die Funktion A beschrieben werden.

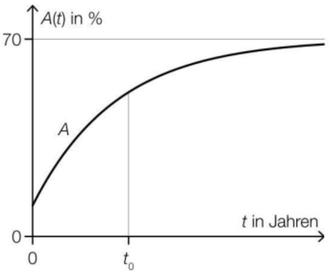
$A(t) = 70 - 37 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2007
$A(t)$ ... Anteil der Online-Shopper zur Zeit t in %

Im Jahr 2017 betrug der Anteil der Online-Shopper 62 %.

1) Berechnen Sie den Parameter λ.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion A dargestellt.



2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für den Zeitpunkt t_0 gilt, dass ___①___ und ___②___.

①	
$A'(t_0) > 0$	☐
$A'(t_0) = 0$	☐
$A'(t_0) < 0$	☐

②	
$A''(t_0) > 0$	☐
$A''(t_0) = 0$	☐
$A''(t_0) < 0$	☐

Hunde in Österreich* (2_135)

c) Der *Labrador* ist eine Hunderasse.

Als *minimale Masse* wird die Masse bezeichnet, die eine gesunde Labradorhündin abhängig von ihrem Alter mindestens haben soll.

Die nachstehende Tabelle zeigt die minimale Masse von Labradorhündinnen in Abhängigkeit vom Alter.

Alter in Monaten	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
minimale Masse in kg	10	13	16	18	20	22	22	23	24	24

Datenquelle: https://tierpal.de/labrador-wachstum/ [06.09.2022].

Es wird angenommen, dass sich die minimale Masse von Labradorhündinnen im Alter von 1 bis 5 Monaten linear entwickelt.

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die minimale Masse von Labradorhündinnen im Alter von 2 bis 3 Monaten zunimmt.

Die minimale Masse von Labradorhündinnen kann für das Alter von 7 bis 15 Monaten durch die Funktion m: $[7; 15] \to \mathbb{R}^+$ modelliert werden.

$m(t) = 25 - 24{,}7 \cdot e^{-k \cdot t}$ mit $k \in \mathbb{R}^+$

t ... Alter in Monaten
$m(t)$ ... minimale Masse im Alter t in kg

Für das Alter von 7 Monaten stimmt der Wert der Funktion m mit dem entsprechenden Wert in der Tabelle überein.

Für das Alter von 12 Monaten weicht der Wert der Funktion m vom entsprechenden Wert in der Tabelle ab.

2) Berechnen Sie diese Abweichung in kg.

Wachstum von Tierpopulationen* (2_136)

a) Die Populationsgröße (Anzahl der Individuen) einer bestimmten Tierart kann modellhaft durch die Funktion N: $\mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}^+$ in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

Dabei gilt:

$$N(t) = \frac{500}{1 + 4 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen
$N(t)$ ... Populationsgröße zum Zeitpunkt t

Zum Zeitpunkt t_v ist die Population auf das Doppelte ihrer Größe zum Zeitpunkt $t = 0$ angewachsen.

1) Berechnen Sie t_v.

Kraftfahrzeug-Bestand * (B_607)

b) Die zeitliche Entwicklung des Diesel-PKW-Bestands in Österreich kann modellhaft durch die logistische Funktion D beschrieben werden.

$$D(t) = \frac{2{,}84}{1 + 277 \cdot e^{-0{,}19 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Ende des Jahres 1970
$D(t)$ ... Diesel-PKW-Bestand zur Zeit t in Millionen Stück

1) Ermitteln Sie mithilfe von D den prognostizierten Wert für den Diesel-PKW-Bestand am Ende des Jahres 2025.

_____________________ Millionen Stück

Für die allgemeine Form einer logistischen Wachstumsfunktion f gilt:

$$f(t) = \frac{a}{b + c \cdot d^t}$$

a, b, c, d ... positive Parameter
$0 < d < 1$

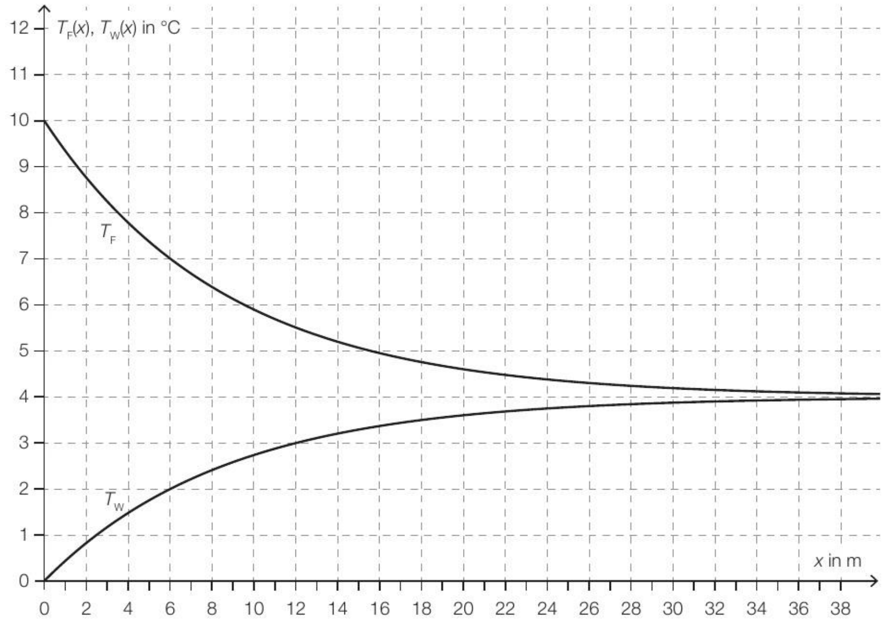
2) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, dem sich die Funktionswerte von f mit wachsendem t in jedem Fall annähern. *[1 aus 5]*

$\frac{a}{b}$	☐
$\frac{a}{c}$	☐
$\frac{a}{c \cdot d}$	☐
$\frac{a}{b + c}$	☐
$\frac{a}{b + c \cdot d}$	☐

All Star Level

Limnologie * (B_478)

a) Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft die Wassertemperatur eines Sees in Abhängigkeit von der Tiefe x im Frühling (T_F) und im Winter (T_W). Die Wassertemperatur nähert sich in beiden Fällen asymptotisch dem Wert 4 °C.



Die Wassertemperatur des Sees im Frühling kann in Abhängigkeit von der Tiefe x näherungsweise durch eine Exponentialfunktion T_F mit $T_F(x) = a + b \cdot e^{c \cdot x}$ beschrieben werden.

1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Parameter a, b und c der Funktion T_F.

Für ein bestimmtes x_1 gilt: $T_F(x_1) - T_W(x_1) = 5$

2) Ermitteln Sie x_1 mithilfe der obigen Abbildung.

Reiseverhalten * (B_589)

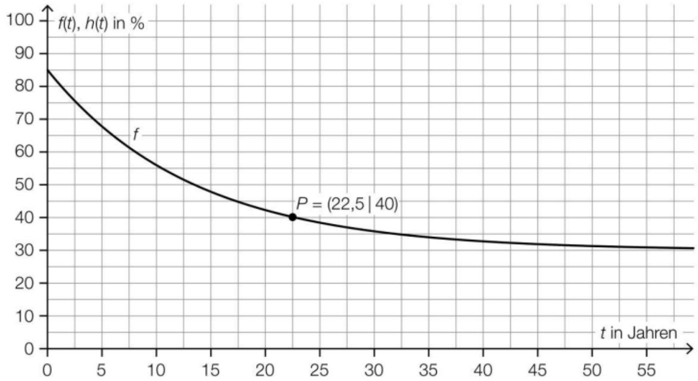
b) In einer anderen Studie wird untersucht, ob das Reiseziel im Inland (Inlandsreise) oder im Ausland (Auslandsreise) liegt.

Der prozentuelle Anteil der Inlandsreisen an der Gesamtzahl aller Reisen im jeweiligen Jahr kann durch die Funktion f beschrieben werden.

$f(t) = a \cdot e^{-\lambda \cdot t} + b$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1954
$f(t)$ ... Anteil der Inlandsreisen im Jahr t in %
a, b, λ ... Parameter

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f dargestellt.



1) Geben Sie die Parameter a und b an.

a = ____________________

b = ____________________

2) Ermitteln Sie mithilfe des eingezeichneten Punktes P den Parameter λ.

Die Gesamtzahl aller Reisen setzt sich aus der Anzahl der Inlandsreisen und der Anzahl der Auslandsreisen zusammen.

Der prozentuelle Anteil der Auslandsreisen an der Gesamtzahl aller Reisen im jeweiligen Jahr kann durch die Funktion h beschrieben werden.

3) Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Funktion h.

Pelletsheizung* - 2_118, AN3.3, Offenes Antwortformat

c) Die Anzahl der Pelletsheizungen in Österreich kann für den Zeitraum von 1997 bis 2019 modellhaft durch die nachstehende Gleichung beschrieben werden.

$A(t) = \frac{147\,130}{1 + 31 \cdot e^{-0{,}28 \cdot t}}$

t ... Zeit seit Beginn des Jahres 1997 in Jahren
$A(t)$ ... Anzahl der Pelletsheizungen in Österreich zur Zeit t in 1 000 Stück

1) Ermitteln Sie für den Zeitraum von 1997 bis 2019 dasjenige Jahr, in dem gemäß diesem Modell die momentane Änderungsrate der Anzahl der Pelletsheizungen in Österreich am größten war.

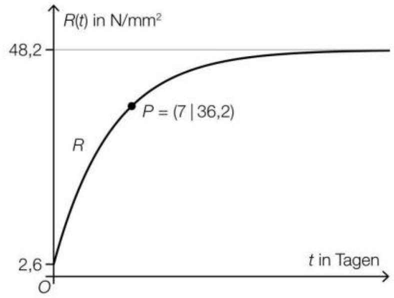
Stuttgarter Fernsehturm * (B_601)

b) Beim Bau des Stuttgarter Fernsehturms wurde Beton verwendet. Die mittlere Druckfestigkeit des Betons in Abhängigkeit von der Trocknungszeit kann durch die Funktion R beschrieben werden.

$R(t) = a - b \cdot c^t$

t ... Trocknungszeit in Tagen
$R(t)$ ... mittlere Druckfestigkeit bei der Trocknungszeit t in N/mm²
a, b, c ... Parameter

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph von R dargestellt.



1) Geben Sie mithilfe der obigen Abbildung die Parameter a und b an.

a = ____________________

b = ____________________

2) Berechnen Sie mithilfe der obigen Abbildung den Parameter c.

3) Begründen Sie anhand der Gleichung von R, warum die mittlere Druckfestigkeit für $t \to \infty$ asymptotisch gegen den Wert 48,2 geht.

Kompensationsprüfungsaufgaben

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 3

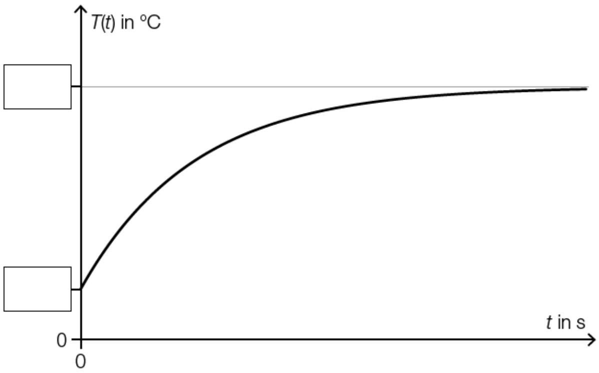
Ein bestimmter Erwärmungsvorgang lässt sich näherungsweise durch die Funktion T beschreiben.

$T(t) = 100 - 76 \cdot e^{-0{,}025 \cdot t}$

t ... Zeit seit Beginn des Erwärmungsvorgangs in s
$T(t)$ ... Temperatur zum Zeitpunkt t in °C

a) 1) Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Temperatur 50 °C beträgt.

In der nachstehenden Abbildung ist der zeitliche Verlauf der Temperatur während des Erwärmungsvorgangs dargestellt.



2) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlenden Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Lösungen

Rookie Level

Epidemie * (A_255) Lösung

b) $1200 = \dfrac{30000}{1 + b \cdot e^{-0{,}1739 \cdot 41}}$

Lösung der Gleichung mittels Technologieeinsatz: $b = 29970{,}0\ldots$

$17000 = \dfrac{30000}{1 + 29970{,}0\ldots \cdot e^{-0{,}1739 \cdot t}}$

Lösung der Gleichung mittels Technologieeinsatz: $t = 60{,}8\ldots$

Nach etwa 61 Tagen werden erstmals mehr als 17000 Personen infiziert sein.

Die Genussformel * (A_263) Lösung

c) $84 = 100 - 192 \cdot e^{-\frac{25 \cdot t}{81}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 8{,}0\ldots$

Nach etwa 8 Minuten hat das Ei eine Innentemperatur von 84 °C.

$\dfrac{1}{\sqrt[81]{e^{25 \cdot t}}}$	☒
[...]	
[...]	
[...]	
[...]	

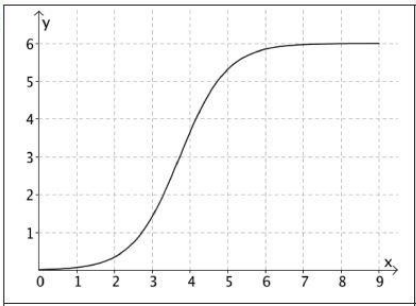
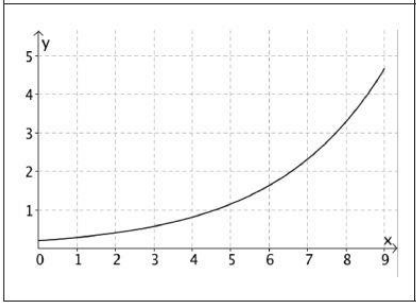
Smartphones (1) (B_265) Lösung

c) I: $700 = c \cdot e^{k}$
II: $1900 = c \cdot e^{2 \cdot k}$
$\Rightarrow\ k = 0{,}99852883\ldots$ und $c = 257{,}894\ldots$, $f(t) \approx 257{,}89 \cdot e^{0{,}9985288 \cdot t}$

$4050000 = \dfrac{4500000}{1 + 17450{,}92 \cdot e^{-0{,}9988 \cdot t}} \quad \Rightarrow \quad t = 11{,}978\ldots$

Nach rund 12 Wochen werden 90 % der Zielgruppe gemäß diesem Modell das Spiel heruntergeladen haben.

d)

	C	A	lineare Funktion
	B	B	Exponentialfunktion
		C	logistische Funktion
		D	Potenzfunktion

Zimt (A_164) Lösung

a) An der Stelle $t = 0$ kann man ablesen: $b = 50$
Der Wert des Parameters b entspricht der relativen Luftfeuchtigkeit beim Verschließen des Containers in Prozent.

Oeffentlicher Verkehr in Wien * (B_515) Lösung

b1) Der Ordinatenabschnitt ist der Funktionswert von N an der Stelle 0. Wegen $a^0 = 1$ ist dieser Ordinatenabschnitt daher unabhängig von a.

b2) $700\,000 = 815\,000 - 450\,000 \cdot a^4 \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}7110...$

b3) Der Sättigungswert der Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten beträgt 815 000.

oder:

Gemäß der Funktion N nähert sich die Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten für $t \to \infty$ der Zahl 815 000 beliebig nahe an.

Gartensauna * (A_328) Lösung

b1)

①	
10 °C	☒

②	
85 °C	☒

Pro Level

Werbung * (B_440) Lösung

a1) $N_G(8) = 835{,}8...$

Nach 8 Tagen kennen rund 835 Studierende das Gerücht.

b1) $N_W(t) = N_G(t)$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $t = 6{,}779... \approx 6{,}78$

Nach etwa 6,78 Tagen haben gleich viele Studierende vom Gerücht erfahren, wie von der Werbekampagne erreicht wurden.

c1) Die Ableitung N_G' hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.
Die Funktion N_G hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.

c2) Zur Zeit t_0 ist der Zuwachs der Studierenden, die von dem Gerücht erfahren haben, am größten.

c3) Die Funktion N_G ist zwar für $0 \leq t < t_0$ positiv gekrümmt, für $t > t_0$ jedoch negativ gekrümmt. Somit gilt hier für $t > t_0$: $N_G''(t) < 0$.

Smartphones (2) * (B_079) Lösung

b) Mit beliebig groß werdendem t geht $e^{-\lambda \cdot t}$ gegen null, und damit geht $100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ gegen 100.

$80 = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot 2}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}72345...$

$90 = 100 - 85 \cdot e^{-0{,}72345... \cdot t}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 2{,}9...$

Nach etwa 3 Stunden ist ein Ladestand von 90 % erreicht.

c) $S(10) = \dfrac{1\,918}{1 + 4{,}84 \cdot e^{-0{,}54 \cdot 10}} = 1\,876{,}9...$

Gemäß diesem Modell werden bis zum Beginn des Jahres 2020 rund 1 877 Millionen Smartphones verkauft.

$t = 2{,}9$ ist die Wendestelle der Funktion S.

oder:

$t = 2{,}9$ ist die Stelle maximalen Wachstums von S.

Groenlandwale (B_195) Lösung

a) Der Zähler der Formel gibt die maximal erreichbare Anzahl von Walen an. Es kommen also nur die Graphen N_1 und N_2 in Frage, da diese bis zu 16 000 Tiere erlauben.
Die Zahl der Tiere zum Zeitpunkt null kann mithilfe der Konstante $\frac{11}{9}$ bestimmt werden. Diese gibt das Verhältnis von maximal erreichbarem Wert und Anfangswert der logistischen Funktion wieder.

$$\frac{11}{9} = \frac{16\,000}{N_0} - 1$$

$$\frac{20}{9} = \frac{16\,000}{N_0}$$

$$N_0 = \frac{16\,000 \cdot 9}{20} = 7\,200$$

Der passende Graph ist daher N_2.

Auch andere passende Argumentationen bzgl. des Anfangswerts sind als richtig zu werten.

Grosstrappen (B_131) Lösung

a) Das Wachstum hängt vom Lebensraum und den darin vorhandenen Lebensbedingungen für Großtrappen ab. Langfristig gesehen wird das räumlich begrenzte Schutzgebiet zwar die Vermehrung der Tiere fördern, aber auch nach oben hin einschränken.
Daher kann die Zahl der Vögel zwar anfänglich möglicherweise nach einem linearen oder einem unbegrenzten exponentiellen Wachstum verlaufen, aber nicht unendlich steigen, wie es bei diesen beiden Wachstumsmodellen der Fall wäre.

b) $140 = 1000 - c \cdot e^0 \rightarrow c = 860$
$244 = 1000 - c \cdot e^{5\cdot\lambda} \rightarrow \lambda = -0{,}02577... \approx -0{,}0258$
Funktionsgleichung: $y(t) = 1000 - 860 \cdot e^{-0{,}0258 \cdot t}$
Prognose $t = 20$ Jahre $\rightarrow$ rund 486 Tiere

E-Reader * (B_224) Lösung

c) Da für großes t der Wert $e^{-0{,}6151 \cdot t}$ gegen null geht, nähert sich der Nenner der Zahl 1 und $V(t)$ damit 2608.

Funktionswert nach 8 Wochen: $V(8) \approx 2272$
Abweichung vom gegebenen Tabellenwert: $2280 - 2272 = 8$

Der logistische Funktionswert weicht um ca. 8 Stück vom gegebenen Tabellenwert ab.

Die 1. Koordinate von H ist nach diesem Modell derjenige Zeitpunkt, in dessen Nähe am meisten E-Reader pro Woche verkauft wurden. Die 2. Koordinate entspricht in etwa der Anzahl der verkauften E-Reader in dieser Woche.

Abbau von Arzneimitteln * (B_340) Lösung

a) Lösung der Gleichung mittels Technologieeinsatz:
$m(t) = 0$
$t = 159{,}9... \approx 160$

Nach etwa 160 Minuten ist der Wirkstoff vollständig abgebaut.

$m'(t) = e^{-0{,}05 \cdot t} - 0{,}125$
Lösung der Gleichung $m'(t) = 0{,}5$ mittels Technologieeinsatz: $t = 9{,}40... \approx 9{,}4$
Nach etwa 9,4 Minuten beträgt die momentane Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Blut 0,5 mg/min.

Da die 2. Ableitung $m''(t) = -0{,}05 \cdot e^{-0{,}05 \cdot t}$ eine Exponentialfunktion vom Typ $a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a < 0$ ist, sind alle Funktionswerte dieser 2. Ableitung negativ. Daher ist die Funktion m im gesamten Definitionsbereich negativ gekrümmt.

Erwärmung von Substanzen (A_096) Lösung

a)

$(T_2 - T_1) \cdot 0{,}94^t$	D
$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0{,}94^t$	C

A	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_2. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.
B	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert 0. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_1.
C	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_1. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_2.
D	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert $T_2 - T_1$. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.

b) Die Regel „Punkt vor Strich" wurde nicht beachtet. Das Weglassen der Klammer im ersten Umformungsschritt ist nicht zulässig.

c) $T(t) = 24 - 18 \cdot 0{,}94^t$
$24 - 18 \cdot 0{,}94^t = 13 \quad \Rightarrow \quad t = 7{,}9\ldots$
Nach rund 8 Minuten hat sich die Substanz auf 13 °C erwärmt.

d) $e^{-\lambda \cdot t} = 0{,}94^t \quad \Rightarrow \quad e^{-\lambda} = 0{,}94 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\ln(0{,}94) = 0{,}0618\ldots$

$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☒

$T'(5)$ ist die momentane Änderungsrate der Temperatur (in °C/min) 5 Minuten nach der Entnahme der Substanz aus dem Kühlschrank.

e) Jede Zahl aus dem Intervall]0,94; 1[ist richtig.

Kondensator * (B_496) Lösung

c1) $u(0{,}06) = 19$ *oder* $20 \cdot \left(1 - e^{-\frac{0{,}06}{\tau}}\right) = 19$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\tau = 0{,}020\ldots$

Streaming * (B_501) Lösung

c1) 27 Monate nach der Markteinführung wächst die Anzahl der Kunden am stärksten.
Toleranzbereich: [25; 29]

c2) $f(0) = 1\,000$ *oder* $\frac{150\,000}{1 + c} = 1\,000 \quad \Rightarrow \quad c = 149$

$f(27) = 75\,000$ *oder* $\frac{150\,000}{1 + 149 \cdot e^{-\lambda \cdot 27}} = 75\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}185\ldots$

Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von f für das Ermitteln des Parameters λ ist ebenfalls als richtig zu werten.

Thermometer * (B_540) Lösung

a1) Die tatsächliche Temperatur des Wassers beträgt 38 °C.

oder:

Der Grenzwert der angezeigten Temperatur beträgt 38 °C.

a2) $f'(t) = 1{,}6624\ldots \cdot 0{,}758^t$
$0{,}01 = 1{,}6624\ldots \cdot 0{,}758^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 18{,}4\ldots$
Nach etwa 18 s ertönt der Piepton.

b1) I: $g(0) = 33$
II: $g(4) = 36$

oder:

I: $c - a = 33$
II: $c - a \cdot e^{-0{,}275 \cdot 4} = 36$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 4{,}49\ldots$
$c = 37{,}49\ldots$

Kuechengeraet * (B_557) Lösung

a1) $N_1(0) = S \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot 0}) = S \cdot (1 - 1) = 0$

a2) $S = 5000$

$N_1(1) = 350$ *oder* $5000 \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot 1}) = 350$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = -\ln(0{,}93) = 0{,}07257...$

a3)

$N_1(t) = N_2(t)$	A
$N_1'(t) = N_2'(t)$	B

A	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist {0; 1}.
B	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall]0; 1[.
C	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall [1; ∞[.
D	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist {0}.

Lösung: Online-Shopping * (B_596)

b1) $A(10) = 62$ *oder* $70 - 37 \cdot e^{-\lambda \cdot 10} = 62$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}1531...$

b2)

①	
$A'(t_0) > 0$	☒

②	
$A''(t_0) < 0$	☒

Lösung: Hunde in Österreich* (2_135)

c1) minimale Masse im Alter von 2 Monaten: 7 kg
$\frac{3}{7} = 0{,}428... = 42{,}8...\ \%$
Die minimale Masse von Labradorhündinnen im Alter von 2 bis 3 Monaten nimmt um rund 43 % zu.

c2) $m(7) = 20$
$k = 0{,}228...$
$m(12) = 23{,}40...$
$24 - m(12) = 0{,}59...$
Die Abweichung beträgt rund 0,6 kg.

Lösung: Wachstum von Tierpopulationen* (2_136)

a1) $N(0) = 100$
$N(t_v) = 2 \cdot N(0)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t_v = 4{,}9...$

Lösung: Kraftfahrzeug-Bestand * (B_607)

b1) 2,817... Millionen Stück

b2)

$\frac{a}{b}$	☒

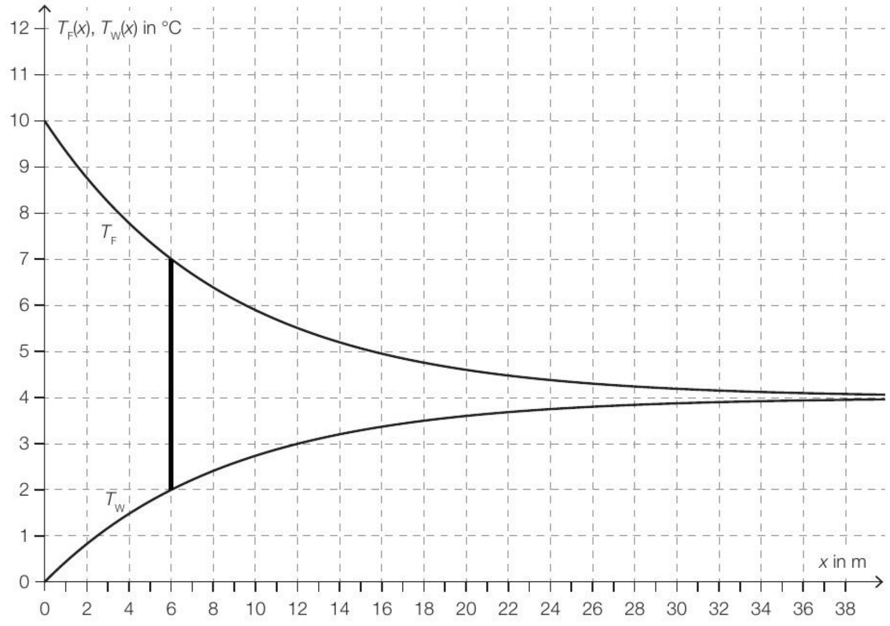
All Star Level

Limnologie * (B_478) Lösung

a1) $a = 4$, $b = 6$

Einsetzen des Punktes mit den Koordinaten (6|7): $7 = 4 + 6 \cdot e^{c \cdot 6}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$c = -0{,}1155...$

a2)



An der Stelle $x_1 = 6$ ergibt sich eine Temperaturdifferenz von 5 °C.
Toleranzbereich: [5,9; 6,1]

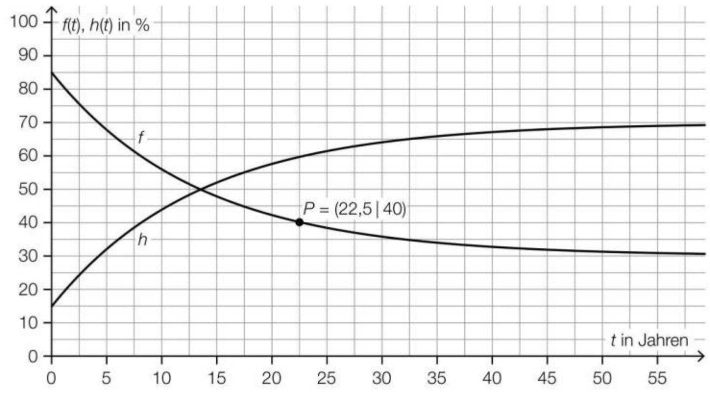
Lösung: Reiseverhalten * (B_589)

b1) $a = 55$
$b = 30$

b2) $f(22{,}5) = 40$ *oder* $55 \cdot e^{-\lambda \cdot 22{,}5} + 30 = 40$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}0757...$

b3)



Im Hinblick auf die Punktevergabe sind folgende Eigenschaften von h relevant:
- *Ordinatenabschnitt:* $h(0) = 15$
- *Graph von h nähert sich asymptotisch dem Wert 70*

Lösungserwartung: Pelletsheizung* - 2_118, AG4.1, Offenes Antwortformat

c1) $A''(t) = 0$
$t = 12{,}2...$

Im Jahr 2009 war die momentane Änderungsrate der Anzahl der Pelletsheizungen in Österreich am größten.

Lösung: Stuttgarter Fernsehturm * (B_601)

b1) $a = 48{,}2$
$b = 48{,}2 - 2{,}6 = 45{,}6$

b2) $36{,}2 = 48{,}2 - 45{,}6 \cdot c^7$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$c = 0{,}8263\ldots$

b3) Weil $c < 1$, strebt der Term $b \cdot c^t$ für $t \to \infty$ gegen 0, und damit strebt $R(t)$ gegen 48,2.

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 3

a1) $T(t) = 50$ *oder* $100 - 76 \cdot e^{-0{,}025 \cdot t} = 50$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 16{,}74...$

Nach rund 16,7 s beträgt die Temperatur 50 °C.

a2)