Aufgabensammlung

Vektoren in $\mathbb{R}^2$

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

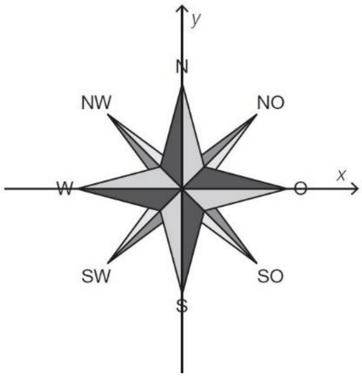
Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

Vektoren in R2

Grundkompetenzen

Himmelsrichtungen* - 1_761, AG3.1, Offenes Antwortformat

Nachstehend ist eine symmetrische Windrose abgebildet, die Himmelsrichtungen zeigt.



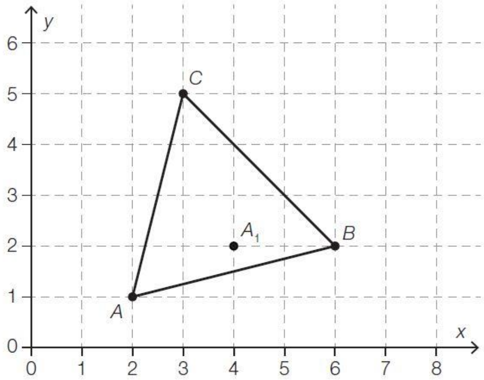
Die Geschwindigkeit eines Schiffes, das in Richtung Nordwest (NW) fährt, wird durch den Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -a \\ a \end{pmatrix}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ beschrieben.

Geben Sie einen Vektor $\vec{v}$ an, der die Geschwindigkeit eines Schiffes beschreibt, das in Richtung Nordost (NO) fährt.

$\vec{v}$ = ____

Dreieck verschieben* - 1_806, AG3.2, Halboffenes Antwortformat

In der nachstehenden Abbildung sind ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C sowie der Punkt A_1 dargestellt. Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Das Dreieck soll so um den Vektor $\overrightarrow{AA_1}$ verschoben werden, dass die Punkte A, B und C in die Punkte A_1, B_1 und C_1 übergehen.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes C_1.

C_1 = (_______ | _______)

Teilungspunkt* - 1_539, AG3.2, Halboffenes Antwortformat

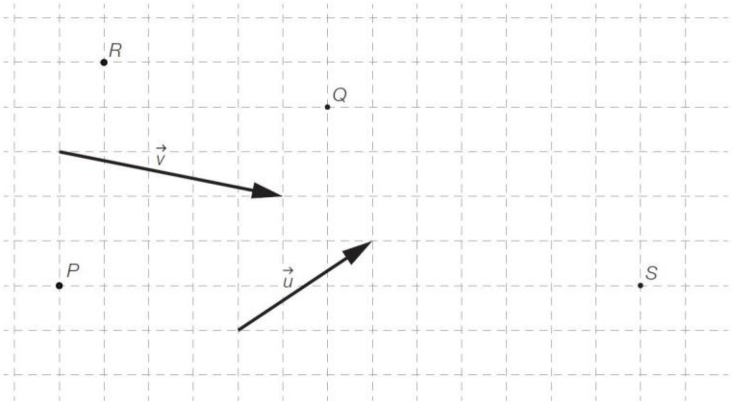
Die gegebene Strecke AB:  wird innen durch den Punkt T im Verhältnis 3 : 2 geteilt.

Stellen Sie eine Formel für die Berechnung des Punkts T auf!

T = ____

Vektoren* - 1_785, AG3.3, Zuordnungsformat

In der nachstehenden Abbildung sind die vier Punkte P, Q, R und S sowie die zwei Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ dargestellt.



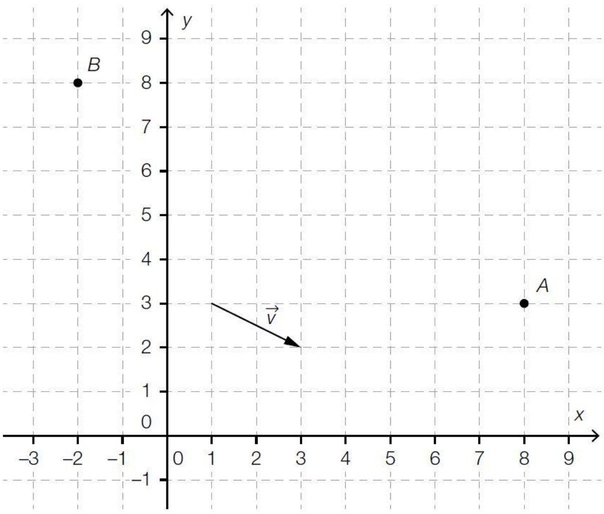
Ordnen Sie den vier Vektoren jeweils den entsprechenden Ausdruck (aus A bis F) zu.

$\overrightarrow{PQ}$	
$\overrightarrow{PR}$	
$\overrightarrow{QR}$	
$\overrightarrow{PS}$	

A	$2 \cdot \vec{u} - \vec{v}$
B	$2 \cdot \vec{v} - \vec{u}$
C	$-\vec{v}$
D	$2 \cdot \vec{v} + \vec{u}$
E	$2 \cdot \vec{u}$
F	$2 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$

Darstellung im Koordinatensystem* - 1_712, AG3.3, Halboffenes Antwortformat

Im nachstehenden Koordinatensystem sind der Vektor $\vec{v}$ sowie die Punkte A und B dargestellt. Die Komponenten des dargestellten Vektors $\vec{v}$ und die Koordinaten der beiden Punkte A und B sind ganzzahlig.



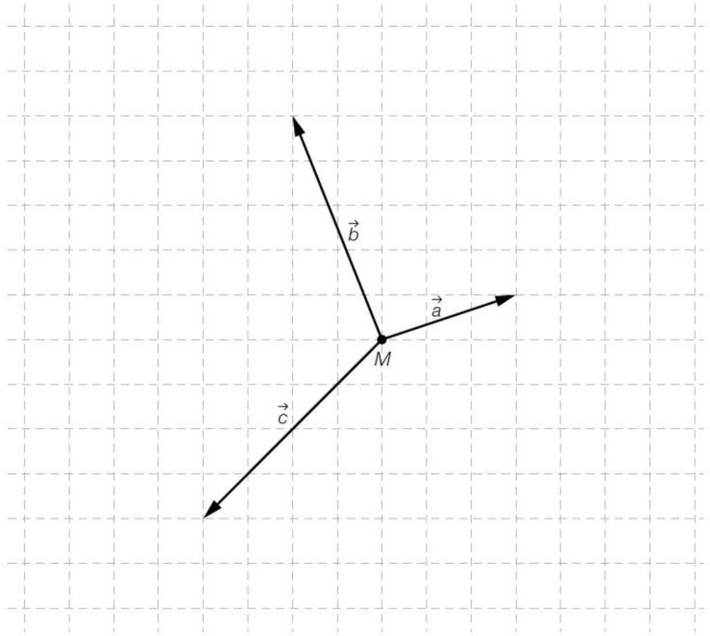
Bestimmen Sie den Wert des Parameters t so, dass die Gleichung $B = A + t \cdot \vec{v}$ erfüllt ist.

$t =$ ______________________________

Kräfte* - 1_617, AG3.3, Konstruktionsformat

An einem Massenpunkt M greifen drei Kräfte an. Diese sind durch die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ gegeben.

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung einen Kraftvektor $\vec{d}$ so ein, dass die Summe aller vier Kräfte (in jeder Komponente) gleich null ist!



Orthogonale Vektoren* - 1_593, AG3.3, Offenes Antwortformat

Gegeben sind die nachstehend angeführten Vektoren:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$

$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

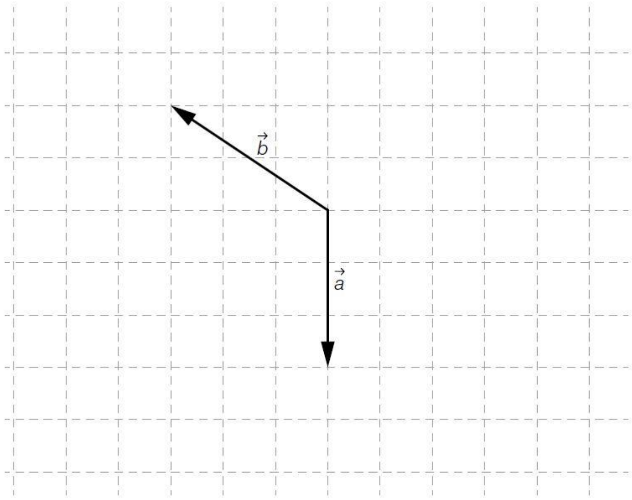
$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$

Berechnen Sie x so, dass die Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ aufeinander normal stehen!

Vektoren in der Ebene* - 1_570, AG3.3, Konstruktionsformat

Die unten stehende Abbildung zeigt zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Zeichnen Sie in die Abbildung einen Vektor $\vec{c}$ so ein, dass die Summe der drei Vektoren den Nullvektor ergibt, also $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt!

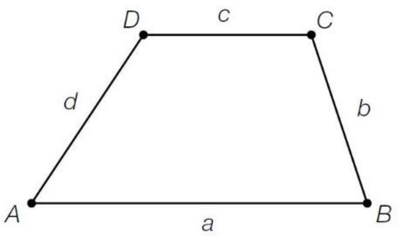


Trapez* - 1_538, AG3.3, Halboffenes Antwortformat

Von einem Trapez *ABCD* sind die Koordinaten der Eckpunkte gegeben:

$A = (2|-6)$
$B = (10|-2)$
$C = (9|2)$
$D = (3|y)$

Die Seiten $a = AB$ und $c = CD$ sind zueinander parallel.



Geben Sie den Wert der Koordinate *y* des Punkts *D* an!

$y =$ ____________________

Vektoren* - 1_515, AG3.3, Halboffenes Antwortformat

In der Ebene werden auf einer Geraden in gleichen Abständen nacheinander die Punkte *A*, *B*, *C* und *D* markiert.

Es gilt also:
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$

Die Koordinaten der Punkte *A* und *C* sind bekannt.

$A = (3|1)$
$C = (7|8)$

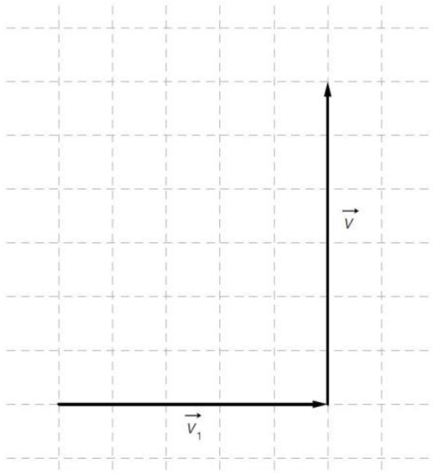
Berechnen Sie die Koordinaten von *D*!

$D = ($ ______ | ______ $)$

Vektoraddition* - 1_489, AG3.3, Konstruktionsformat

Die unten stehende Abbildung zeigt zwei Vektoren $\vec{v_1}$ und $\vec{v}$.

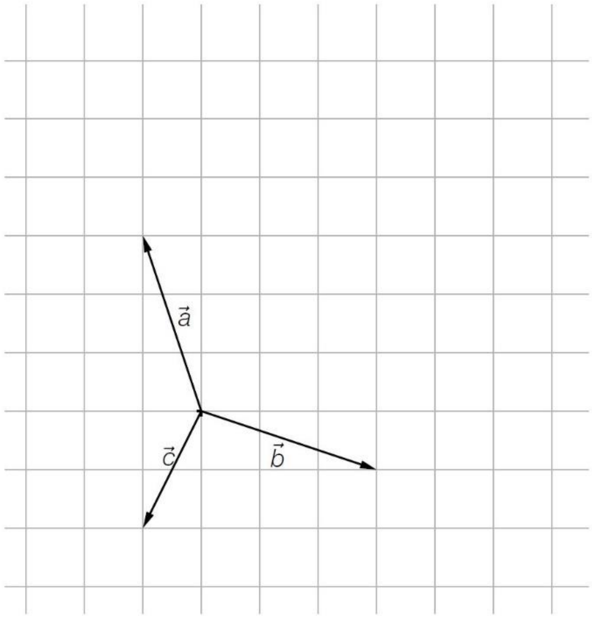
Ergänzen Sie in der Abbildung einen Vektor $\vec{v_2}$ so, dass $\vec{v_1} + \vec{v_2} = \vec{v}$ ist!



Vektoren* - 1_443, AG3.3, Konstruktionsformat

In der unten stehenden Abbildung sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ als Pfeile dargestellt.

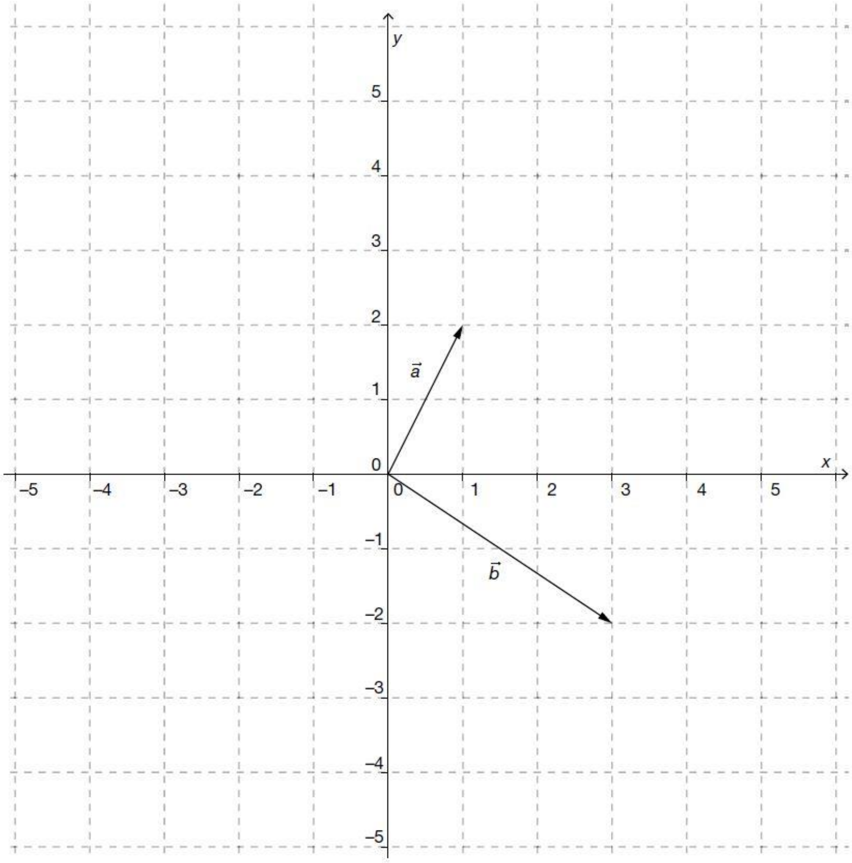
Stellen Sie den Vektor $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$ als Pfeil dar!



Vektoraddition* - 1_370, AG3.3, Konstruktionsformat

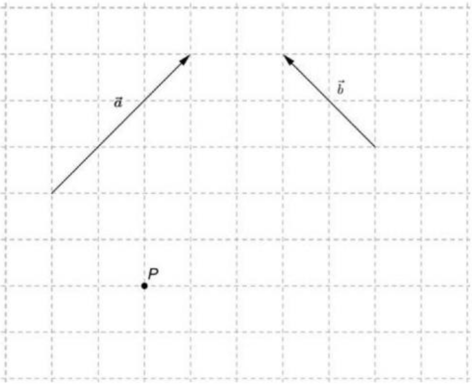
Gegeben sind die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Stellen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Vektor $\vec{s}$ mit $\vec{s} = 2 \cdot \vec{a} + \vec{b}$ als Pfeil dar!

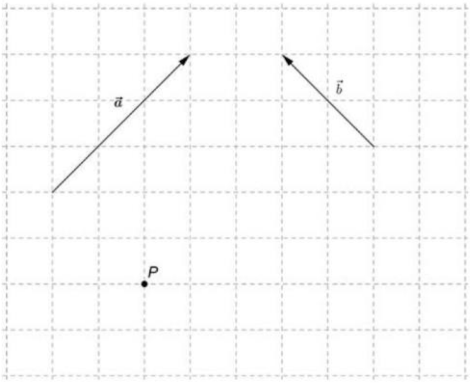


Vektorkonstruktion* - 1_346, AG3.3, Konstruktionsformat

Die Abbildung zeigt zwei als Pfeile dargestellte Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ und einen Punkt P.



Ergänzen Sie die unten stehende Abbildung um einen Pfeil, der vom Punkt P ausgeht und den Vektor $\vec{a} - \vec{b}$ darstellt!



Quadrat* - 1_834, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

Von einem Quadrat mit den Eckpunkten A, B, C und D sind der Eckpunkt $C = (5|-3)$ und der Schnittpunkt der Diagonalen $M = (3|1)$ gegeben. Die Eckpunkte A, B, C und D des Quadrats sind dabei gegen den Uhrzeigersinn angeordnet.

Ermitteln Sie die Koordinaten der Eckpunkte A und B.

$A =$ ____________________

$B =$ ____________________

Beziehung zwischen Vektoren* - 1_666, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \cdot m \\ n \end{pmatrix}$ mit $m, n \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sollen aufeinander normal stehen. Geben Sie für diesen Fall n in Abhängigkeit von m an!

$n =$ __________

Rechter Winkel* - 1_618, AG3.5, Offenes Antwortformat

Gegeben ist eine Strecke AB im $\mathbb{R}^2$ mit $A = (3|4)$ und $B = (-2|1)$.

Geben Sie einen möglichen Vektor $\vec{n} \in \mathbb{R}^2$ mit $\vec{n} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ an, der mit der Strecke AB einen rechten Winkel einschließt!

Normalvektor* - 1_441, AG3.5, Offenes Antwortformat

Gegeben sind die beiden Punkte $A = (-2|1)$ und $B = (3|-1)$.

Geben Sie einen Vektor $\vec{n}$ an, der auf den Vektor $\overrightarrow{AB}$ normal steht!

Vektoren* - 1_417, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die unbekannte Koordinate b_1 so, dass die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ normal aufeinander stehen!

b_1 = ______________________

Normalvektoren* - 1_1182, AG3.5, 2 aus 5

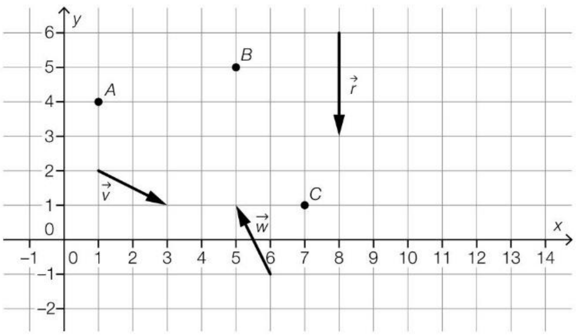
Gegeben ist der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \cdot a \end{pmatrix}$ mit $a > 1$.

Kreuzen Sie die beiden Vektoren an, die normal auf $\vec{v}$ stehen. *[2 aus 5]*

$\begin{pmatrix} -3 \cdot a \\ 7 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \cdot a \\ 3{,}5 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} -6 \cdot a^2 \\ -14 \cdot a \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3{,}5 \cdot a \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 9 \cdot a^2 \\ -21 \cdot a \end{pmatrix}$	☐

Punkte und Vektoren* - 1_1223, AG3.2, 2 aus 5

Im nachstehenden Koordinatensystem sind die drei Punkte A, B und C sowie die drei Vektoren $\vec{r}$, $\vec{v}$ und $\vec{w}$ eingezeichnet.
Die Koordinaten der Punkte und die Komponenten der Vektoren sind ganzzahlig.

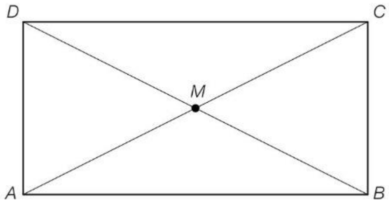


Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$A = B + t \cdot \vec{r}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☐
$B = C + t \cdot \vec{v}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☐
$C = B + t \cdot \vec{w}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☐
$B = A + t \cdot \vec{w}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☐
$C = A + t \cdot \vec{v}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☐

Vektoren im Rechteck* - 1_1224, AG3.3, 2 aus 5

Nachstehend ist ein Rechteck mit den Eckpunkten A, B, C und D dargestellt. Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen ist mit M bezeichnet.

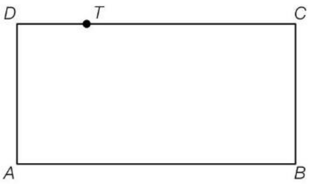


Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BD}$	☐
$\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{CM}$	☐
$\frac{3}{5} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{2}{5} \cdot \overrightarrow{AB}$	☐
$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AD}$	☐
$\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{CB}$	☐

Teilungspunkt einer Rechteckseite* - 1_1247, AG3.3, Halboffenes Antwortformat

Nachstehend ist ein Rechteck mit den Eckpunkten A, B, C und D dargestellt. Der Punkt T teilt die Strecke CD im Verhältnis 3 : 1 (siehe nachstehende Abbildung).



Für den Punkt T gilt:
$T = A + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{DA}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$

Ermitteln Sie r und s.

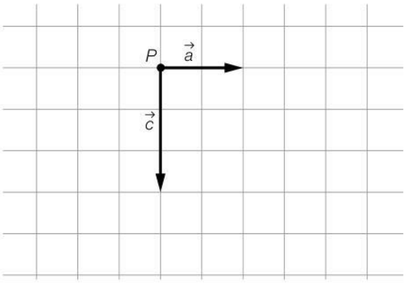
r = ________________________________

s = ________________________________

Grafische Darstellung von Vektoren* (1_1271) - AG3.3 - Konstruktionsformat

In der unten stehenden Abbildung sind die zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}$ als Pfeile ausgehend vom Punkt P dargestellt.

Zeichnen Sie ausgehend vom Punkt P den Vektor $\vec{b}$ als Pfeil so ein, dass gilt:
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$



Position eines Schiffes* (1_1319) - AG3.2 - Halboffenes Antwortformat

Ein Schiff fährt an einem bestimmten Tag von 8:10 Uhr bis 8:30 Uhr mit konstanter Geschwindigkeit einen geradlinigen Kurs.

In einem kartesischen Koordinatensystem wird die Position dieses Schiffes um 8:10 Uhr durch den Punkt $A = (2|3)$ festgelegt, die Position um 8:30 Uhr durch den Punkt $B = (10|5)$.

Der Vektor $\vec{s}$ beschreibt die Veränderung der Position dieses Schiffes in einem Zeitintervall von 5 min.

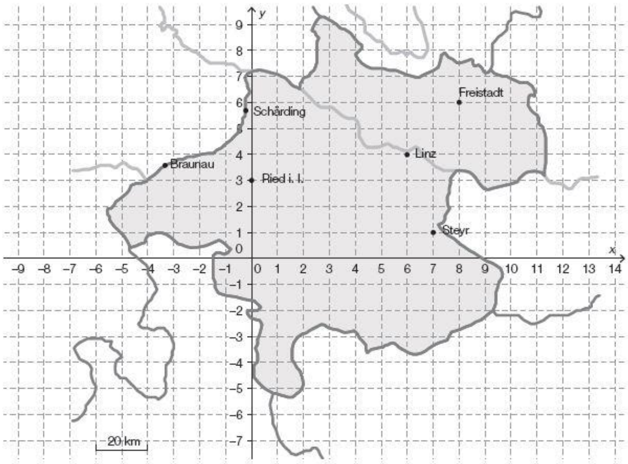
Geben Sie die Komponenten des Vektors $\vec{s}$ an.

$\vec{s} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

Rookie Level

Brieftauben * (B_355)

Die nachstehende Grafik zeigt einige Städte in Oberösterreich, in denen es Taubenzüchter/innen gibt, in einem Koordinatensystem. Dabei entspricht eine Längeneinheit im Koordinatensystem einer Entfernung von 10 Kilometern.



a) Eine Taube wird in Freistadt losgelassen und fliegt auf direktem Weg nach Steyr.

– Ermitteln Sie die Koordinaten desjenigen Vektors (Pfeil von Anfangspunkt zu Endpunkt des Fluges), der die Flugstrecke der Taube beschreibt.

b) Eine Brieftaube fliegt von Ried i. I. in ihre Heimatstadt. Dieser Flug wird durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ beschrieben.

– Lesen Sie die Heimatstadt dieser Brieftaube ab.
– Berechnen Sie den Betrag des Vektors $\vec{v}$.

c) Eine Taube startet in Linz. Sie fliegt eine Strecke von 67,08 km Länge in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

– Ermitteln Sie die Koordinaten desjenigen Vektors, den die Taube von Linz bis zu ihrem Ziel entlangfliegt. Geben Sie die Koordinaten dabei in den Längeneinheiten des obigen Koordinatensystems an.

d) Die Berechnung des Skalarprodukts zweier Vektoren im $\mathbb{R}^2$ ergibt: $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix} = 0$

– Ermitteln Sie a.

Geocaching_1 (B_244)

b) Entlang eines Rundwanderweges sind 4 Caches versteckt. Der Rundwanderweg ist annähernd durch die Koordinaten der Cacheverstecke (Einheit 1 km) dargestellt:

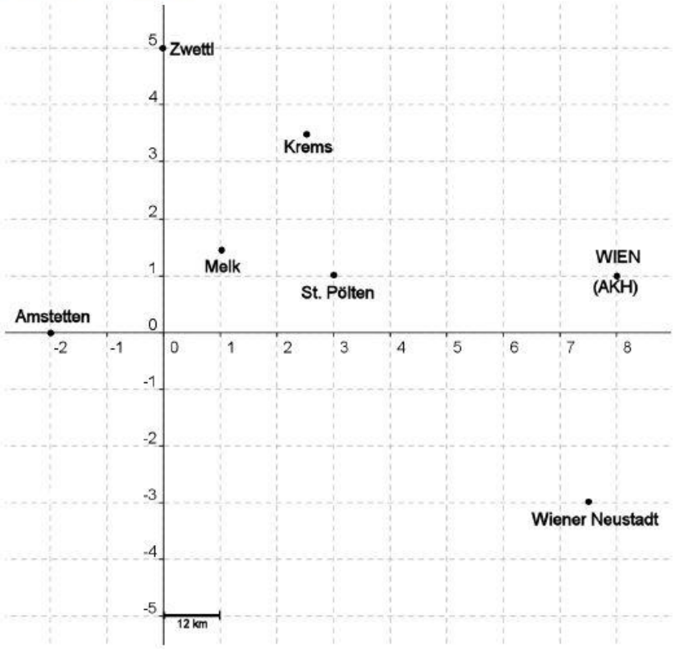
Ausgangspunkt = Endpunkt $A = (-4|3)$
Cacheverstecke $B = (-3|0)$, $C = (1|-2)$, $D = (4|1)$, $E = (2|4)$

– Zeichnen Sie den Wanderweg in ein Koordinatensystem ein.
– Stellen Sie den Vektor $\overrightarrow{AB}$ vom Ausgangspunkt zum 1. Cache auf.
– Dokumentieren Sie, wie man die Länge des Vektors $\overrightarrow{AB}$ berechnet.

Rettungshubschrauber (B_246)

Der Einsatz von Hubschraubern ermöglicht schnelle und sichere Krankentransporte.

Im nachstehenden Koordinatensystem sind Krankenhäuser eingezeichnet, die über einen Hubschrauberlandeplatz verfügen. Bei der Darstellung entspricht eine Einheit im Koordinatensystem einer Strecke von 12 km.



a) – Lesen Sie aus der obigen Abbildung die Koordinaten des Krankenhauses Krems ab.
– Stellen Sie denjenigen Vektor auf, der den geradlinigen Flug eines Hubschraubers vom Krankenhaus Krems zum AKH Wien beschreibt.

b) Ein Hubschrauber startet beim Krankenhaus Wiener Neustadt. Der Flug wird durch die folgenden Vektoren beschrieben:
Zuerst $\begin{pmatrix} -3{,}5 \\ -2 \end{pmatrix}$, dann $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ und schließlich $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

– Zeichnen Sie den Hubschrauberflug in der obigen Abbildung ein.

c) Der Vektor $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ beschreibt den Hubschrauberflug vom Krankenhaus St. Pölten zum Krankenhaus Zwettl.

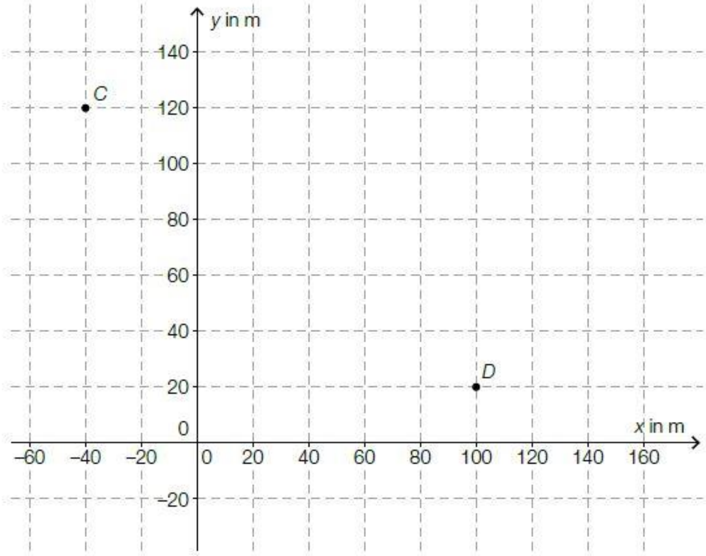
– Berechnen Sie die Länge dieses Hubschrauberflugs in Kilometern.

d) Ein Hubschrauber fliegt vom Krankenhaus Melk Richtung Krankenhaus Krems.

– Zeichnen Sie den entsprechenden Einheitsvektor dieser Richtung ausgehend vom Krankenhaus Melk in die obige Abbildung ein.
– Dokumentieren Sie, wie man diesen Einheitsvektor berechnen kann.

Strassenbau (2) * (B_408)

b) Zwischen zwei Punkten C und D soll eine geradlinige Verbindungsstraße errichtet werden (siehe nachstehendes Koordinatensystem).

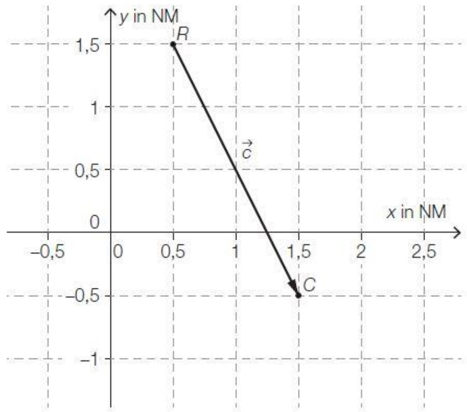


– Ermitteln Sie die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{CD}$.
– Berechnen Sie den Betrag des Vektors $\overrightarrow{CD}$.

Segeln * (B_321)

Die Entfernungen werden beim Segeln in nautischen Meilen (NM) angegeben. Die davon abgeleitete Geschwindigkeitseinheit nautische Meilen pro Stunde wird *Knoten* genannt.

b) Ein Segelboot startet im Punkt R und fährt geradlinig zum Punkt C. Dort findet eine Kursänderung statt, um den Punkt D zu erreichen.



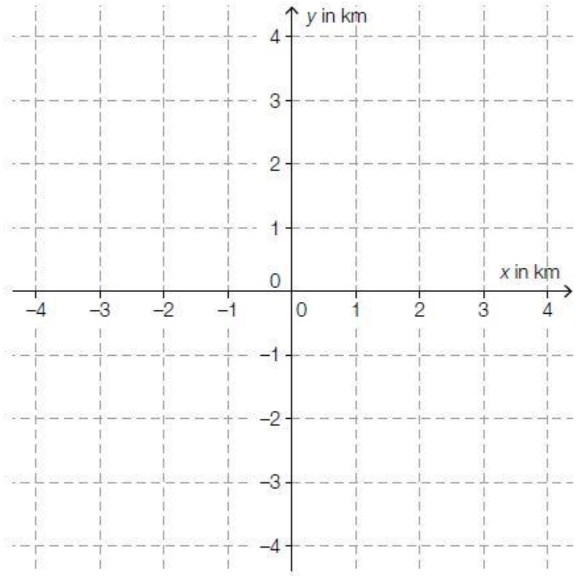
– Lesen Sie die Koordinaten des Vektors $\vec{c}$ ab.
– Zeichnen Sie den Punkt D ein, der ausgehend vom Punkt C mit dem Vektor $\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$ angefahren wird.
– Berechnen Sie das Skalarprodukt $\vec{c} \cdot \vec{d}$.
– Interpretieren Sie dieses Skalarprodukt geometrisch.

Silvesterlauf * (B_403)

a) Die ebene Laufstrecke eines Silvesterlaufs startet bei A und führt in geradlinigen Streckenabschnitten über die Kontrollpunkte B, C und D zum Ziel E.
Die Koordinaten dieser Punkte (in km) in einem rechtwinkeligen Koordinatensystem sind angegeben:

Ausgangspunkt $A = (-1|1)$
1. Kontrollpunkt $B = (1|3)$
2. Kontrollpunkt $C = (2|-2)$
3. Kontrollpunkt $D = (1|-2)$
Zielpunkt $E = (1|1)$

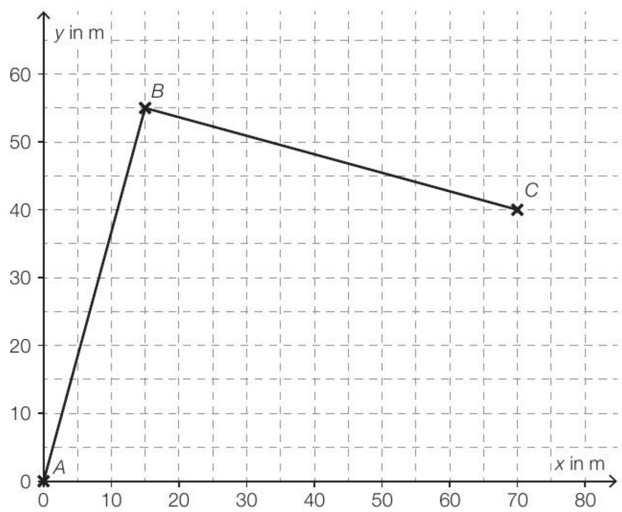
– Veranschaulichen Sie diese Laufstrecke im nachstehenden Koordinatensystem.



– Erklären Sie, warum für das folgende Skalarprodukt gilt: $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{DE} = 0$
– Ermitteln Sie die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{BC}$.
– Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{BC}$.

Stand-up-Paddling * (B_480)

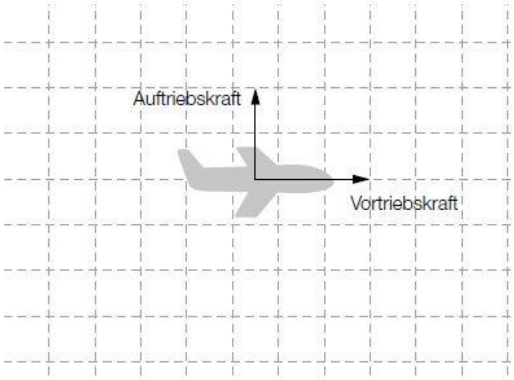
d) In einem Hafen wurde eine Stand-up-Paddling-Trainingsstrecke mit Bojen markiert. Dabei muss man vom Start im Punkt A zum Punkt B und dann zum Punkt C paddeln (siehe nachstehende Abbildung).



1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung geometrisch.
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

Papierflieger * (B_020)

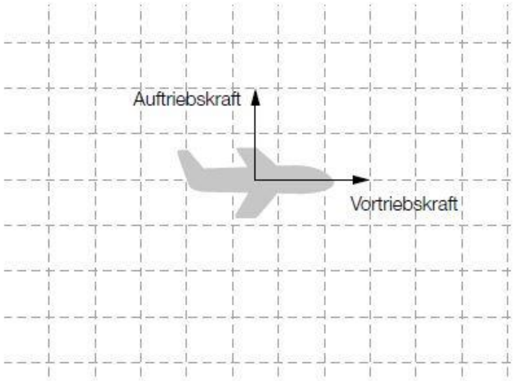
c) Bei einem angetriebenen Flugzeug wirken unter anderem die Auftriebskraft und die Vortriebskraft ein. In der nachstehenden Abbildung sind die zugehörigen Kraftvektoren als Pfeile dargestellt.



1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die aus Auftriebskraft und Vortriebskraft resultierende Kraft als Pfeil ein.

Bei einem angetriebenen Flugzeug gilt während einer Flugphase:
Der Strömungswiderstand ist der Gegenvektor zur Vortriebskraft.
Die Schwerkraft ist der Gegenvektor zur Auftriebskraft.

2) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Vektor für die Schwerkraft und den Vektor für den Strömungswiderstand als Pfeile ein.

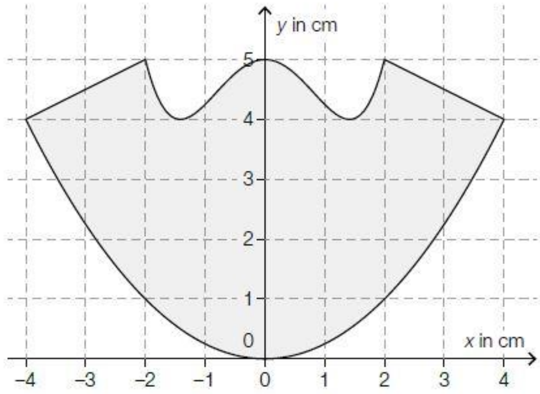


Skulptur * (B_464)

c) Auf die Deckfläche der Skulptur soll ein Viereck nach bestimmten Vorgaben gemalt werden.

Ausgehend vom Punkt (0|3) wird der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Pfeil aufgezeichnet.
Vom Endpunkt dieses Pfeils ausgehend wird nun der Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ als Pfeil aufgezeichnet.

1) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wie oben beschrieben als Pfeile ein.



Der Vektor $\vec{c}$ entsteht durch Spiegelung des Vektors $\vec{a}$ an der y-Achse.

2) Ergänzen Sie die Koordinaten dieses Vektors:

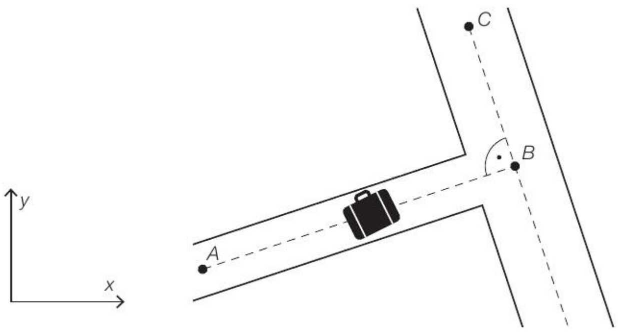
$\vec{c} = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$

Sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wie oben beschrieben als Pfeile eingezeichnet und spiegelt man diese Pfeile an der y-Achse, so entsteht das Viereck.

3) Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

Flughafen * (B_506)

c) In der nachstehenden Abbildung ist modellhaft ein Koffer auf einem Gepäckförderband dargestellt. Der Koffer bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1{,}2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ m/s vom Punkt A zum Punkt B.



1) Berechnen Sie $|\vec{v}|$ in m/min.

Anschließend bewegt sich der Koffer mit der Geschwindigkeit $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ y_w \end{pmatrix}$ m/s vom Punkt B zum Punkt C. Die beiden Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ stehen normal aufeinander.

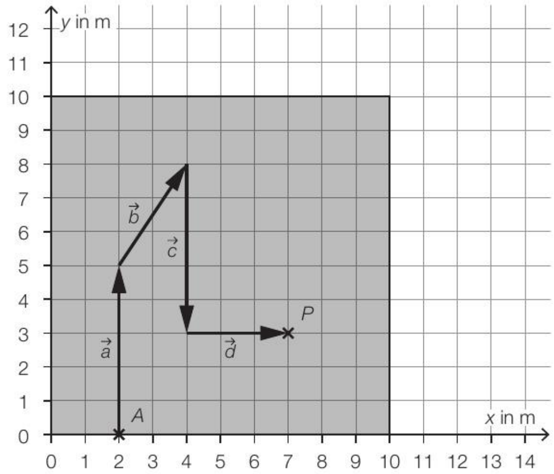
2) Ermitteln Sie y_w.

Schlosspark * (B_507)

c) Im Schlosspark gibt es ein Labyrinth aus Hecken. Der Weg durch das Labyrinth wird durch Aneinanderreihen der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \ldots, \vec{h}$ (in alphabetischer Reihenfolge) beschrieben. Dabei beginnt jeder Vektor an der Spitze des vorherigen Vektors.

Es gilt: $\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{f} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{h} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ (Maße in m)

In der nachstehenden Abbildung ist die quadratische Grundfläche des Labyrinths dargestellt. Der Startpunkt A des Weges durch das Labyrinth, die ersten vier Vektoren und der Punkt P sind bereits eingezeichnet.



1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$\vec{b} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

2) Ermitteln Sie die Länge des Weges durch das Labyrinth vom Startpunkt A zum Punkt P.

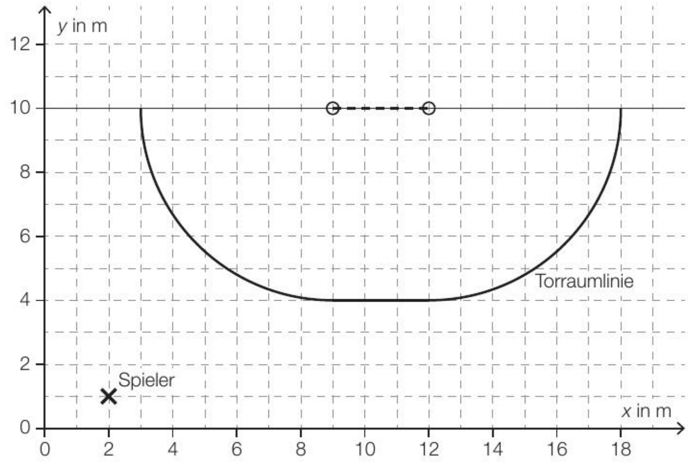
3) Vervollständigen Sie ausgehend vom Punkt P den Weg durch das Labyrinth durch Einzeichnen der Vektoren $\vec{e}, \vec{f}, \vec{g}$ und $\vec{h}$.

4) Kreuzen Sie die auf die gegebenen Vektoren nicht zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}$ sind Gegenvektoren.	☐
Die Vektoren $\vec{f}$ und $\vec{g}$ haben den gleichen Betrag.	☐
Die Vektoren $\vec{f}$ und $\vec{h}$ sind parallel.	☐
Die Vektoren $\vec{d}$ und $\vec{e}$ haben den gleichen Betrag.	☐
Die Vektoren $\vec{d}$ und $\vec{e}$ stehen normal aufeinander.	☐

Handball * (B_498)

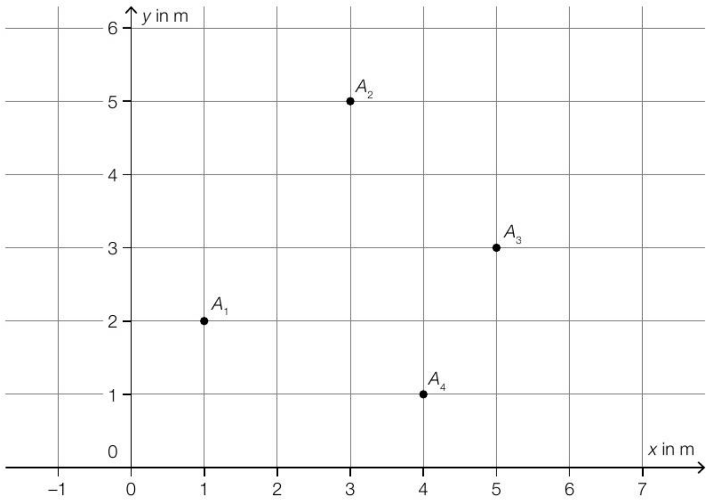
c) In der unten stehenden Abbildung ist die Position eines Spielers mit × markiert.
Ausgehend von dieser Position soll ein Spielzug eingezeichnet werden, der sich aus dem Vektor $\vec{s}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ und daran anschließend dem Vektor $\vec{s}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ zusammensetzt.



1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diesen Spielzug mithilfe von Pfeilen ein.

Zebraschnecken * (B_532)

a) Die unten stehende Abbildung zeigt die Positionen der Zebraschnecke A an vier aufeinanderfolgenden Tagen in einem Koordinatensystem (Einheiten in Metern).
Die Punkte A_1, A_2, A_3 und A_4 sind dabei die Positionen der Zebraschnecke A zu Beginn des 1., 2., 3. bzw. 4. Tages.



1) Geben Sie den Vektor vom Punkt A_2 zum Punkt A_3 an. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Entfernung, die die Zebraschnecke zurückgelegt hat, wenn sie auf dem kürzesten Weg von A_2 nach A_3 gekrochen ist. *[0/1 P.]*

Zu Beginn des 5. Tages befindet sich die Zebraschnecke im Punkt A_5.
Es gilt: $\overrightarrow{A_4A_5} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Punkt A_5 ein. *[0/1 P.]*

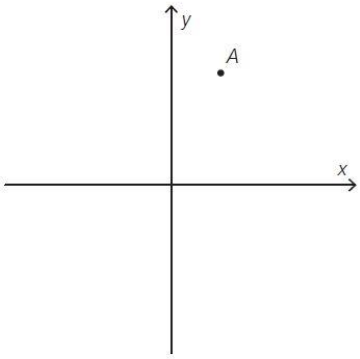
Pro Level

Roboter (2) * (B_345)

a) Roboterbewegungen werden mithilfe der Vektorrechnung modelliert.

Folgende Anweisung zur Verschiebung eines Punktes ist vorgegeben:
„Der Punkt A wird um einen Vektor $\vec{s}$ mit den Komponenten $s_x > 0$ und $s_y < 0$ in den Punkt B verschoben."

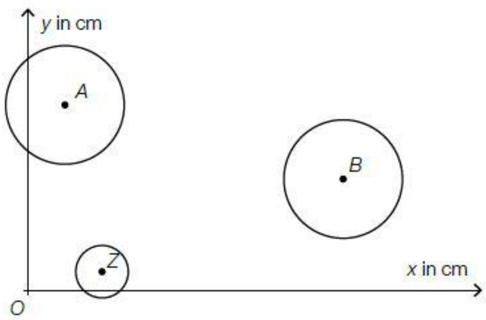
– Veranschaulichen Sie diese Anweisung, indem Sie einen möglichen Vektor $\vec{s}$ und den entsprechenden Punkt B im nachstehenden Koordinatensystem einzeichnen.



b) – Zeigen Sie, dass der Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$ ein Normalvektor des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ ist.

Boule* (B_444)

b) Für eine genauere Analyse eines Boule-Spiels wird mithilfe einer Drohne ein Luftbild aufgenommen.



$A = (2|10)$ ... Auflagepunkt der ersten Kugel
$B = (17|6)$ ... Auflagepunkt der zweiten Kugel
$Z = (4|1)$ ... Auflagepunkt der Zielkugel

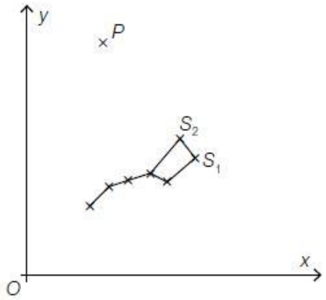
1) Berechnen Sie die Länge der Strecke BZ.

Während des Spiels bewegt sich die erste Kugel entlang der Strecke AB 3 cm in Richtung B.

2) Berechnen Sie die Koordinaten der neuen Position des Auflagepunkts der ersten Kugel.

Sternbild Grosser Wagen (1) * (B_014)

b) In der nachstehenden Abbildung sind der *Große Wagen* und der Polarstern P in einem Koordinatensystem dargestellt.



Die Position des Polarsterns P kann nach folgender Faustregel bestimmt werden:
Der Polarstern P liegt auf der Geraden, die durch die Punkte S_1 und S_2 verläuft. Der Abstand zwischen S_2 und P ist das 5-Fache der Länge der Strecke S_1S_2.

– Übertragen Sie die Faustregel mithilfe der Vektorrechnung in einen mathematischen Ausdruck zur Berechnung von P.

Es gilt: $S_1 = (5{,}5\,|\,3{,}8)$ und $S_2 = (5{,}0\,|\,4{,}4)$

– Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P.

Vektorgrafiken * (B_347)

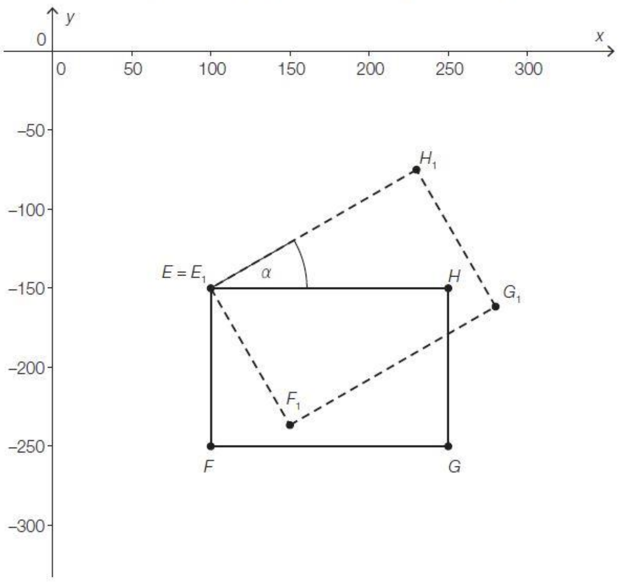
a) Rechtecke können in einer Vektorgrafik durch Angabe der Eckpunkte als geschlossene Streckenzüge definiert werden.
Es gibt zwei Rechtecke $ABCD$ mit:

- $A = (50|-100)$ und $B = (250|-250)$ sind zwei benachbarte Eckpunkte.
- Die Seite BC ist halb so lang wie die Seite AB.

– Berechnen Sie die Koordinaten des Punkts C für eines dieser Rechtecke.

b) Ein Vorteil von Vektorgrafiken ist, dass geometrische Transformationen sehr einfach und ohne Qualitätsverlust durchgeführt werden können.

Das in der nachstehenden Grafik dargestellte Rechteck $E_1F_1G_1H_1$ entstand aus dem Rechteck $EFGH$ durch Drehung um den Eckpunkt $E = (100|-150)$ gegen den Uhrzeigersinn.

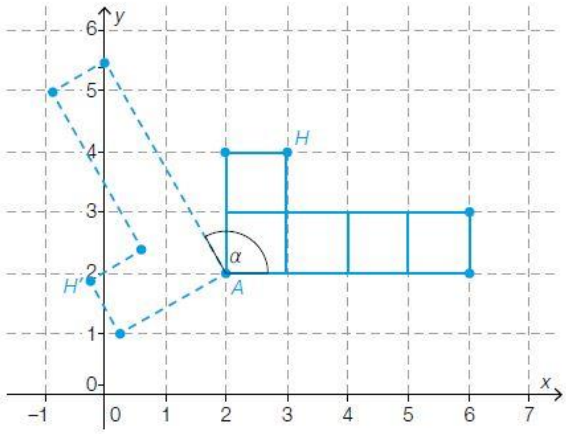


– Zeigen Sie rechnerisch unter Verwendung der Punkte $E = (100|-150)$, $H = (250|-150)$ und $H_1 = (230|-75)$, dass der Drehwinkel gerundet 30° beträgt.

c) – Zeigen Sie, dass der Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$ ein Normalvektor des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ ist.

Computerspiele (1) (B_374)

d) Im bekannten Spiel *Tetris* müssen fallende Bausteine speziell angeordnet werden. Dazu können die Bausteine gedreht werden. In der Grafik ist ein solcher L-förmiger Baustein dargestellt, der um den Eckpunkt B gegen den Uhrzeigersinn gedreht wurde.



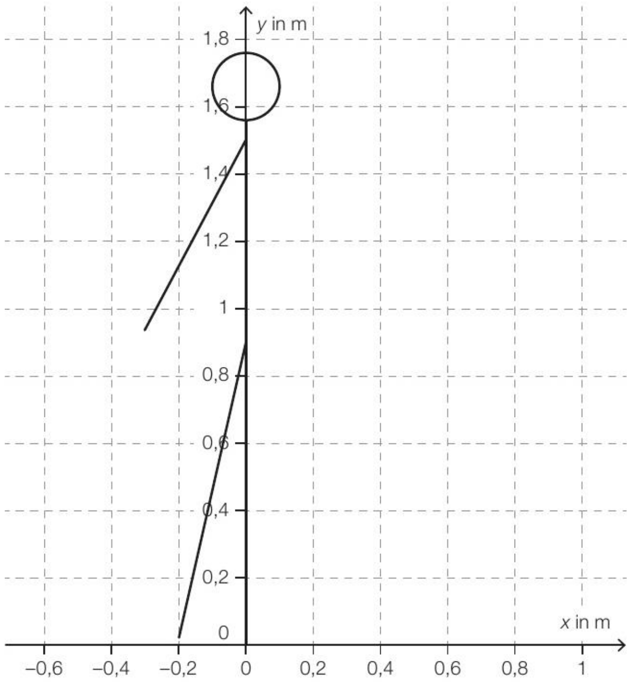
– Zeigen Sie rechnerisch unter Verwendung der Eckpunkte $A = (2|2)$, $H = (3|4)$ und $H' = (-0{,}2|1{,}6)$, dass der Drehwinkel α gerundet 126,9° beträgt.

Fitnessgymnastik * (B_494)

c) Bei einer Übung wird ein Ende eines dehnbaren Fitnessbands mit dem Fuß fixiert (Koordinatenursprung in der unten stehenden Abbildung). Das andere Ende wird mit dem in der Abbildung nicht dargestellten Arm gehalten.

Zu Beginn der Übung ist das Fitnessband ungedehnt und kann durch den Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0{,}4 \\ 1 \end{pmatrix}$ beschrieben werden (Maße in Metern).

1) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Vektor $\vec{b}$ als Pfeil ausgehend vom Koordinatenursprung ein.



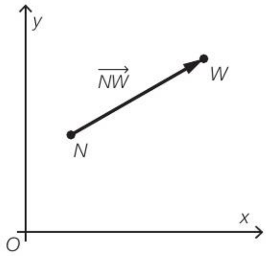
2) Berechnen Sie den Winkel, den der Vektor $\vec{b}$ mit der y-Achse einschließt.

3) Berechnen Sie die Länge des ungedehnten Fitnessbands. Runden Sie das Ergebnis auf ganze Zentimeter.

Attersee * (B_524)

c) Die beiden Orte Nußdorf und Weyregg liegen auf einander gegenüberliegenden Ufern des Attersees.

Die Schiffsanlegestellen Nußdorf (N) und Weyregg (W) sind im nachstehenden Koordinatensystem dargestellt.

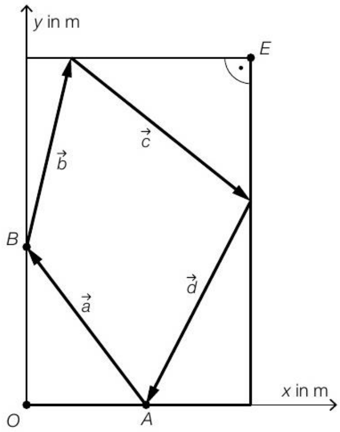


Die Entfernung zwischen den Punkten N und W beträgt 3,5 km.
Die Gerade durch die Punkte N und W hat den Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1) Ermitteln Sie den Vektor $\overrightarrow{NW}$.

Rasenmaehroboter * (B_542)

a) In der unten stehenden Abbildung ist eine rechteckige Rasenfläche in einem Koordinatensystem dargestellt.
Ein Rasenmähroboter startet bei der Ladestation im Punkt A. Seine Fahrt kann durch die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ beschrieben werden.



Es gilt: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 12 \\ -9 \end{pmatrix}$.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$E = (\square \mid \square)$ *[0/1 P.]*

2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

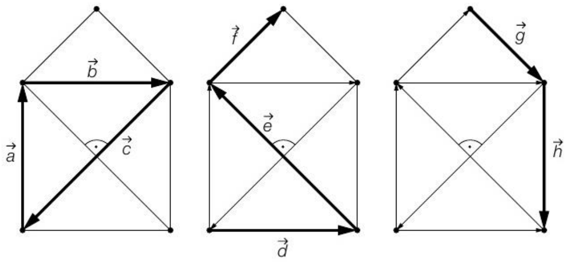
$\vec{d} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$ *[0/1 P.]*

Bei einer anderen Fahrt startet der Rasenmähroboter ebenfalls bei der Ladestation im Punkt A und fährt entlang des Vektors $\vec{a}$ zum Punkt B. Im Punkt B ändert er allerdings seine Richtung so, dass er dann geradlinig zum Punkt E fährt.

3) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Rasenmähroboter seine Fahrtrichtung im Punkt B um 90° ändert. *[0/1 P.]*

Kinderraetsel * (B_551)

a) *Das Haus vom Nikolaus* ist ein Zeichenrätsel für Kinder. Ziel ist es, ein „Haus“, das aus einem Quadrat, seinen Diagonalen und einem aufgesetzten Dreieck besteht, ohne Absetzen nachzuzeichnen.
In den nachstehenden Abbildungen ist eine Lösung durch das Zeichnen der Vektoren von $\vec{a}$ (beginnend links unten) bis $\vec{h}$ (endet rechts unten) dargestellt.



1) Kreuzen Sie die <u>nicht</u> zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$	☐
$\vec{f}+\vec{g}=\vec{b}$	☐
$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}+\vec{f}+\vec{g}+\vec{h}=\vec{d}$	☐
$\vec{e}+\vec{f}+\vec{g}+\vec{c}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$	☐
$\vec{e}+\vec{b}+\vec{h}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$	☐

2) Vervollständigen Sie den nachstehenden Ausdruck zur Berechnung der Länge von $\vec{c}$ durch Eintragen der richtigen Zahl.

$|\vec{c}|=$ __________ $\cdot|\vec{a}|$ *[0/1 P.]*

3) Begründen Sie, warum die nachstehende Gleichung gilt.
$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{e}\cdot\vec{c}$ *[0/1 P.]*

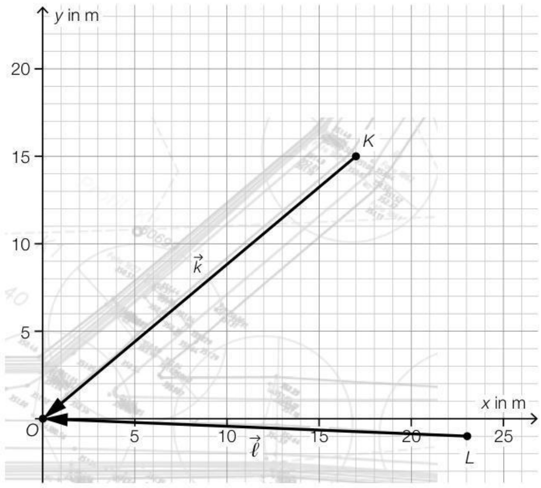
In einem bestimmten Koordinatensystem gilt: $\vec{c}=\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$.

4) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$\vec{e}=\begin{pmatrix}\square\\\square\end{pmatrix}$ *[0/1 P.]*

Der Grazbach * (B_561)

b) In der nachstehenden Abbildung ist der Bereich des Zusammenflusses in einem Vermessungsplan modellhaft dargestellt. Im Koordinatenursprung O fließen die beiden Bäche zusammen.



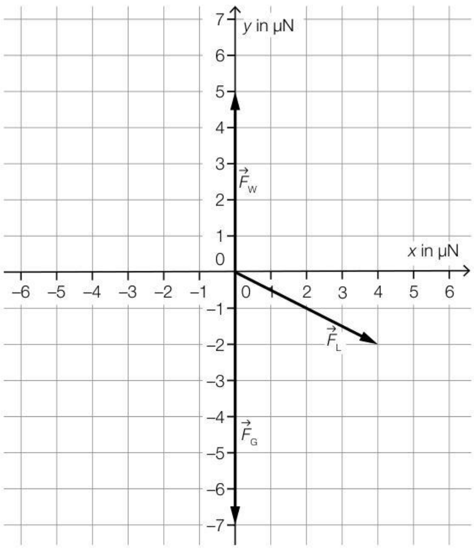
Der Kroisbach fließt vom Punkt P zum Punkt K.
Es gilt: $\overrightarrow{PK} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Punkt P ein.
2) Berechnen Sie denjenigen spitzen Winkel, den die Vektoren $\vec{\ell}$ und $\vec{k}$ miteinander einschließen.

Distelsamen * (B_552)

d) Beim Herabfallen wirken auf einen Distelsamen zu einem bestimmten Zeitpunkt die drei Kräfte $\vec{F}_G$, $\vec{F}_W$ und $\vec{F}_L$.

Die nachstehende Abbildung veranschaulicht diese drei Kräfte in einem Koordinatensystem.



1) Geben Sie die Koordinaten von $\vec{F}_L$ an.

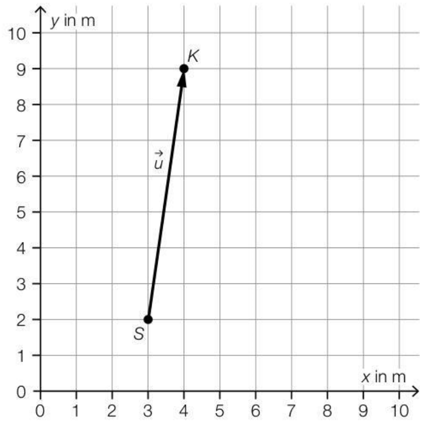
$\vec{F}_L = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

Für die resultierende Kraft $\vec{F}_R$ gilt:
$\vec{F}_R = \vec{F}_G + \vec{F}_W + \vec{F}_L$

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die resultierende Kraft $\vec{F}_R$ ausgehend vom Koordinatenursprung ein.
3) Berechnen Sie den Betrag der resultierenden Kraft $\vec{F}_R$.

Piratenschiff * (B_572)

c) Tim und Angela skizzieren einen Plan, um ihre Strategie beim Spiel *Piratenschiff* festzulegen (siehe nachstehende Abbildung).



Beide starten im Punkt S.
Tim möchte vom Punkt S geradlinig zum Punkt K laufen.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$\vec{u} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

2) Berechnen Sie die Länge des Vektors $\vec{u}$.

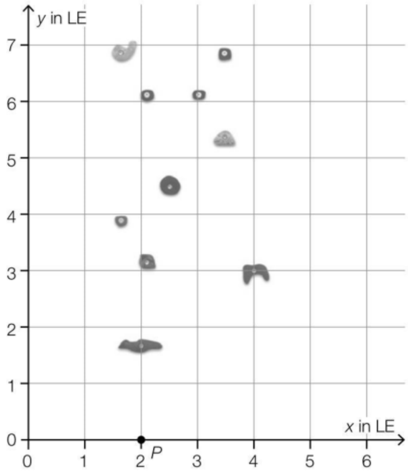
Angela folgt vom Punkt S aus dem Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Vektor $\vec{w}$ als Pfeil ausgehend vom Punkt S ein.

4) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{w}$.

Klettern * (B_584)

b) Lilli verwendet eine App zur Planung ihrer Routen beim Klettern auf einer Kletterwand. In der nachstehenden Abbildung ist die Kletterwand mit Griffen und Tritten in einem Koordinatensystem dargestellt.



x, y ... Koordinaten in Längeneinheiten (LE)

Lilli plant eine Route für einen Aufstieg. Sie startet im Punkt P, danach führt die Route über die Punkte Q und R zum Punkt S.

Es gilt: $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1{,}8 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1{,}2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{RS} = \begin{pmatrix} -1{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diese Route als Abfolge von Vektoren ein.

2) Berechnen Sie den Betrag des Vektors $\overrightarrow{QR}$.

3) Ermitteln Sie den Vektor $\overrightarrow{PS}$.

$\overrightarrow{PS} = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$

Flugzeuge (3) * (B_598)

b) Zwei Flugzeuge fliegen in gleicher, konstant bleibender Höhe mit jeweils konstanter Geschwindigkeit.
Die Kurse der zwei Flugzeuge können dabei modellhaft in der Ansicht von oben als Vektoren dargestellt werden.

Das erste Flugzeug fliegt in 12 min vom Punkt *A* zum Punkt *B*. Sein Kurs kann durch den Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 90 \\ 70 \end{pmatrix}$ (in km) beschrieben werden.

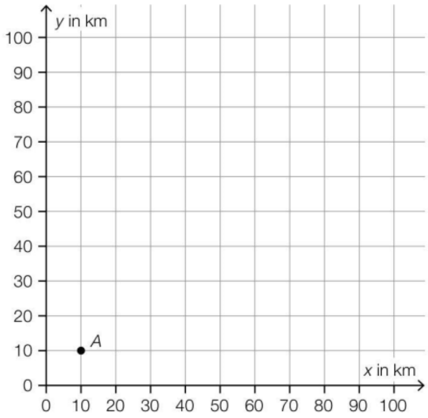
1) Berechnen Sie die Geschwindigkeit dieses Flugzeugs auf seinem Weg von *A* nach *B* in km/h.

Das zweite Flugzeug fliegt vom Punkt *A* zum Punkt *C* einen Kurs, der durch den Vektor $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \end{pmatrix}$ (in km) beschrieben werden kann.

2) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$.

Das zweite Flugzeug fliegt vom Punkt *C* aus direkt zum Punkt *B*.

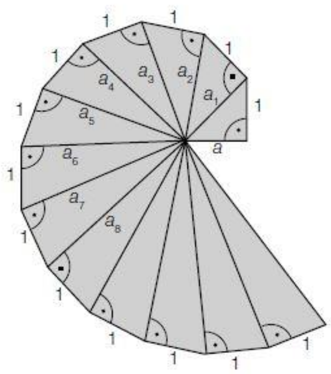
3) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Vektor $\overrightarrow{CB}$ als Pfeil ausgehend vom Punkt *C* ein.



All Star Level

Ammoniten (B_371)

a) Eine Näherung der Querschnittsfläche eines Gehäuses ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



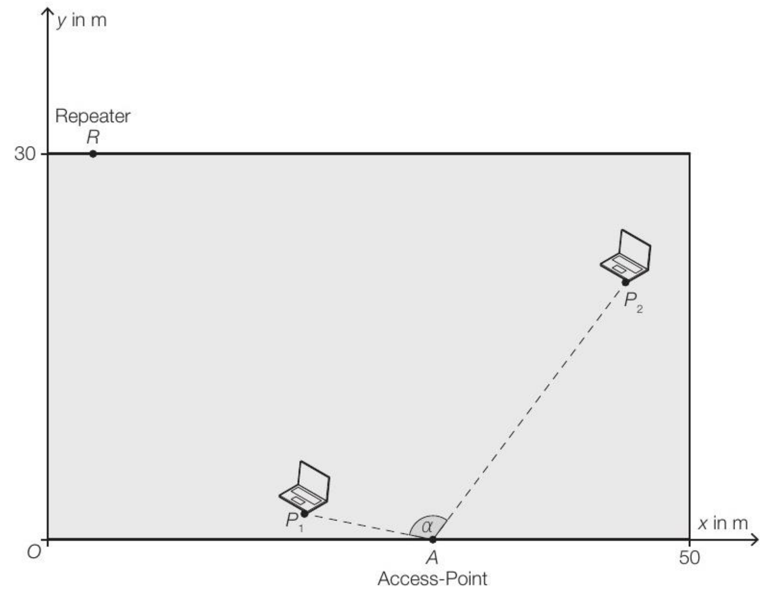
– Zeigen Sie, dass $a_3 = \sqrt{(a^2 + 3)}$ ist.

Jemand möchte auf seinem Computerbildschirm das Gehäuse eines Ammoniten als Bildschirmschoner programmieren. Er konstruiert dazu ein Dreieck mit den Eckpunkten $A = (0|0)$, $B = (5|0)$ und $C = (5|4)$.
Dieses Dreieck soll in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ um 7 Einheiten verschoben werden.

– Berechnen Sie die Koordinaten A', B' und C' des Dreiecks nach der Verschiebung.

W-LAN * (B_475)

c) Im Rahmen einer Testinstallation werden in der Fabrikshalle ein Access-Point, ein Repeater und 2 Laptops auf gleich hohe Tische gestellt (siehe nachstehende schematische Abbildung, Ansicht von oben).



Im Punkt $A = (30|0)$ befindet sich der Access-Point. Die Laptops in den Punkten $P_1 = (20|2)$ und $P_2 = (45|20)$ sollen diesen Access-Point nützen können.

1) Zeigen Sie mithilfe der Vektorrechnung, dass der Winkel α kleiner als 120° ist.

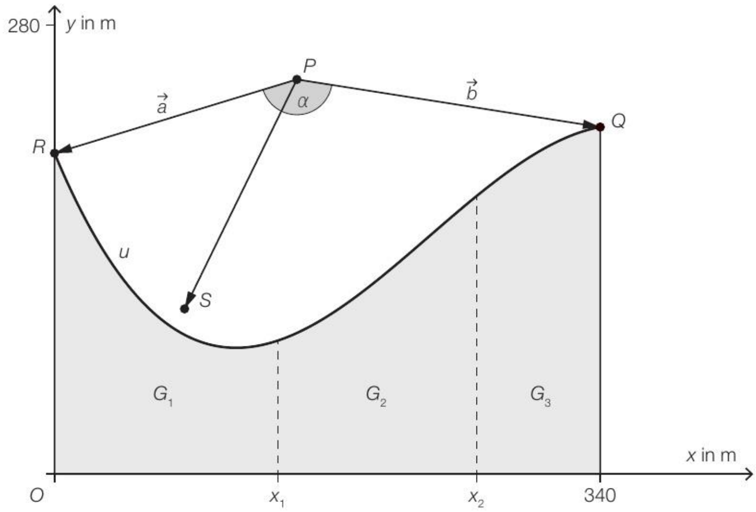
2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Punkt P_3 ein, der folgendermaßen bestimmt werden kann:
$\overrightarrow{OP_3} = \overrightarrow{OP_2} - \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{P_1P_2}$

Ein Repeater soll im Punkt $R = (x_R|30)$ in einem Abstand von 40 m vom Access-Point im Punkt A montiert werden (siehe obige Abbildung).

3) Berechnen Sie x_R.

Grundstueck am See * (B_301)

Drei Geschwister erwerben ein Grundstück am See. Sie unterteilen das Grundstück in die 3 Grundstücke G_1, G_2 und G_3 (siehe nachstehende Abbildung).



Die Uferbegrenzungslinie wird näherungsweise durch den Graphen der Funktion u beschrieben.

a) Jemand fotografiert von einem Boot im Punkt P aus das Ufer des Grundstücks. Damit die Uferbegrenzungslinie zwischen den Punkten R und Q auf dem Foto ist, muss das Objektiv den Winkel α erfassen können.

1) Stellen Sie mithilfe von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

$\alpha =$ ______________________________

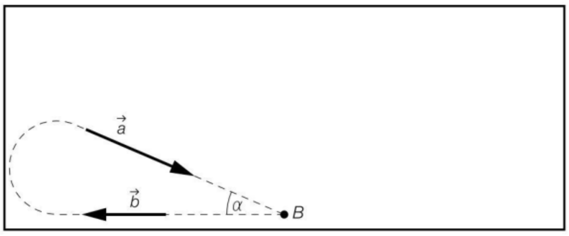
Das Boot fährt geradlinig mit einer konstanten Geschwindigkeit v (in m/s) vom Punkt P zum Punkt S.

2) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{|\overrightarrow{PS}|}{v}$$

Pferdesport * (B_578)

a) Bei der Übung *In der Ecke kehrt* muss, ausgehend vom Punkt B, die strichliert dargestellte Figur geritten werden. (Siehe nachstehende Abbildung in der Ansicht von oben.)

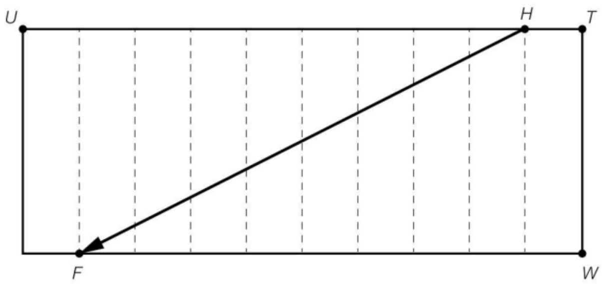


Am Beginn der Figur bewegt sich das Pferd geradlinig in Richtung des Vektors $\vec{b}$, am Ende der Figur geradlinig in Richtung des Vektors $\vec{a}$.

1) Stellen Sie mithilfe der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

α = ____________________

Bei der Übung *Durch die ganze Bahn wechseln* wird vom Punkt H zum Punkt F geritten. Die Strecke UT wird durch die strichliert eingezeichneten Markierungen in 10 gleich große Teile geteilt. (Siehe nachstehende Abbildung in der Ansicht von oben.)

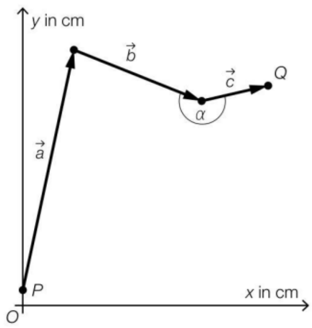


2) Stellen Sie mithilfe der Vektoren $\overrightarrow{TU}$ und $\overrightarrow{WT}$ eine Formel zur Berechnung des Vektors $\overrightarrow{HF}$ auf.

$\overrightarrow{HF}$ = ____________________

Schreibtischlampen * (B_588)

a) Eine bestimmte Schreibtischlampe besteht aus 3 beweglichen, geraden Armen (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: https://www.lampenwelt.at/paul-neuhaus-q-hannes-led-tischleuchte.html [06.12.2019].

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Vektor $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ als Pfeil ausgehend vom Punkt P ein.

2) Stellen Sie mithilfe von $\vec{b}$ und $\vec{c}$ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

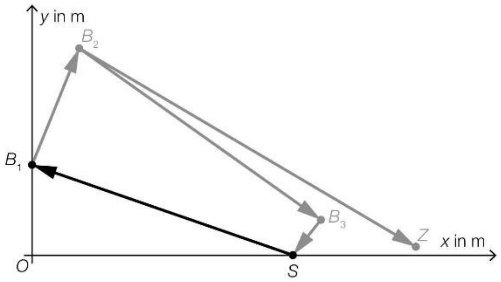
α = ____________________________________

Es gilt: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 10 \\ 47 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 25 \\ -10 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 13 \\ 3 \end{pmatrix}$

3) Berechnen Sie die Länge des Vektors $\overrightarrow{PQ}$.

Triathlon* (2_129)

a) Der Verlauf der Schwimmstrecke eines bestimmten Triathlons ist in der nachstehenden Abbildung modellhaft dargestellt. Der Schwimmbewerb startet im Punkt S und endet im Punkt Z, dazwischen müssen die Kontrollpunkte B_1, B_2, B_3, S, B_1 und B_2 in genau dieser Reihenfolge erreicht werden.



Die Entfernung vom Punkt $S = (600|0)$ zum Punkt B_1 beträgt 700 m.

1) Berechnen Sie die y-Koordinate von B_1.

$B_1 = (0|\boxed{})$

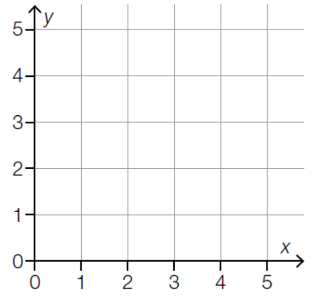
Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 4 Aufgabe 1

Gegeben sind die Vektoren $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabenstellung:

– Zeichnen Sie in der unten stehenden Abbildung $\vec{w}$, $\vec{s}$ sowie $\vec{v} = \vec{w} + \vec{s}$ ausgehend vom Koordinatenursprung ein und geben Sie die Koordinaten von $\vec{v}$ an.



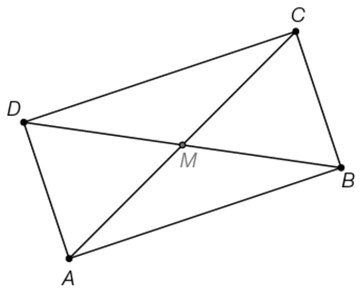
Leitfrage:

– Ermitteln Sie die Länge v des Vektors $\vec{v}$.

– Ermitteln Sie denjenigen Winkel α, den der Vektor $\vec{v}$ mit der x-Achse einschließt.

AHS Mai 2019 Kompensationsprüfung 7 Aufgabe 1

Die nachstehende Abbildung zeigt ein Rechteck $ABCD$, dessen Länge doppelt so groß wie die Breite ist. M ist der Schnittpunkt der beiden Diagonalen.



Geben Sie an, welche der nachstehenden Aussagen falsch ist/sind, und stellen Sie die falsche(n) Aussage(n) richtig!

Aussage 1: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

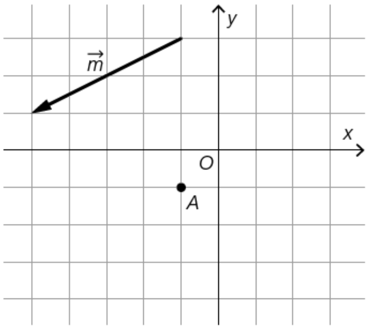
Aussage 2: $D - \overrightarrow{BC} = A$

Aussage 3: $B + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BM}$

Aussage 4: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 0$

AHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 1

b) In der nachstehenden Abbildung sind der Punkt A und der Vektor $\vec{m}$ dargestellt.



1) Zeichnen Sie den Punkt B so ein, dass gilt: $B = A - 0{,}5 \cdot \vec{m}$

c) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} w \\ 8 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ v \end{pmatrix}$ mit $v, w \in \mathbb{R}$.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für alle $v, w \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ jedenfalls _____①_____, wenn gilt: _____②_____.

①	
parallel	☐
normal aufeinander	☐
gleich lang	☐

②	
$w = -2 \cdot v$	☐
$w = v$	☐
$2 \cdot w = v$	☐

Lösungen

Grundkompetenzen

Lösungserwartung: Himmelsrichtungen* - 1_761, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

$\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$

Lösungserwartung: Dreieck verschieben* - 1_806, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

$C_1 = (5|6)$

Lösungserwartung: Teilungspunkt* - 1_539, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

Mögliche Formeln:

$T = A + \frac{3}{5} \cdot \overrightarrow{AB}$

oder:

$T = \frac{2}{5} \cdot A + \frac{3}{5} \cdot B$

Lösungserwartung: Vektoren* - 1_785, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

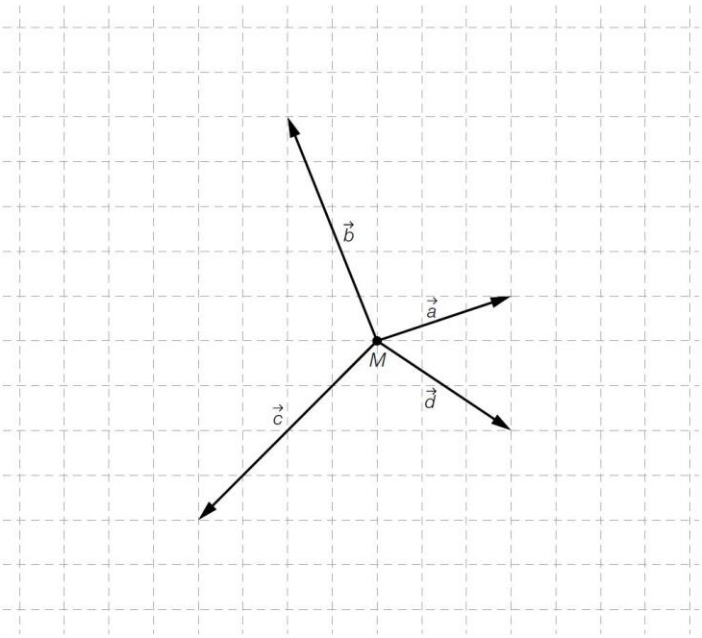
$\overrightarrow{PQ}$	E
$\overrightarrow{PR}$	A
$\overrightarrow{QR}$	C
$\overrightarrow{PS}$	D

A	$2 \cdot \vec{u} - \vec{v}$
B	$2 \cdot \vec{v} - \vec{u}$
C	$-\vec{v}$
D	$2 \cdot \vec{v} + \vec{u}$
E	$2 \cdot \vec{u}$
F	$2 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$

Lösungserwartung: Darstellung im Koordinatensystem* - 1_712, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

$t = -5$

Lösungserwartung: Kräfte* - 1_617, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

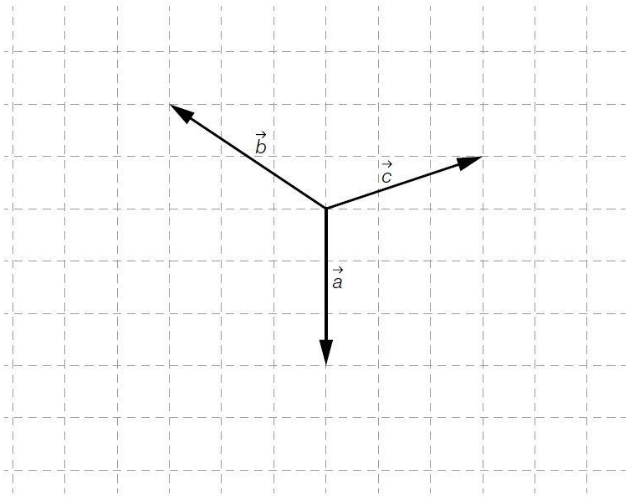


Lösungserwartung: Orthogonale Vektoren* - 1_593, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

Mögliche Vorgehensweise:

$\vec{d} \cdot \vec{c} = 0 \quad \Rightarrow \quad (2 - x) - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -4$

Lösungserwartung: Vektoren in der Ebene* - 1_570, AG3.5, Halboffenes Antwortformat



Lösungserwartung: Trapez* - 1_538, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AB} = t \cdot \overrightarrow{CD} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ y - 2 \end{pmatrix}$

$8 = -6 \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{4}{3}$

somit:

$4 = -\frac{4}{3} \cdot (y - 2) \quad \Rightarrow \quad y = -1$

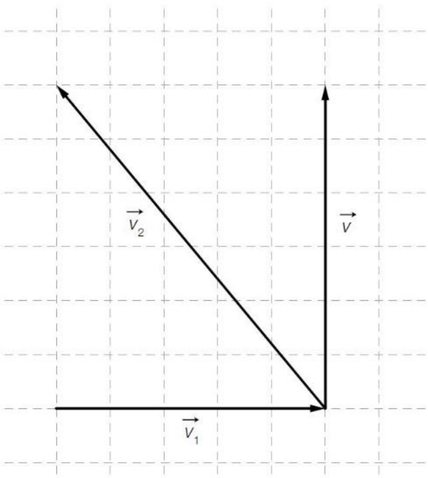
Lösungserwartung: Vektoren* - 1_515, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

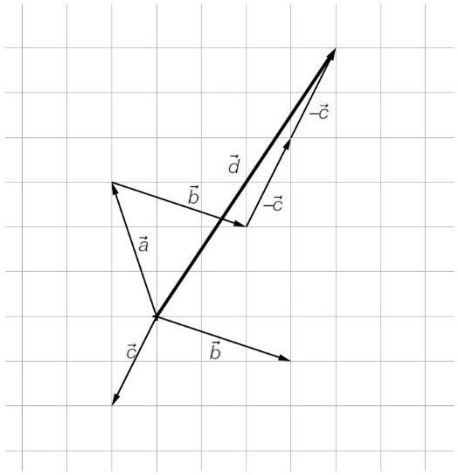
$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

$D = C + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC} \quad \Rightarrow \quad D = (9|11{,}5)$

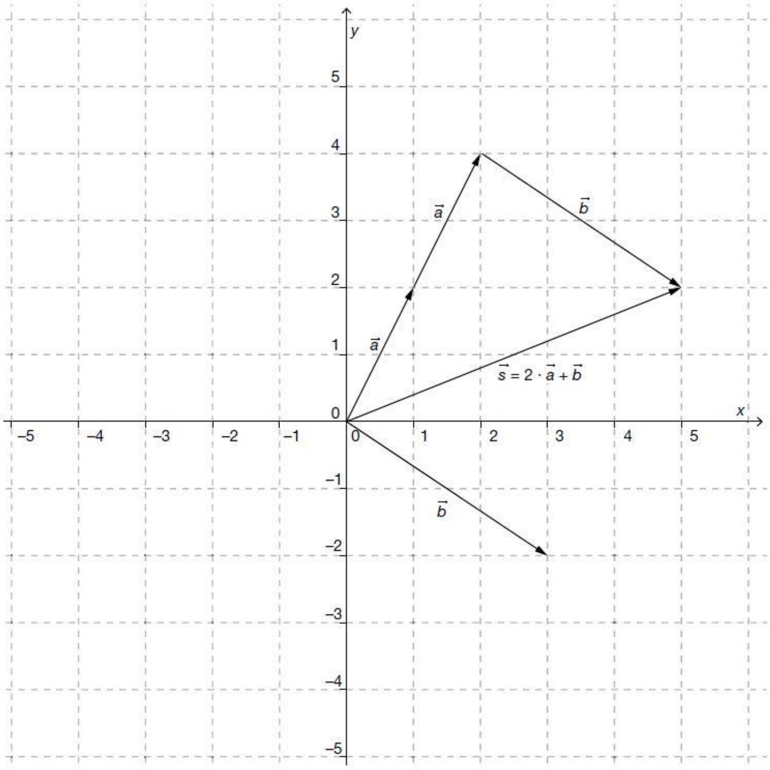
Lösungserwartung: Vektoraddition* - 1_489, AG3.5, Halboffenes Antwortformat



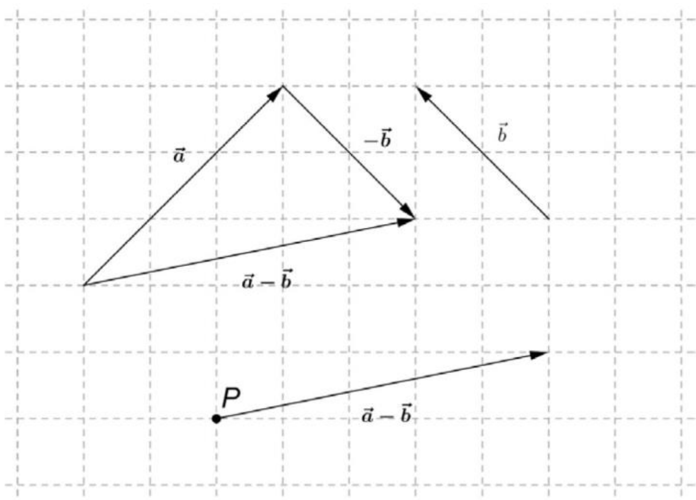
Lösungserwartung: Vektoren* - 1_443, AG3.5, Halboffenes Antwortformat



Lösungserwartung: Vektoraddition* - 1_370, AG3.5, Halboffenes Antwortformat



Lösungserwartung: Vektorkonstruktion* - 1_346, AG3.5, Halboffenes Antwortformat



Lösungserwartung: Quadrat* - 1_834, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

$A = (1|5)$
$B = (-1|-1)$

Lösungserwartung: Beziehung zwischen Vektoren* - 1_666, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

$n = -26 \cdot m$

Lösungserwartung: Rechter Winkel* - 1_618, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

möglicher Vektor: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

Lösungserwartung: Normalvektor* - 1_441, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Lösungserwartung: Vektoren* - 1_417, AG3.5, Halboffenes Antwortformat

$b_1 = 6$

Lösungserwartung: Normalvektoren* - 1_1182, AG1.1, 2 aus 5

$\begin{pmatrix} 1,5 \cdot a \\ 3,5 \end{pmatrix}$	☒
$\begin{pmatrix} -6 \cdot a^2 \\ -14 \cdot a \end{pmatrix}$	☒

Lösungserwartung: Punkte und Vektoren* - 1_1223, WS2.2, Halboffenes Antwortformat

$C = B + t \cdot \vec{w}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☒
$C = A + t \cdot \vec{v}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	☒

Lösungserwartung: Vektoren im Rechteck* - 1_1224, WS2.2, Halboffenes Antwortformat

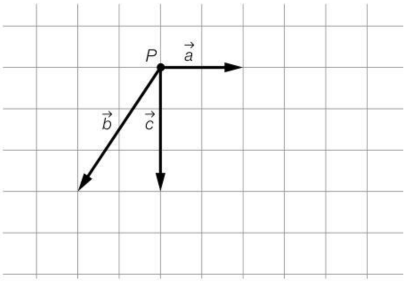
$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BD}$	☒
$\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{CB}$	☒

Lösungserwartung: Teilungspunkt einer Rechteckseite* - 1_1247, AG3.4, Lückentext

$r = \frac{1}{4}$

$s = -1$

Lösung: Grafische Darstellung von Vektoren* (1_1271)



Lösung: Position eines Schiffes* (1_1319)

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \boxed{2} \\ \boxed{0{,}5} \end{pmatrix}$$

Rookie Level

Brieftauben * (B_355) Lösung

a) Freistadt: $F = (8|6)$
Steyr: $S = (7|1)$
$\overrightarrow{FS} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$

b) Heimatstadt dieser Brieftaube: Freistadt (8|6)

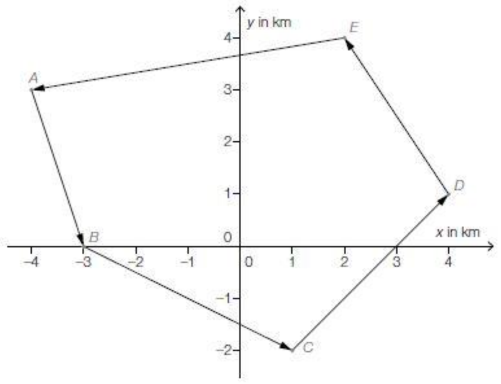
$|\vec{v}| = \sqrt{8^2 + 3^2} = 8{,}544\ldots \approx 8{,}54$

c) Einheitsvektor: $\vec{e} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$
$6{,}708 \cdot \vec{e} = \frac{6{,}708}{\sqrt{5}} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \approx 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

d) $3 \cdot 2 + (-1) \cdot a = 0 \Rightarrow a = 6$

Geocaching (B_244) Lösung

b)



$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\left|\overrightarrow{AB}\right|$ = Länge (Betrag) des Vektors

Die Berechnung erfolgt mit dem pythagoräischen Lehrsatz, wobei als Katheten des rechtwinkeligen Dreiecks die Koordinaten des Vektors eingesetzt werden.

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2}$

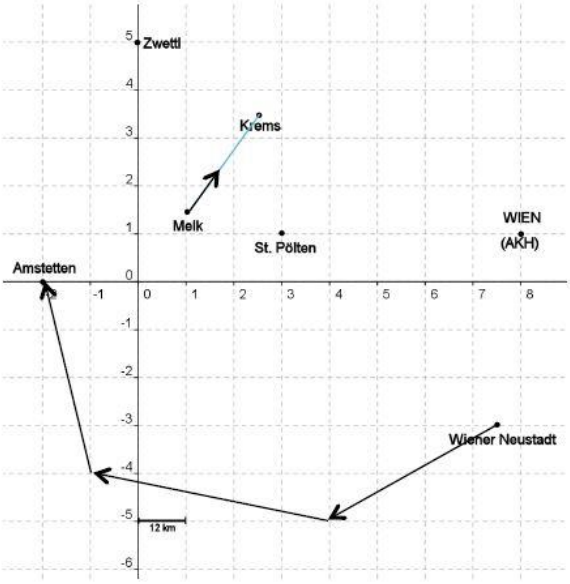
Rettungshubschrauber (B_246) Lösung

a) Krems (2,5 | 3,5) *Ablesetoleranz: ± 0,1 Einheiten*

Krems – Wien: $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2,5 \\ 3,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5,5 \\ -2,5 \end{pmatrix}$

Lösung auch grafisch möglich.

b)



c) St. Pölten – Zwettl = $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Länge (Betrag) = 5 Einheiten, das entspricht einer Entfernung von 60 km Luftlinie.

d) Die Koordinaten des Vektors Melk – Krems werden durch den Betrag dieses Vektors dividiert.

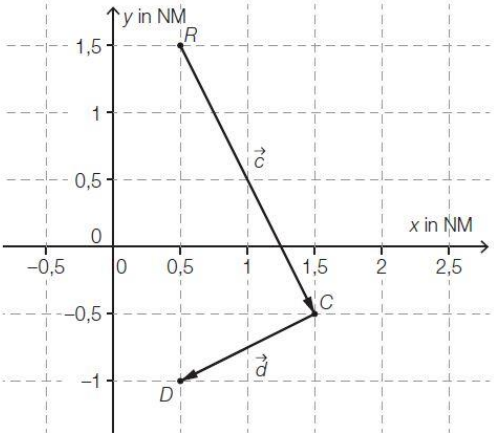
Strassenbau (2) * (B_408) Lösung

b) $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 100 \\ 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -40 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ -100 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{140^2 + (-100)^2} = 172,0... \approx 172$

Segeln * (B_321) Lösung

b) $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

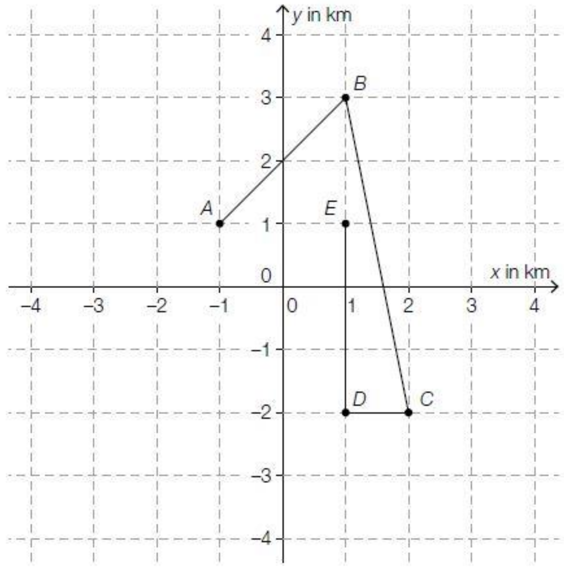


$\vec{c} \cdot \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -0,5 \end{pmatrix} = 0$

Die beiden Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ stehen normal aufeinander.

Silvesterlauf * (B_403) Lösung

a)



Das Skalarprodukt $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{DE} = 0$, weil die beiden Vektoren normal aufeinander stehen.

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\overline{BC} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} = 5{,}09...$

Die Streckenlänge $\overline{BC}$ beträgt rund 5,1 km.

Stand-up-Paddling * (B_480) Lösung

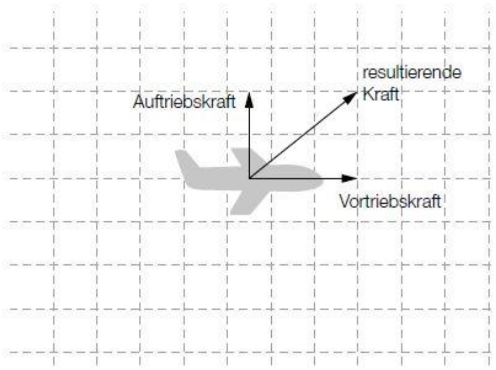
d1) Die beiden Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BC}$ stehen normal aufeinander.

oder:

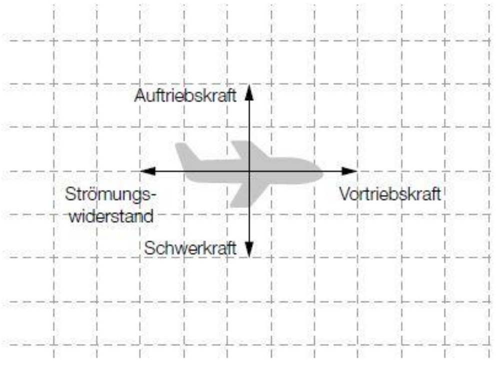
Die Richtungsänderung im Punkt B beträgt 90°.

Papierflieger * (B_020) Lösung

c1)



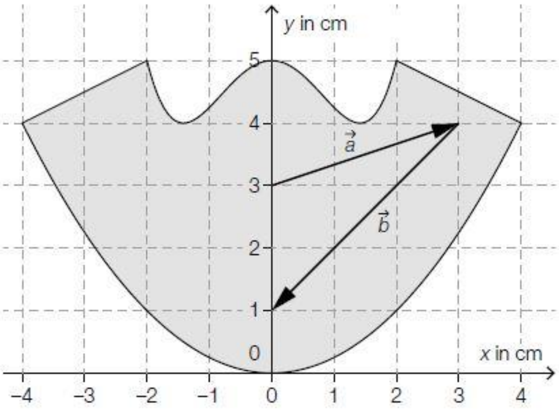
c2)



Sind die Vektoren als Pfeile ausgehend von anderen Anfangspunkten eingezeichnet, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.

Skulptur * (B_464) Lösung

c1)



c2) $\vec{c} = \begin{pmatrix} \boxed{-3} \\ \boxed{1} \end{pmatrix}$

c3) $A = 18 - 3 - 9 = 6$

Der Flächeninhalt beträgt 6 cm².

Flughafen * (B_506) Lösung

c1) $|\vec{v}| = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}5^2} = 1{,}3$

1,3 m/s = 78 m/min

c2) $\vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{pmatrix} 1{,}2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ y_w \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad -1{,}2 + 0{,}5 \cdot y_w = 0 \quad \Rightarrow \quad y_w = 2{,}4$

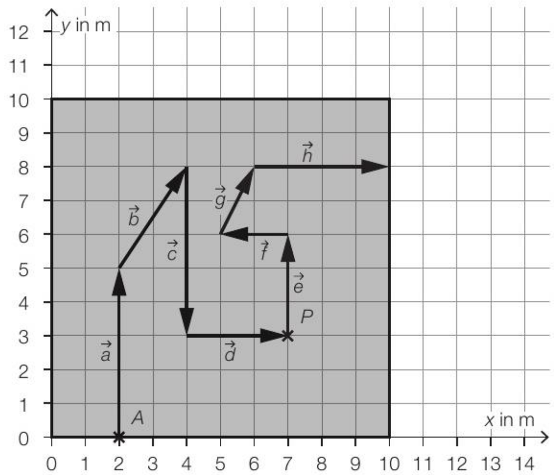
Schlosspark * (B_507) Lösung

c1) $\vec{b} = \begin{pmatrix} \boxed{2} \\ \boxed{3} \end{pmatrix}$

c2) $5 + \sqrt{2^2 + 3^2} + 5 + 3 = 16{,}60...$

Die Länge des Weges durch das Labyrinth vom Startpunkt A zum Punkt P beträgt rund 16,6 m.

c3)

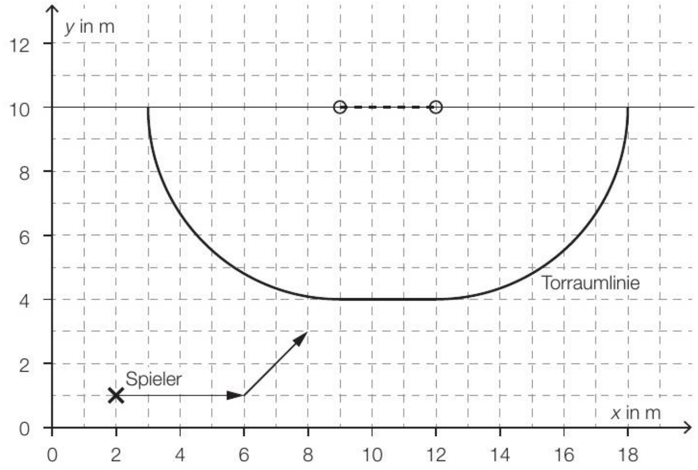


c4)

Die Vektoren $\vec{f}$ und $\vec{g}$ haben den gleichen Betrag.	☒

Handball * (B_498) Lösung

c1)



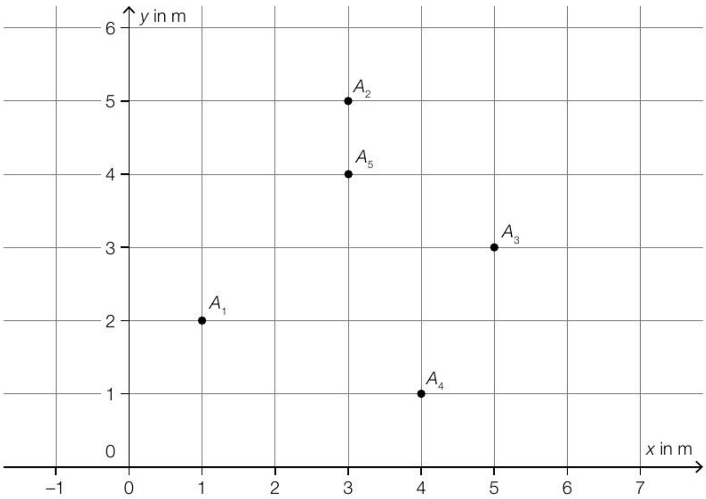
Zebraschnecken * (B_532) Lösung

a1) $\overrightarrow{A_2A_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

a2) $\left|\overrightarrow{A_2A_3}\right| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2{,}82...$

Die Entfernung beträgt rund 2,8 m.

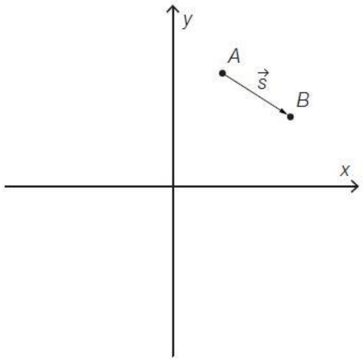
a3)



Pro Level

Roboter (2) * (B_345) Lösung

a) Zum Beispiel:



b) Für das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{n}$ gilt:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix} = -a_x \cdot a_y + a_y \cdot a_x = 0$$

Da das Skalarprodukt der beiden Vektoren 0 ist, stehen sie normal aufeinander.

Boule * (B_444) Lösung

b1) $\overline{BZ} = \sqrt{13^2 + 5^2} = 13{,}92...$

Die Länge der Strecke *BZ* beträgt rund 13,9 cm.

b2) Ansatz: $A_{neu} = A + 3 \cdot \overrightarrow{AB}_0$ *oder* $\overrightarrow{OA}_{neu} = \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \overrightarrow{AB}_0$

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{15^2 + 4^2} = \sqrt{241}$

$\overrightarrow{AB}_0 = \frac{1}{\sqrt{241}} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix}$

$A_{neu} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} + \frac{3}{\sqrt{241}} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}89... \\ 9{,}22... \end{pmatrix}$

Der neue Auflagepunkt der ersten Kugel hat gerundet die Koordinaten (4,9|9,2).

Sternbild Grosser Wagen (1) * (B_014) Lösung

b) $S_2 + 5 \cdot \overrightarrow{S_1S_2}$ *oder* $\overrightarrow{OS_2} + 5 \cdot \overrightarrow{S_1S_2}$

$\begin{pmatrix} 5{,}0 \\ 4{,}4 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 0{,}6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 7{,}4 \end{pmatrix}$

$P = (2{,}5|7{,}4)$

Vektorgrafiken * (B_347) Lösung

a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 200 \\ -150 \end{pmatrix}$

Normalvektor zu $\overrightarrow{AB}$ mit halber Länge: $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 75 \\ 100 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 325 \\ -150 \end{pmatrix}$

Der Punkt *C* hat die Koordinaten (325|−150).

Auftragen des Normalvektors in die andere Richtung ist ebenfalls zulässig. Man erhält dann: C = (175|−350).

b) $\overrightarrow{EH} = \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EH_1} = \begin{pmatrix} 130 \\ 75 \end{pmatrix}$

$$\cos(\alpha) = \frac{\overrightarrow{EH} \cdot \overrightarrow{EH_1}}{|\overrightarrow{EH}| \cdot |\overrightarrow{EH_1}|} \Rightarrow \alpha = 29{,}98\ldots° \approx 30°$$

c) Für das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{n}$ gilt:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix} = -a_x \cdot a_y + a_y \cdot a_x = 0$$

Da das Skalarprodukt der beiden Vektoren 0 ist, stehen sie normal aufeinander.

Computerspiele (1) (B_374) Lösung

d) $\overrightarrow{AH} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AH'} = \begin{pmatrix} -0{,}2 \\ 1{,}6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2{,}2 \\ -0{,}4 \end{pmatrix}$

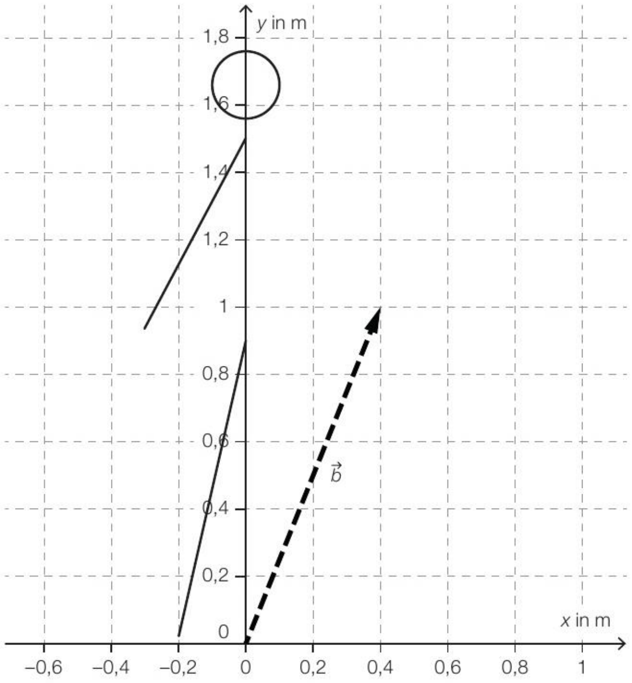
$\cos(\alpha) = \frac{\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AH'}}{|\overrightarrow{AH}| \cdot |\overrightarrow{AH'}|} = \frac{-3}{5}$

$\alpha = \arccos\left(\frac{-3}{5}\right) = 126{,}86\ldots°$

Der Drehwinkel beträgt rund 126,9°.

Fitnessgymnastik * (B_494) Lösung

c1)



c2) $\cos(\gamma) = \frac{\begin{pmatrix} 0{,}4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{0{,}4^2 + 1^2} \cdot 1} \Rightarrow \gamma = 21{,}8\ldots°$

oder:

$\tan(\gamma) = 0{,}4 \Rightarrow \gamma = 21{,}8\ldots°$

Der Winkel beträgt rund 22°.

c3) $\sqrt{40^2 + 100^2} = 107{,}7\ldots$

Die Länge des ungedehnten Fitnessbands beträgt rund 108 cm.

Attersee * (B_524) Lösung

c1) $\overrightarrow{NW} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 3{,}5 = \begin{pmatrix} 2{,}8 \\ 2{,}1 \end{pmatrix}$ (Längen in km)

Rasenmaehroboter * (B_542) Lösung

a1) $E = (15|22)$

a2) $\vec{d} = \begin{pmatrix} -7 \\ -13 \end{pmatrix}$

a3) $B = (0|10)$

$\overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \end{pmatrix}$

$\vec{a} \cdot \overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} -8 \\ 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \end{pmatrix} = -120 + 120 = 0$

Kinderraetsel * (B_551) Lösung

a1)

$\vec{e} + \vec{f} + \vec{g} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	☒

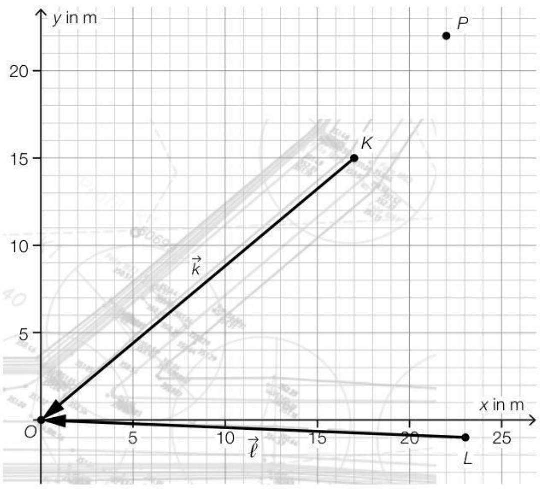
a2) $|\vec{c}| = \sqrt{2} \cdot |\vec{a}|$

a3) Sowohl $\vec{a}$ und $\vec{b}$ als auch $\vec{e}$ und $\vec{c}$ schließen jeweils einen rechten Winkel ein.
Somit gilt: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{e} \cdot \vec{c} = 0$.

a4) $\vec{e} = \begin{pmatrix} \boxed{-2} \\ \boxed{2} \end{pmatrix}$

Der Grazbach * (B_561) Lösung

b1)



b2) $\vec{k} = \begin{pmatrix} -17 \\ -15 \end{pmatrix}$

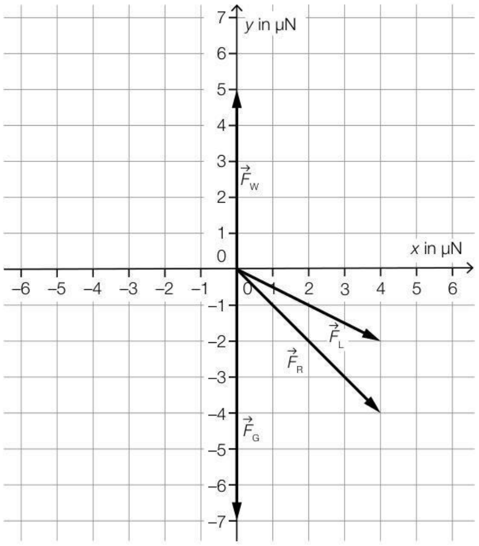
$\vec{\ell} = \begin{pmatrix} -23 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\arccos\left(\frac{\vec{\ell} \cdot \vec{k}}{|\vec{\ell}| \cdot |\vec{k}|}\right) = 43{,}9...°$

Distelsamen * (B_552) Lösung

d1) $\vec{F}_L = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

d2)



d3) $\vec{F}_R = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\left|\vec{F}_R\right| = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 5{,}65...$

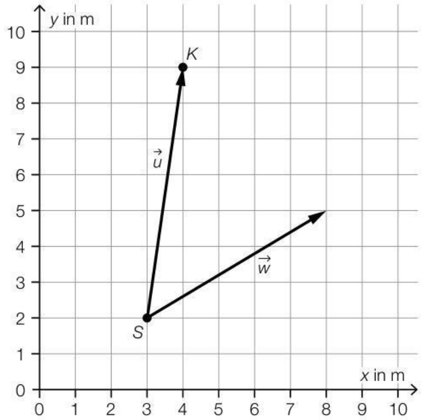
Piratenschiff * (B_572) Lösung

c1) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

c2) $|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + 7^2}$

$|\vec{u}| = 7{,}071...$ m

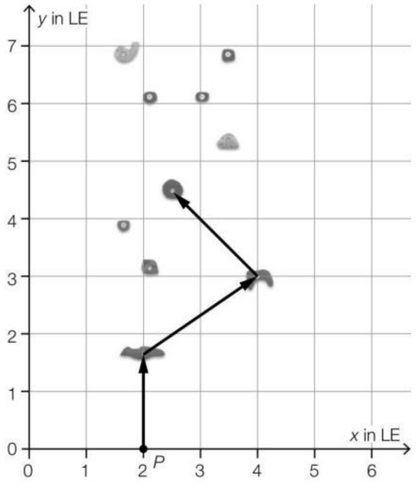
c3)



c4) $\arccos\left(\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2 + 7^2} \cdot \sqrt{5^2 + 3^2}}\right) = 50{,}9...°$

Lösung: Klettern * (B_584)

b1)



b2) $\left|\overrightarrow{QR}\right| = \sqrt{2^2 + 1{,}2^2}$

$\left|\overrightarrow{QR}\right| = 2{,}33\ldots$ LE

b3) $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RS} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 4{,}5 \end{pmatrix}$

Wird der Vektor grafisch ermittelt, kann es beim Ergebnis zu geringfügigen Abweichungen kommen.

Lösung: Flugzeuge (3) * (B_598)

b1) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{90^2 + 70^2}$

$\left|\overrightarrow{AB}\right| = 114{,}01\ldots$ km

12 min = 0,2 h

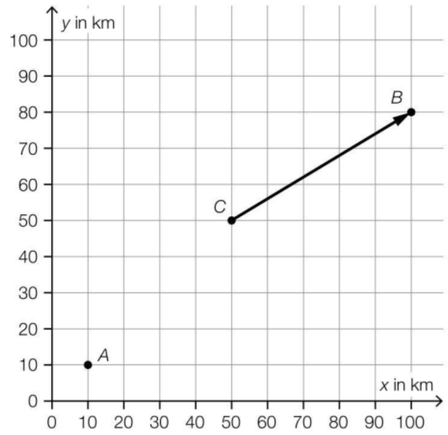
$v = \frac{114{,}01\ldots}{0{,}2} = 570{,}0\ldots$

Die Geschwindigkeit beträgt rund 570 km/h.

b2) $\arccos\left(\frac{\begin{pmatrix} 90 \\ 70 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} 90 \\ 70 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 40 \\ 40 \end{pmatrix}\right|}\right) = 7{,}12\ldots°$

Der Winkel beträgt rund 7,1°.

b3)



All Star Level

Ammoniten (B_371) Lösung

a) $a_1 = \sqrt{(a^2 + 1)}$

$a_2 = \sqrt{(a_1^2 + 1)} = \sqrt{(a^2 + 1 + 1)} = \sqrt{(a^2 + 2)}$

$a_3 = \sqrt{(a_2^2 + 1)} = \sqrt{(a^2 + 2 + 1)} = \sqrt{(a^2 + 3)}$

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_0 = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OA'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 7 \cdot \vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 4{,}2 \\ 5{,}6 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad A' = (4{,}2|5{,}6)$

$\overrightarrow{OB'} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + 7 \cdot \vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 9{,}2 \\ 5{,}6 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad B' = (9{,}2|5{,}6)$

$\overrightarrow{OC'} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} + 7 \cdot \vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 9{,}2 \\ 9{,}6 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad C' = (9{,}2|9{,}6)$

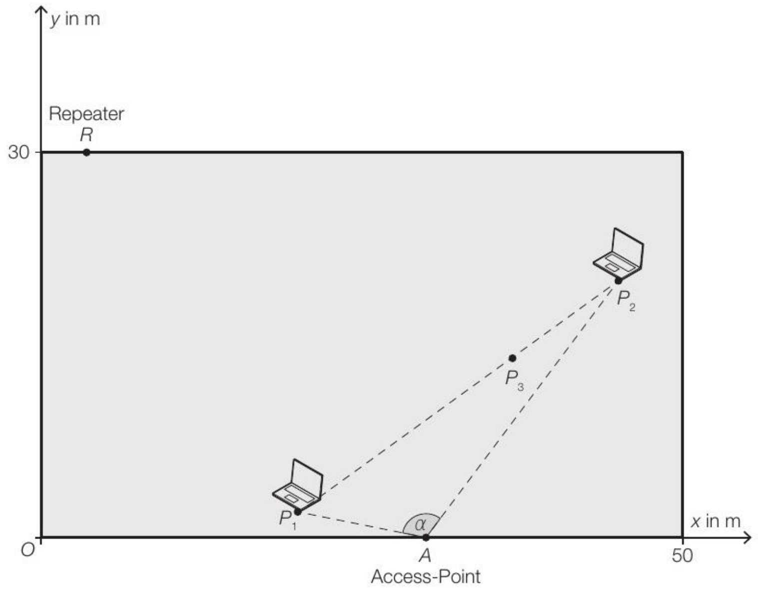
W-LAN * (B_475) Lösung

c1) $\overrightarrow{AP_1} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AP_2} = \begin{pmatrix} 15 \\ 20 \end{pmatrix}$

$\alpha = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{AP_1} \cdot \overrightarrow{AP_2}}{|\overrightarrow{AP_1}| \cdot |\overrightarrow{AP_2}|}\right) = 115{,}55...° < 120°$

c2)



c3) $|\overrightarrow{AR}| = 40$

oder:

$(x_R - 30)^2 + (30 - 0)^2 = 40^2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(x_R)_1 = 3{,}54... \quad ((x_R)_2 = 56{,}45...)$

Die zweite Lösung $(x_R)_2 = 56{,}45...$ muss nicht berechnet werden.

Grundstueck am See * (B_301) Lösung

a1) $\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$

a2) Mit diesem Ausdruck wird die Fahrzeit vom Punkt P zum Punkt S in Sekunden berechnet.

Lösung: Pferdesport * (B_578)

a1) $\alpha = \arccos\left(\frac{-\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$

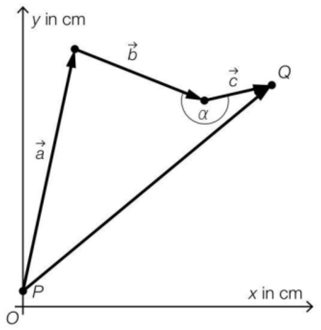
oder:

$\alpha = 180° - \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$

a2) $\overrightarrow{HF} = \frac{8}{10} \cdot \overrightarrow{TU} - \overrightarrow{WT}$

Lösung: Schreibtischlampen * (B_588)

a1)



a2) $\alpha = 180° + \arccos\left(\frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|}\right)$

a3) $\overrightarrow{PQ} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 48 \\ 40 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{48^2 + 40^2} = 62{,}48...$

Die Länge des Vektors $\overrightarrow{PQ}$ beträgt rund 62,5 cm.

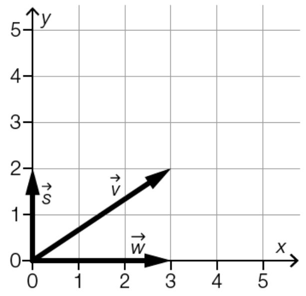
Lösung: Triathlon* (2_129)

a1) $B_1 = (0|360{,}5...)$

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 4 Aufgabe 1

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:



$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Vektoren richtig eingezeichnet werden und die richtigen Koordinaten von $\vec{v}$ angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$v = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3{,}605... \approx 3{,}61$

$\tan(\alpha) = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 33{,}69...°$

Der Vektor $\vec{v}$ schließt mit der x-Achse einen Winkel α von rund 33,7° ein.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Länge des Vektors $\vec{v}$ und der Winkel α richtig ermittelt werden.

AHS Mai 2019 Kompensationsprüfung 7 Aufgabe 1

Die Aussagen 1, 3 und 4 sind falsch.

mögliche Richtigstellungen:

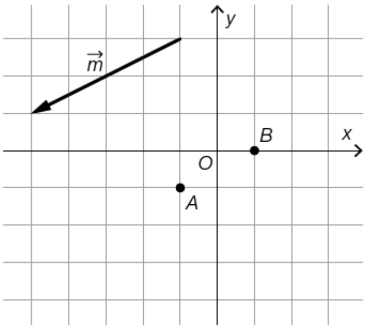
Aussage 1: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$

Aussage 3: $B + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BD} = M$

Aussage 4: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ oder $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

AHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 1

b1)



c1)

①	
normal aufeinander	☒

②	
$w = -2 \cdot v$	☒