Aufgabensammlung

Trigonometrie im allgemeinen Dreieck

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

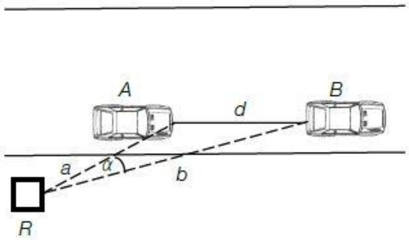
Trigonometrie im allgemeinen Dreieck

Rookie Level

Abstand_halten (B_102)

Der empfohlene Sicherheitsabstand, den Autofahrer/innen einhalten sollten, wird oft nach der „Halbe-Tacho-Regel" bestimmt. Dabei wird die Hälfte der gefahrenen Geschwindigkeit in km/h als Richtwert für den Sicherheitsabstand in m angegeben. Zum Beispiel: Bei einer Geschwindigkeit von 100 km/h sollte der Abstand mindestens 50 m betragen.

a) Für die Aufklärung der Ursache eines Verkehrsunfalls wird zur Überprüfung des Sicherheitsabstandes das Foto einer Radarüberwachung (siehe untenstehende Skizze) herangezogen. Die Geschwindigkeit des Autos A wurde mit 108 km/h gemessen. Der Abstand a zwischen dem Radargerät und dem Auto A betrug 14 m. Die Strecke b vom Radargerät zum Auto B betrug 55 m. Der Winkel α ist 11°.

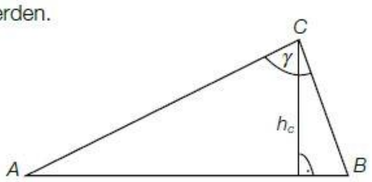


– Überprüfen Sie durch Berechnung von d, ob der Sicherheitsabstand im Sinne der Halbe-Tacho-Regel eingehalten wurde.

Dachfenster_1 (B_065)

Ein 3-eckiges Dachfenster soll neu verglast werden.

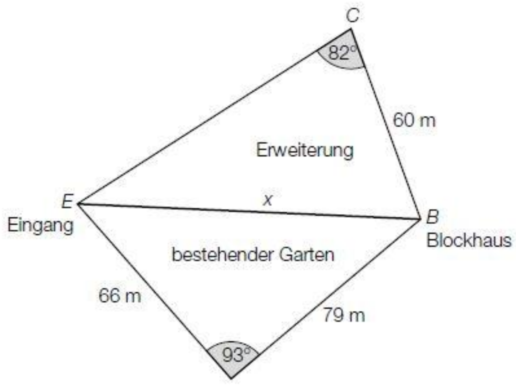
$\gamma = 81°$
$\overline{AB} = 1{,}60$ m
$\overline{BC} = 0{,}70$ m



a) – Berechnen Sie die Fläche des skizzierten Dreiecks, das die Fensteröffnung darstellt.

Erlebnisgarten (1) (B_241)

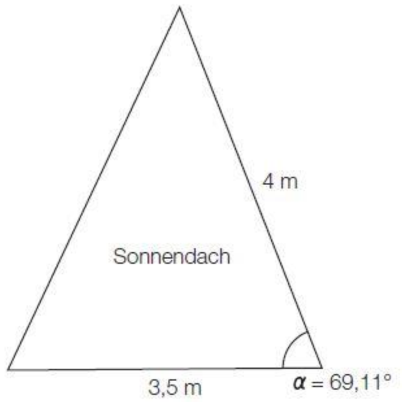
a) Vom Eingang E zum Blockhaus B soll ein geradliniger Barfußweg angelegt werden (siehe nachstehende Abbildung).



– Berechnen Sie die Länge x des Weges in Metern.

Kinderspielplatz_1 (B_247)

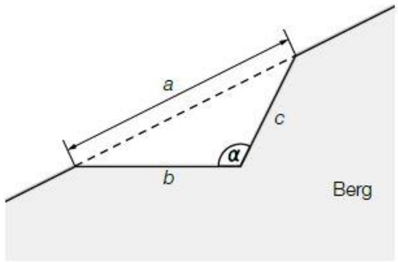
d) Um den Kindern im Sommer einen Schatten bieten zu können, wird ein dreieckiges Sonnendach angebracht. Für die Produktion des Sonnendachs rechnet man mit 10 % Verschnitt. 1 m² des verwendeten Stoffes kostet € 11,95.



– Berechnen Sie den Flächeninhalt des Sonnendaches.
– Berechnen Sie die Kosten des Stoffes für das Sonnendach.

Strassenbau (2) * (B_408)

c) Ein Straßenabschnitt soll an einem Berghang entlangführen. Der Querschnitt der geplanten Trasse ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.

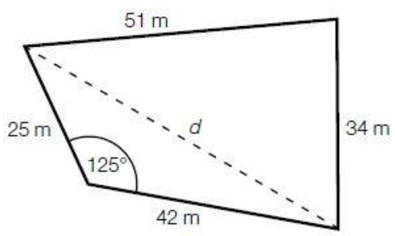


Die Seite b ist 15 m und die Seite c ist 11,8 m lang.
Der Winkel beträgt $\alpha = 116{,}6°$.

– Berechnen Sie den Flächeninhalt des von a, b und c eingeschlossenen Dreiecks.
– Berechnen Sie die Länge der Seite a.

Geplante Betriebsneuerungen (B_186)

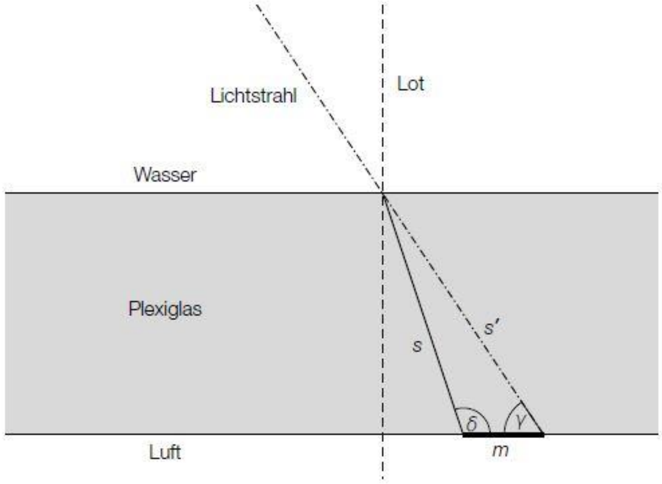
b) Zur Vergrößerung seiner Weideflächen muss der Landwirt ein sumpfiges Landstück trockenlegen. Er möchte den Flächeninhalt des Grundstücks berechnen. Dazu misst er die Länge der Seiten und einen Winkel und fertigt die folgende Skizze an:



– Berechnen Sie die Länge der Diagonalen d.
– Berechnen Sie den Flächeninhalt des Grundstücks.

Tauchgang * (B_416)

b) Die nachstehende nicht maßstabgetreue Grafik zeigt den Verlauf eines anderen Lichtstrahls, der auf die Plexiglasscheibe einer Taucherbrille trifft. Das Lot ist hier eine Gerade, die normal auf die Plexiglasscheibe steht.



s ... Weg, den der Lichtstrahl im Plexiglas zurücklegt
s' ... Weg, den der Lichtstrahl ohne Ablenkung zurücklegen würde

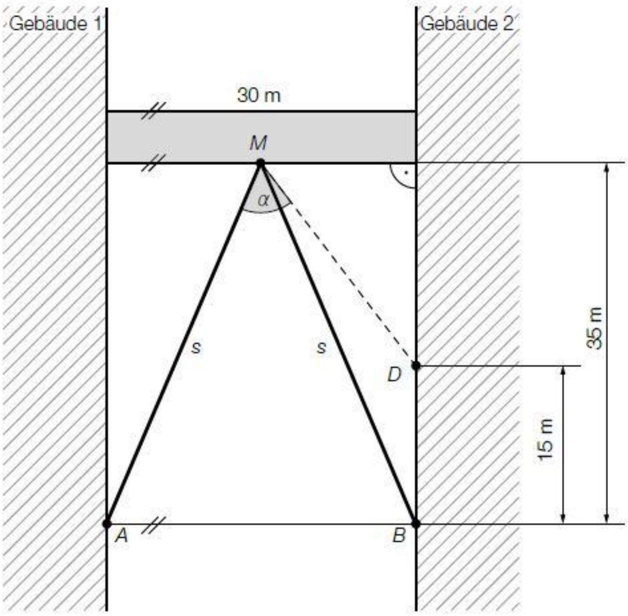
Dabei gilt: $s = 4{,}52$ mm und $s' = 4{,}77$ mm. Außerdem kennt man den Winkel $\gamma = 57°$.

1) Berechnen Sie den stumpfen Winkel δ.

2) Berechnen Sie die Länge der Strecke m.

Bruecken zwischen Gebaeuden (2) * (B_466)

a) Eine 30 m lange Brücke wird im Punkt M auf zwei Stützen der Länge s gelagert (siehe nachstehende Abbildung).



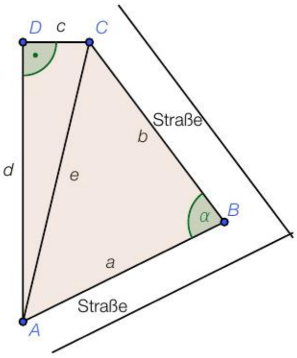
1) Berechnen Sie die Länge s einer Stütze.

Die Stütze MB soll durch eine neue Stütze MD ersetzt werden.

2) Berechnen Sie den Winkel α.

Vergnügungspark (4) (B_293)

a) Das zur Verfügung stehende viereckige Gelände wird an zwei Seiten durch die geradlinig verlaufenden Straßenstücke a = 486 m und b = 480 m begrenzt. Die beiden anderen Begrenzungslinien (c = 143 m und d) schließen einen rechten Winkel ein. Die Eckpunkte A und C des Geländes sind 621 m voneinander entfernt.



– Berechnen Sie den Winkel α, den die beiden Straßenstücke miteinander einschließen.

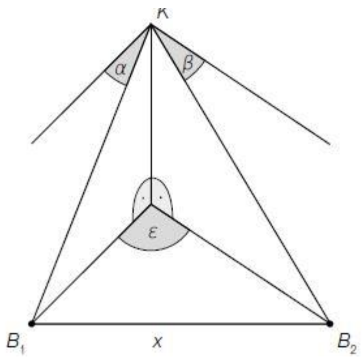
– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A des gesamten Geländes unter Verwendung der gegebenen Größen.

A = ____________________

Roboschiff (B_357)

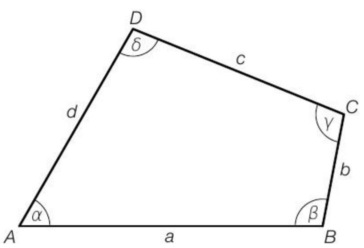
c) Für Abstandsmessungen ist auf der Spitze des Segelmasts in der Höhe h über dem Wasserspiegel ein Messgerät K montiert. Dieses erkennt eine Markierungsboje B_1 unter dem Tiefenwinkel α. Nach Schwenken des Messgeräts um einen Horizontalwinkel ε erkennt es eine weitere Markierungsboje B_2 unter dem Tiefenwinkel β.

– Dokumentieren Sie in Worten, wie man den Abstand x der beiden Bojen berechnen kann.



Grundstuecke und Gebaeude * (B_537)

b) Die nachstehende Abbildung zeigt die Skizze eines Baugrundstücks.



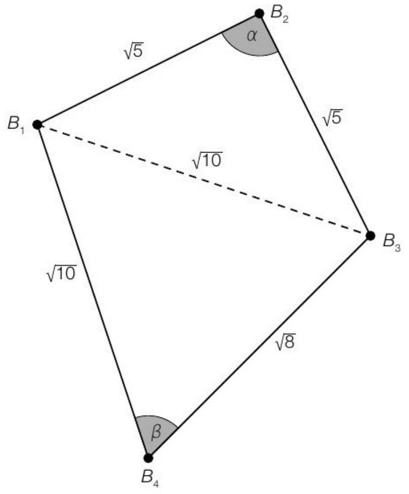
1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts F des skizzierten Baugrundstücks auf.

F = ____________________ *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Länge der Diagonalen BD für a = 40 m, d = 30 m und α = 60°.
[0/1 P.]

Zebraschnecken * (B_532)

b) Die nachstehende Abbildung zeigt die Position der Zebraschnecke B an vier aufeinanderfolgenden Tagen. Die Punkte B_1, B_2, B_3 und B_4 sind dabei die Positionen der Zebraschnecke B zu Beginn des 1., 2., 3. bzw. 4. Tages.



1) Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Winkel α ein rechter Winkel ist. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie den Winkel β. *[0/1 P.]*

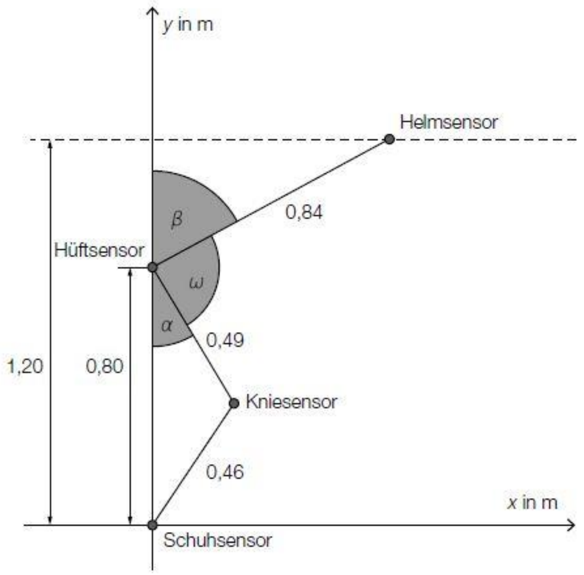
Pro Level

Skispringen (2) * (B_380)

a) Für die Analyse eines Bewegungsablaufs beim Skispringen wurden 4 Sensoren an der Ausrüstung eines Skispringers befestigt.

1. Sensor: Schuh
2. Sensor: Knie
3. Sensor: Hüfte
4. Sensor: Helm

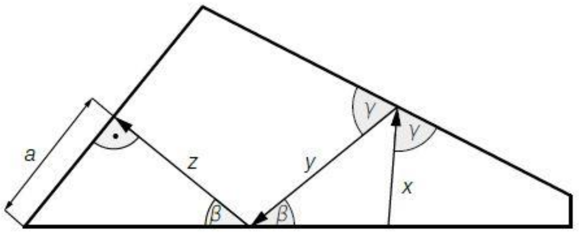
In der nachstehenden Abbildung sind die Positionen der Sensoren für eine Position im Bewegungsablauf des Skispringers in einem Koordinatensystem dargestellt (Angaben in Metern).



– Berechnen Sie den Winkel ω.

Prismen und Linsen * (B_411)

b) Ein Strahlengang durch ein Glasprisma einer Filmkamera kann folgendermaßen dargestellt werden:



Hinweis: Die Skizze ist nicht maßstabgetreu!

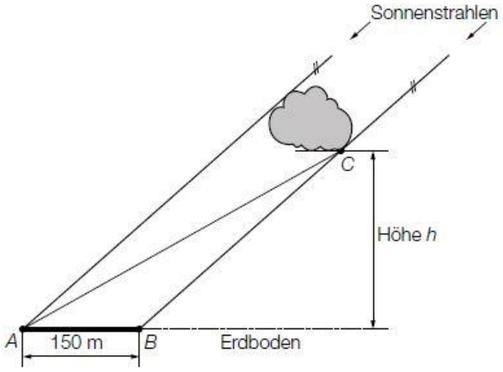
$a = 0{,}50$ cm
$x = 0{,}55$ cm
$\beta = 40°$
$\gamma = 68°$

– Berechnen Sie die Länge $x + y + z$ des Strahlengangs.

Hoehe der Wolkenuntergrenze * (B_110)

c) Eine Wolke wirft einen 150 m langen Schatten auf den Erdboden. Von A aus sieht man die Wolke unter dem Sehwinkel $\alpha = 4°$. Der Einfallswinkel der parallelen Sonnenstrahlen gegenüber der Horizontalen beträgt $\beta = 30°$.

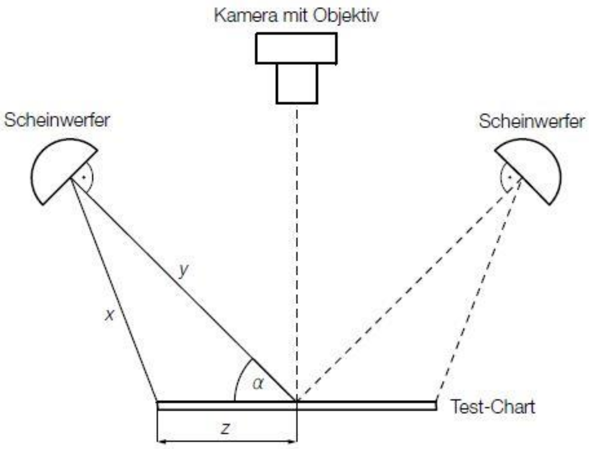
Die folgende Abbildung stellt diese Situation vereinfacht und nicht maßstabgetreu dar:



– Tragen Sie die gegebenen Winkel α und β in die obige Abbildung ein.
– Berechnen Sie die Entfernung $\overline{BC}$.
– Berechnen Sie die Höhe h.

Qualitaetstest bei Objektiven (1) * (B_326)

a) Eine Fotografin möchte ihr neues Objektiv testen. Dazu verwendet sie folgenden Aufbau:



1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von x aus y, z und α.

$x =$ ____________________

Bei einem bestimmten Test gilt:
$\alpha = 45°$
$x = 121$ cm
$z = 70$ cm

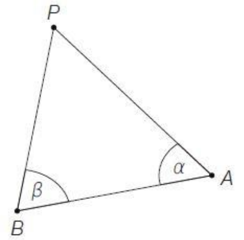
2) Berechnen Sie die Entfernung y.

Segeln * (B_321)

Die Entfernungen werden beim Segeln in nautischen Meilen (NM) angegeben. Die davon abgeleitete Geschwindigkeitseinheit nautische Meilen pro Stunde wird *Knoten* genannt.

a) Ein Segelboot fährt, nachdem es vom Punkt P gestartet ist und den Punkt A passiert hat, zum Punkt B. Von dort fährt es zum Punkt P zurück (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).

Die folgenden Abmessungen sind bekannt: $\alpha = 63°$, $\overline{PA} = 3{,}3$ NM und $\overline{AB} = 2{,}7$ NM.

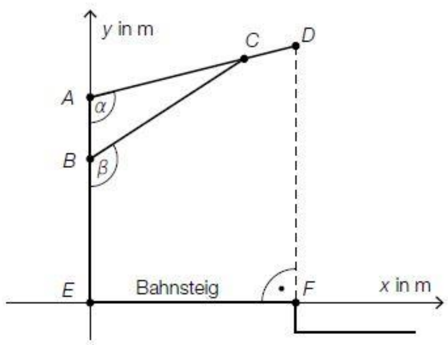


– Berechnen Sie die Entfernung $\overline{BP}$.
– Berechnen Sie die Dauer dieser Umrundung, wenn das Segelboot mit einer mittleren Geschwindigkeit von 6,8 Knoten fährt.
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Entfernung $\overline{BP}$ auf, wenn anstatt der Entfernung $\overline{AB}$ der Winkel β bekannt wäre.

$\overline{BP}$ = ______________________

Bahnsteige (2)* (B_451)

b) In der nachstehenden Skizze ist eine Holzkonstruktion zur Überdachung eines Bahnsteigs dargestellt.



1) Erstellen Sie mithilfe von $\overline{AE}$, $\overline{AD}$ und α eine Formel zur Berechnung von $\overline{DF}$.

$\overline{DF}$ = ______________________

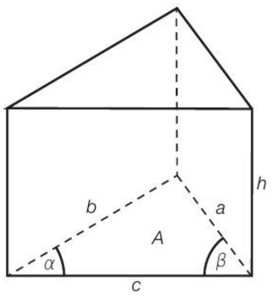
Es gilt: $A = (0|4)$, $B = (0|2{,}8)$, $\alpha = 104°$ und $\beta = 123°$

2) Berechnen Sie die Länge $\overline{BC}$.

Plexiglasprismen (B_358)

a) Von den Prismen sind von der Grundfläche die Maße $c = 9$ cm, $a = 5$ cm, $\alpha = 25°$ bekannt (siehe nebenstehende Skizze).

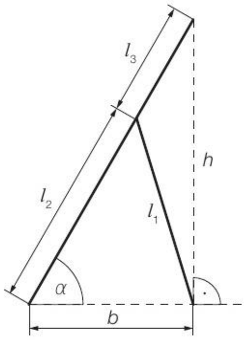
– Begründen Sie, warum mit diesen 3 Angaben das Dreieck nicht eindeutig bestimmt ist.
– Berechnen Sie die Flächeninhalt A der Grundfläche unter der Annahme, dass der Winkel $\beta < 90°$ ist.



Hochstuhl für Kinder * (B_476)

a) Das nebenstehende Bild zeigt einen Hochstuhl für Kleinkinder.

In der nachstehenden Abbildung sind Teile des Hochstuhls schematisch dargestellt.



1) Erstellen Sie mithilfe von l_1, l_2 und b eine Formel zur Berechnung von α.

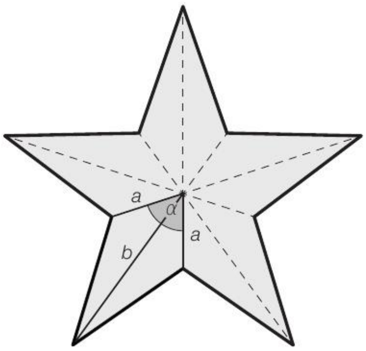
$\alpha =$ ______________________________

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung die Winkel β und γ, für die gilt:

$$\frac{\sin(\beta)}{h} = \frac{\sin(\gamma)}{l_3}$$

Weihnachtsmarkt * (B_479)

b) In der nachstehenden Abbildung ist eine Ausstechform für Lebkuchensterne dargestellt.
Es handelt sich dabei um einen regelmäßigen 5-zackigen Stern.



Zur Berechnung der Länge einer Strecke x wird folgender Ausdruck aufgestellt:

$x = \sqrt{a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos(\alpha)}$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Strecke x ein.

Für eine bestimmte Ausstechform gilt:

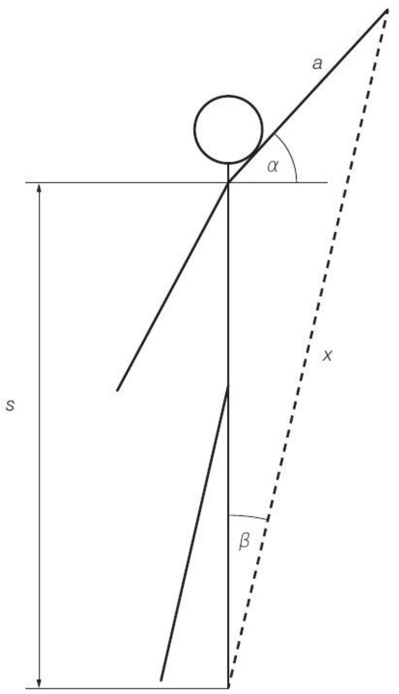
$a = 2$ cm
$b = 5$ cm
$\alpha = 72°$

2) Berechnen Sie den Flächeninhalt eines mit dieser Ausstechform ausgestochenen Lebkuchensterns.

Fitnessgymnastik * (B_494)

b) In einem Kurs werden dehnbare Fitnessbänder benützt. Bei einer Übung wird ein Ende des Fitnessbands mit einem Fuß fixiert. Das andere Ende wird mit dem gestreckten Arm nach oben gezogen. (Siehe unten stehende vereinfachte Abbildung.)

1) Zeichnen Sie in dieser Abbildung denjenigen Winkel φ ein, für den gilt:
$\sin(\varphi) = \frac{x \cdot \sin(\beta)}{a}$



a ... Armlänge
s ... Schulterhöhe
x ... Länge des gedehnten Fitnessbands

2) Erstellen Sie mithilfe von a, s und α eine Formel zur Berechnung von x.

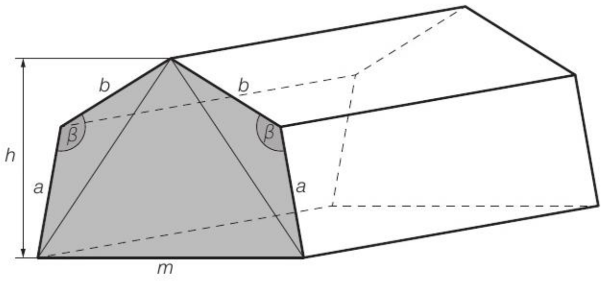
$x =$ ____________________

Für eine bestimmte Person gilt: $a = 0{,}7$ m, $s = 1{,}5$ m, $\alpha = 48°$

3) Berechnen Sie x für diese Person.

Gewaechshaeuser * (B_505)

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Gewächshaus in Form eines Prismas dargestellt.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf. Verwenden Sie dabei die Längen a, b, m und h sowie den Winkel β.

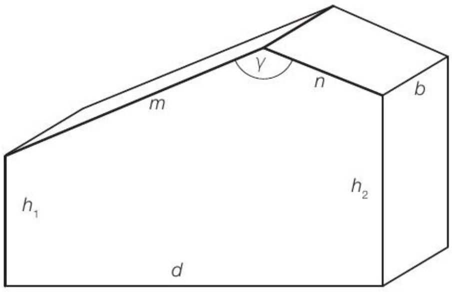
$A =$ ____________________

Es gilt: $a = 2$ m, $h = 3$ m, $m = 4$ m, $\beta = 132°$

2) Berechnen Sie die Länge b.

Asymmetrisches Satteldach * (B_500)

a) Das Haus soll eine rechteckige Grundfläche und lotrechte Wände haben. Es ist in der nachstehenden Skizze modellhaft dargestellt.



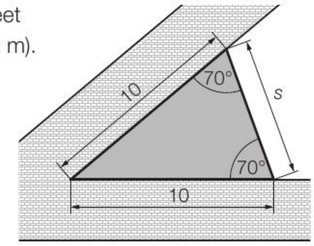
1) Zeichnen Sie in der obigen Skizze denjenigen Winkel α ein, für den gilt:
$$\frac{\sin(\alpha)}{n} = \frac{\sin(\gamma)}{\sqrt{(h_2 - h_1)^2 + d^2}}$$

2) Begründen Sie, warum der Winkel α ein spitzer Winkel sein muss, wenn gilt: $\gamma \approx 139°$.

3) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens V des oben dargestellten Hauses. Verwenden Sie dabei die eingezeichneten Seitenlängen und den Winkel γ.

Schlosspark * (B_507)

a) In einem Schlosspark wird ein dreieckiges Blumenbeet angelegt (siehe nebenstehende Abbildung – Maße in m).



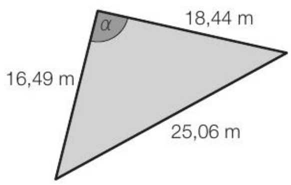
1) Ergänzen Sie den nachstehenden Ausdruck durch Eintragen der richtigen Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen.
$$s = \sqrt{\boxed{} + \boxed{} - 2 \cdot 10^2 \cdot \cos\left(\boxed{}\right)}$$

Das Blumenbeet soll mit einem Vlies gegen Unkraut abgedeckt werden. Das Abdecken des Blumenbeets kostet pro Quadratmeter € 1,42.

2) Berechnen Sie die Kosten für das Abdecken des Blumenbeets.

Grundstuecke * (B_518)

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein dreieckiges Grundstück dargestellt.



1) Begründen Sie mithilfe der gegebenen Seitenlängen, warum der Winkel α der größte Winkel des Dreiecks ist.

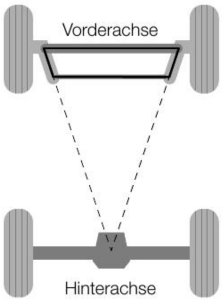
2) Zeigen Sie mithilfe des Satzes von Pythagoras, dass α kein rechter Winkel ist.

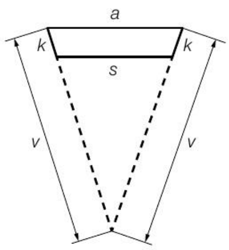
3) Berechnen Sie den Winkel α.

4) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Grundstücks.

Seifenkisten * (B_535)

a) Ein spezielles Lenksystem für Seifenkisten hat die Form eines Vierecks (siehe nachstehende Abbildungen).

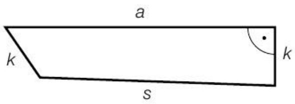




Es gilt: $a = 60$ cm, $v = 96$ cm, $k = 13$ cm.

1) Berechnen Sie s. *[0/1/2 P.]*

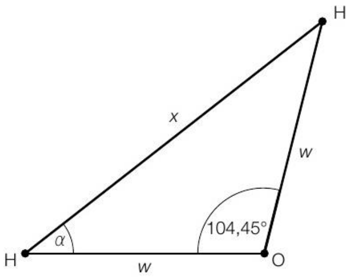
Beim Lenken ändert sich die Form des Vierecks (siehe nachstehende Abbildung).



2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α, für den gilt:
$\alpha = \arccos\left(\frac{k^2 + s^2 - (a^2 + k^2)}{2 \cdot s \cdot k}\right)$ *[0/1 P.]*

Wasser * (B_550)

c) In der nachstehenden Abbildung ist ein Wassermolekül (H_2O) bestehend aus zwei Wasserstoffatomen (H) und einem Sauerstoffatom (O) als gleichschenkeliges Dreieck dargestellt.



Es gilt: $w = 0{,}09584$ Nanometer (nm).

1) Tragen Sie die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.
$0{,}09584 \text{ nm} = 9{,}584 \cdot 10^{\square}$ m *[0/1 P.]*

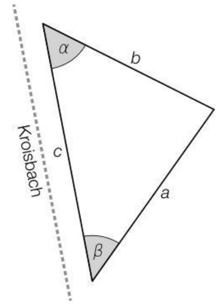
2) Berechnen Sie die Seitenlänge x. *[0/1 P.]*

3) Kreuzen Sie denjenigen Zusammenhang an, der im obigen Dreieck <u>nicht</u> gilt. *[1 aus 5]*
[0/1 P.]

$2 \cdot \alpha = 180° - 104{,}45°$	☐
$\frac{w}{\sin(\alpha)} = \frac{x}{\sin(104{,}45°)}$	☐
$w^2 = x^2 + w^2 - 2 \cdot x \cdot w \cdot \cos(\alpha)$	☐
$\cos(\alpha) = \frac{x}{2 \cdot w}$	☐
$\sin(\alpha) = \frac{w}{x}$	☐

Der Grazbach * (B_561)

a) Vor dem Zusammenfluss zum Grazbach fließt der Kroisbach unter einer Straße. Diese Straße begrenzt zusammen mit zwei anderen Straßen einen dreieckigen Platz mit den Seitenlängen a, b und c. (Siehe nachstehende Abbildung – Ansicht von oben.)



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. Verwenden Sie dabei a, b und c.

α = ____

Die folgenden Abmessungen dieses dreieckigen Platzes sind bekannt:
$c = 54$ m, $b = 39{,}6$ m, $\alpha = 51{,}8°$

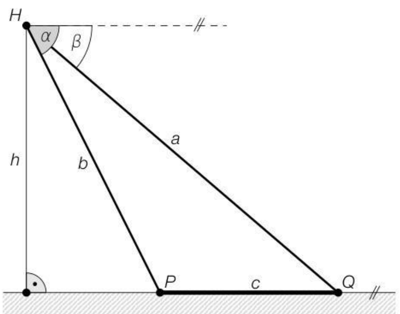
2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{54 \cdot 39{,}6 \cdot \sin(51{,}8°)}{2} \approx 840$$

3) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung markierten Winkel β.

Ballonfahren * (B_553)

c) Bei einer bestimmten Ballonfahrt wird vom Punkt H aus der Punkt P unter dem Tiefenwinkel α und der Punkt Q unter dem Tiefenwinkel β gesehen.



1) Ordnen Sie den beiden Streckenlängen jeweils den zutreffenden Ausdruck zu deren Berechnung aus A bis D zu.

b	
h	

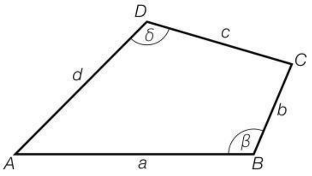
A	$a \cdot \sin(\beta)$
B	$c \cdot \sin(\beta)$
C	$\frac{a \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$
D	$\sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)}$

Gegeben sind die Winkel $\alpha = 65°$ und $\beta = 23°$ sowie die Streckenlänge $c = 2\,800$ m.

2) Berechnen Sie h.

Wasserpark * (B_564)

b) Die Grundfläche eines Beckens in einem Wasserpark entspricht dem Viereck $ABCD$ (siehe nachstehende Abbildung).



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts F des Vierecks $ABCD$ auf. Verwenden Sie dabei die beschrifteten Seitenlängen und Winkel.

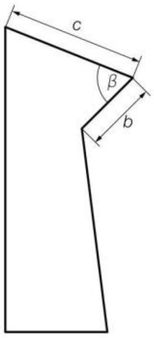
$F =$ ____

Es gilt: $a = 3$ m, $b = 1{,}2$ m, $c = 1{,}9$ m, $d = 2{,}4$ m und $\beta = 113°$

2) Berechnen Sie den Winkel δ.

Klettern * (B_584)

a) In der nachstehenden Abbildung ist eine Kletterwand modellhaft in der Ansicht von der Seite dargestellt.



Für die Strecke f gilt:

$f^2 = c^2 + b^2 - 2 \cdot c \cdot b \cdot \cos(\beta)$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Strecke f ein.

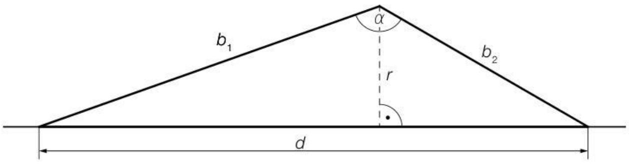
Die von f, b und c begrenzte Fläche soll eingefärbt werden.

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A dieser Fläche auf. Verwenden Sie dabei b, c und β.

$A =$ ____

Piratenschiff * (B_572)

b) Auf einer Reckstange, die in der Höhe r montiert ist, werden zwei Langbänke mit den Längen b_1 und b_2 eingehängt (siehe nachstehende modellhafte Skizze in der Ansicht von der Seite).



1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung des Winkels α. Verwenden Sie dabei r, b_1 und b_2.

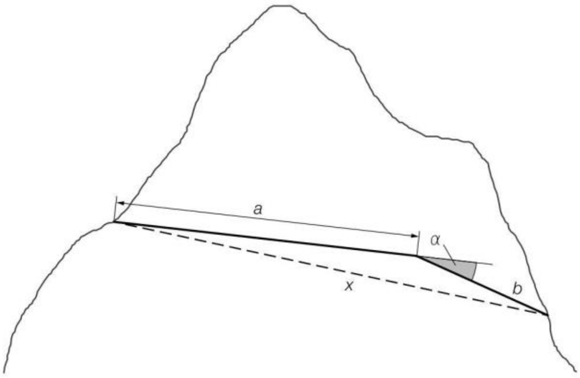
$$\alpha = \arccos\left(\boxed{}\right) + \arccos\left(\boxed{}\right)$$

Es gilt:
$b_1 = 4{,}5$ m, $b_2 = 3$ m und $\alpha = 131°$

2) Berechnen Sie die Länge d.

Wasserversorgung * (B_586)

b) Zwei unterirdische Stollen einer Wasserversorgung, ein Stollen mit der Länge a und ein Stollen mit der Länge b, sollen durch einen neuen Stollen mit der Länge x ersetzt werden (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von x auf. Verwenden Sie dabei a, b und α.

$x =$ ____

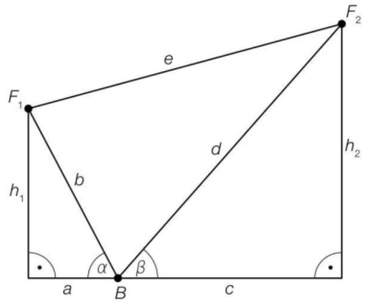
Es gilt: $a = 8$ km, $b = 3{,}6$ km und $\alpha = 11{,}9°$

2) Berechnen Sie die Länge x des neuen Stollens.

3) Berechnen Sie den Winkel zwischen dem Stollen mit der Länge x und dem Stollen mit der Länge a.

Flugzeuge (3) * (B_598)

a) Ein bestimmtes Flugzeug befindet sich nach dem Start im Steigflug. Barbara befindet sich im Punkt B und sieht das Flugzeug zunächst im Punkt F_1 und kurze Zeit später im Punkt F_2 (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von der Seite).

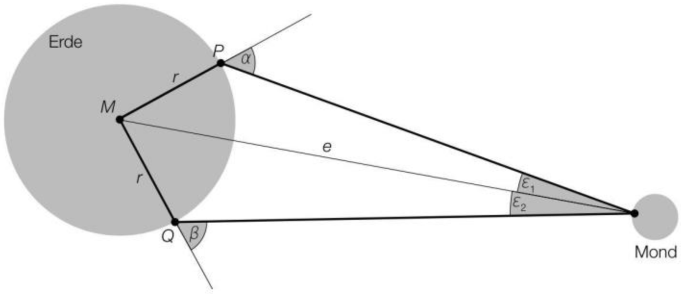


1) Kreuzen Sie die <u>nicht</u> zutreffende Formel an. *[1 aus 5]*

$b = \frac{h_1}{\sin(\alpha)}$	☐
$d = \sin(90°) \cdot \frac{h_2}{\sin(\beta)}$	☐
$e = \sqrt{b^2 + d^2 - 2 \cdot b \cdot d \cdot \cos(180° - \alpha - \beta)}$	☐
$a = \frac{h_1}{\cos(\alpha)}$	☐
$c = \frac{h_2}{\tan(\beta)}$	☐

Erde * (B_610)

b) Mithilfe der sogenannten *Triangulation* lässt sich die Entfernung Erde–Mond bestimmen. Dazu werden unter anderem ausgehend von den Punkten P und Q auf der Erde mehrere Winkel bestimmt (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



1) Markieren Sie in der obigen Abbildung den Winkel γ, für den gilt:
$360° = (180° - \alpha) + (180° - \beta) + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \gamma$

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von $\sin(\varepsilon_1)$ auf. Verwenden Sie dabei r, e und α.

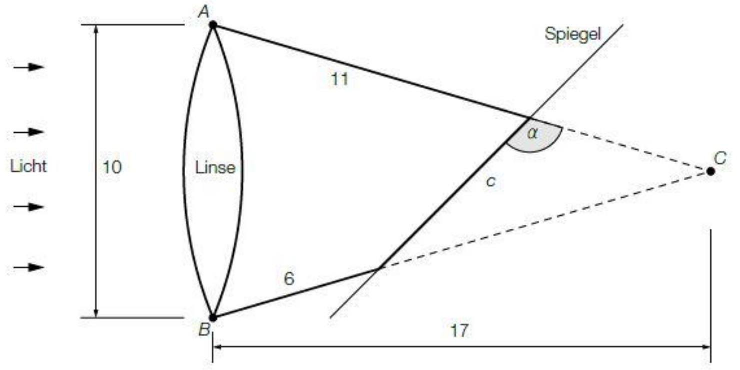
$\sin(\varepsilon_1) =$ ____

3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Strecke ein, deren Länge ℓ sich mit dem nachstehenden Ausdruck berechnen lässt.
$\ell = \sqrt{2 \cdot r^2 - 2 \cdot r^2 \cdot \cos(\gamma)}$

All Star Level

Ausbreitung von Licht * (B_428)

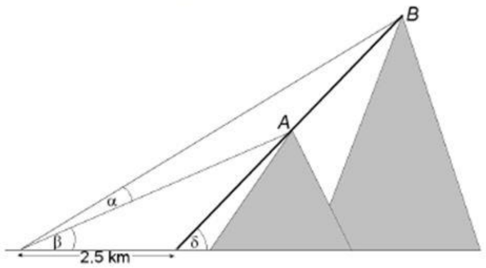
b) Bei einem Experiment wird das von einer Sammellinse gebündelte Licht auf einen schräg gestellten Spiegel gerichtet (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze, alle Abmessungen in cm). Es gilt: $\overline{AC} = \overline{BC}$.



– Berechnen Sie die Länge c.
– Berechnen Sie den stumpfen Winkel α.

Bergwandern (B_230)

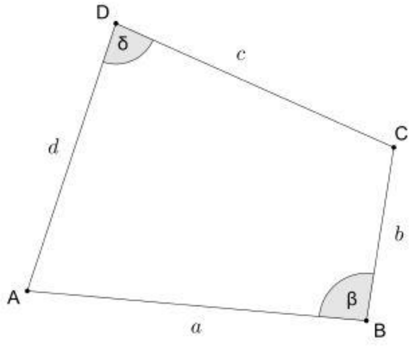
b) – Berechnen Sie anhand der Skizze von Aufgabe a die Entfernung der Bergspitzen A und B, wenn die Winkel $\alpha = 2{,}8°$, $\beta = 18{,}7°$ und $\delta = 24{,}2°$ gemessen werden. (Die Zeichnung ist nicht maßstabgetreu.)



Infrarotheizung (B_030)

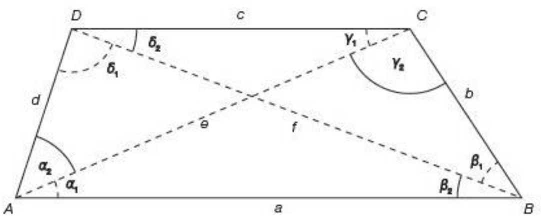
d) Die Fläche an der Vorderseite der Infrarotheizung hat die Form eines Vierecks mit den Seitenlängen $a = 71{,}4$ cm, $b = 36{,}9$ cm und $d = 59{,}1$ cm. Die Winkel sind $\beta = 94°$ und $\delta = 84{,}3°$.

– Berechnen Sie mithilfe der nebenstehenden Skizze den Flächeninhalt des Vierecks.
– Berechnen Sie mithilfe der Skizze den Umfang des Vierecks.



Fernsehturm (B_250)

b) Der Platz, auf dem der Turm steht, hat die Form eines Trapezes. Die nachstehende Grafik zeigt den Platz im Maßstab 1 : 600 und die Seitenlängen sind in cm gezeichnet.

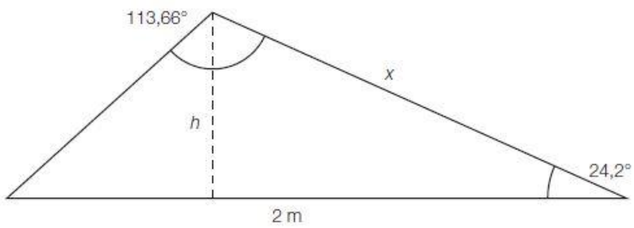


– Bestimmen Sie mithilfe der Darstellung die Länge der Seite a in Metern (m).
– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Länge der Diagonale f bei gegebener Seitenlänge d und a und den Winkeln α_1 und α_2.

– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

$\frac{\sin(\delta_1)}{e} = \frac{\sin(\gamma_1)}{d}$	☐
$\frac{\sin(\gamma_2)}{a} = \frac{\sin(\gamma_1)}{d}$	☐
$\frac{\sin(\alpha_1)}{b} = \frac{\sin(\beta_1)}{c}$	☐
$\frac{\sin(\gamma_1)}{d} = \frac{\sin(\delta_1)}{c}$	☐
$\frac{\sin(\alpha_1)}{b} = \frac{\sin(\gamma_2)}{a}$	☐

c) Für Konzerte wird der Platz vor dem Turm in Sektoren aufgeteilt. Die nachstehende Skizze veranschaulicht die Fläche eines bestimmten Sektors, wobei die Seitenlängen in Metern (m) angegeben sind.



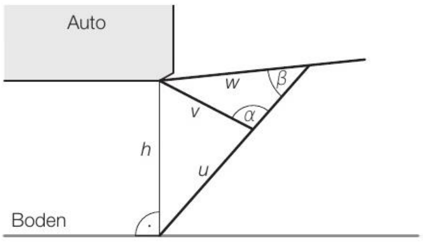
– Berechnen Sie die Seitenlänge x aus den gegebenen Größen.
– Begründen Sie mathematisch, warum die Berechnung der Länge x mit $x = \sin(24{,}2°) \cdot h$ falsch ist.
– Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

Wagenheber * (B_299)

a) Eine mögliche Bauart eines Wagenhebers ist im nebenstehenden Bild dargestellt.

Bildquelle: Bukk – own work, public domain, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:STORZ_Wagenheber.jpg [04.08.2020] (adaptiert).

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine schematische – nicht maßstabgetreue – Darstellung dieses Wagenhebers.



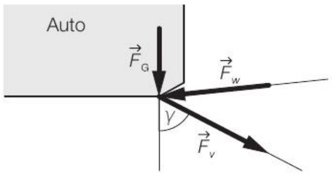
1) Erstellen Sie mithilfe von u, v und α eine Formel zur Berechnung der Höhe h.

$h =$ ______________________________

Es gilt: $v = 20$ cm, $w = 30$ cm, $\beta = 41°$

2) Berechnen Sie den stumpfen Winkel α.

Die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ kann in die Kräfte $\vec{F}_w$ und $\vec{F}_v$ zerlegt werden (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



Es gilt (alle Angaben in Kilonewton):

$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}75 \end{pmatrix}$ und $\vec{F}_w = \begin{pmatrix} -1{,}18 \\ -0{,}12 \end{pmatrix}$

3) Ermitteln Sie die Kraft $\vec{F}_v$.

4) Berechnen Sie den Winkel γ.

Tunnelvortrieb * (B_521)

a) In der nebenstehenden Abbildung 1 ist ein Bagger für den Tunnelbau dargestellt.

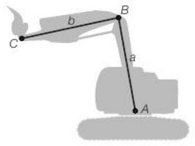


Abbildung 1

In der nachstehenden Abbildung 2 ist eine bestimmte Baggerposition dargestellt.

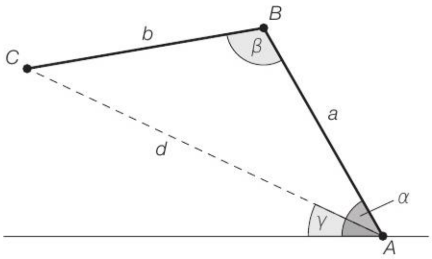


Abbildung 2

1) Veranschaulichen Sie in Abbildung 2 diejenige Länge s, die durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$s = a \cdot \cos(\alpha)$

Es gilt:
$a = 4{,}65$ m
$b = 4{,}50$ m
$\beta = 110°$

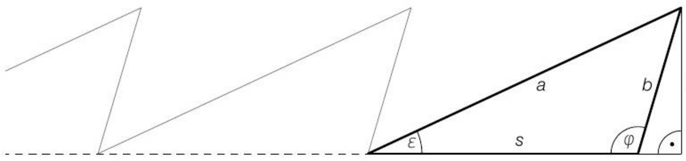
2) Berechnen Sie die Länge d.

3) Kreuzen Sie die richtige Formel zur Berechnung des Winkels γ an. *[1 aus 5]*

$\gamma = \alpha - \arccos\left(\frac{a}{d}\right)$	☐
$\gamma = \alpha - \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\beta)}{d}\right)$	☐
$\gamma = \arcsin\left(\frac{a \cdot \sin(\alpha)}{d}\right)$	☐
$\gamma = \alpha - \left(\frac{180° - \beta}{2}\right)$	☐
$\gamma = \arccos\left(\frac{b^2 + d^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot d}\right)$	☐

Werkzeuge * (B_531)

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Teil eines Sägeblatts vereinfacht dargestellt.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Länge s auf. Verwenden Sie dabei die Winkel ε und φ sowie die Länge b.

$s =$ ____________________ *[0/1 P.]*

Für ein bestimmtes Sägeblatt gilt:
$a = 23{,}7$ mm, $b = 10{,}4$ mm, $s = 18{,}8$ mm

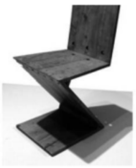
2) Berechnen Sie den Winkel φ. *[0/1 P.]*

3) Kreuzen Sie die auf das obige Dreieck <u>nicht</u> zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

$\frac{a}{b} = \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\varepsilon)}$	☐
$\cos(\varphi - 90°) = \frac{h}{b}$	☐
$s^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(180° - \varepsilon - \varphi)$	☐
$\frac{h}{\sin(\varepsilon)} = \frac{a}{\sin(\varphi)}$	☐
$\frac{s \cdot b \cdot \sin(\varphi)}{2} = \frac{h \cdot s}{2}$	☐

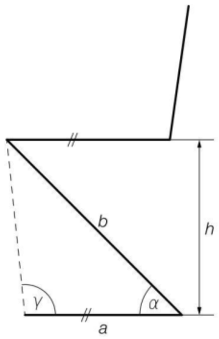
Sitzgelegenheiten * (B_575)

b) Der *Zickzack-Stuhl* (siehe nebenstehende Abbildung) wurde 1932 vom niederländischen Designer Gerrit Thomas Rietveld entworfen.



Bildquelle: Sailko – own work, CC BY 3.0,
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/91/Gerrit_rietveld,_sedia_zig-zag,_1938_ca.jpg [12.05.2021] (adaptiert).

Eine Tischlermeisterin baut einen Zickzack-Stuhl entsprechend der nachstehenden Abbildung nach.



Es gilt: $a = 39$ cm, $b = 61{,}5$ cm, $\alpha = 45°$

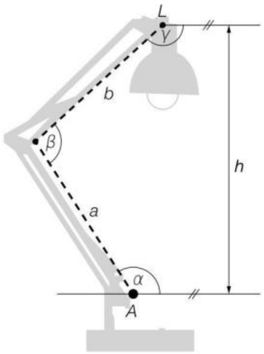
1) Berechnen Sie den stumpfen Winkel γ.

Die Sitzhöhe des Originals beträgt 43 cm.

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Sitzhöhe h des nachgebauten Stuhls von der Sitzhöhe des Originals abweicht.

Schreibtischlampen * (B_588)

b) In der nachstehenden Abbildung ist eine andere Schreibtischlampe modellhaft dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe von α und β eine Formel zur Berechnung des Winkels γ auf.

γ = ____

Es gilt: $a = 36$ cm, $b = 30$ cm und $\beta = 100°$

2) Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{AL}$.

Weiters gilt: $\alpha = 110°$

3) Berechnen Sie die Höhe h.

Lösungen

Rookie Level

Abstand halten! (B_102) Lösung

a) Einsetzen in den Cosinussatz:

$d^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$
$d \approx 41$ m

Der Sicherheitsabstand müsste im Sinne der Halbe-Tacho-Regel 54 m betragen und wurde daher nicht eingehalten.

Dachfenster (1) (B_065) Lösung

a) $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$

$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$

$\alpha = \arcsin\left(\frac{a \cdot \sin(\gamma)}{c}\right)$ $\qquad \alpha = 25{,}601\ldots \approx 25{,}6°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma$ $\qquad \beta = 73{,}398\ldots \approx 73{,}4°$

$A = \frac{a \cdot c \cdot \sin(\beta)}{2}$ $\qquad A = 0{,}536\ldots \approx 0{,}54\text{ m}^2$

Die Fläche des Dachfensters beträgt ca. 0,54 m².

Auch andere Rechenwege sind möglich.

Erlebnisgarten (1) (B_241) Lösung

a) Cosinussatz:
$x^2 = 66^2 + 79^2 - 2 \cdot 66 \cdot 79 \cdot \cos(93°)$
$x = 105{,}559\ldots$

Der Barfußweg ist rund 106 m lang.

Kinderspielplatz (1) (B_247) Lösung

d) Flächeninhalt des Sonnendaches in m²: $A = \frac{4 \cdot 3{,}5 \cdot \sin(69{,}11)}{2} = 0{,}6539\ldots \approx 6{,}54$

Der Flächeninhalt des Sonnendaches beträgt rund 6,54 m².

Kosten des Stoffes: $A \cdot 1{,}1 \cdot 11{,}95 = 85{,}966\ldots \approx 85{,}97$

Die Kosten des Stoffes für das Sonnendach betragen rund 85,97 Euro.

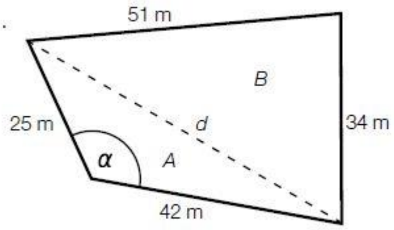
Strassenbau (2) * (B_408) Lösung

c) $A = \frac{b \cdot c \cdot \sin(\alpha)}{2} \approx 79{,}132\ldots$
Der Flächeninhalt beträgt rund 79,13 m².

$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)}$
$a = 22{,}86\ldots$
Die Seite a ist rund 22,9 m lang.

Geplante Betriebsneuerungen (B_186) Lösung

b) $d = \sqrt{25^2 + 42^2 - 2 \cdot 25 \cdot 42 \cdot \cos(125°)} = 59{,}9\ldots$
$d \approx 60$ m



Mit der trigonometrischen Flächenformel berechnet man den Flächeninhalt A:

$A = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 42 \cdot \sin(125°) = 430{,}05\ldots$

Den Flächeninhalt B berechnet man z. B. mit der Heron'schen Flächenformel:

$s = \frac{d + 51 + 34}{2}$
$B = \sqrt{s \cdot (s - d) \cdot (s - 51) \cdot (s - 34)} = 866{,}03\ldots$

Gesamtflächeninhalt $= A + B \approx 1\,296{,}09$ m²

Tauchgang * (B_416) Lösung

b1) Sinussatz:

$\frac{s}{\sin(\gamma)} = \frac{s'}{\sin(\delta)}$

$(\delta_1 = 62{,}25\ldots°)$
$\delta_2 = 117{,}74\ldots°$

Wird der spitze Winkel nicht erwähnt und nur der stumpfe als Lösung angegeben, so ist dies ebenfalls richtig.

b2) Winkel, den s und s' einschließen: $180° - \delta_2 - \gamma = 5{,}258\ldots° \approx 5{,}26°$

Cosinussatz: $m^2 = s^2 + s'^2 - 2 \cdot s \cdot s' \cdot \cos(5{,}26°)$
$m = \sqrt{s^2 + s'^2 - 2 \cdot s \cdot s' \cdot \cos(5{,}26°)} = 0{,}493\ldots$
$m \approx 0{,}49$ mm

Bruecken zwischen Gebaeuden (2) * (B_466) Lösung

a1) $s = \sqrt{15^2 + 35^2} = \sqrt{1450} = 38{,}078\ldots$

Die Länge einer Stütze beträgt rund 38,08 m.

a2) Ansatz: $\overline{AD}^2 = s^2 + \overline{MD}^2 - 2 \cdot s \cdot \overline{MD} \cdot \cos(\alpha)$

$\overline{AD} = \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{1125}$
$\overline{MD} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$

$1125 = 1450 + 625 - 2 \cdot \sqrt{1450} \cdot 25 \cdot \cos(\alpha) \quad \Rightarrow \quad \alpha = 60{,}06\ldots°$

Der Winkel beträgt rund 60,1°.

Vergnügungspark (4) (B_293) Lösung

a) $\alpha = \arccos\left(\frac{e^2 - a^2 - b^2}{-2 \cdot a \cdot b}\right) \approx 80°$

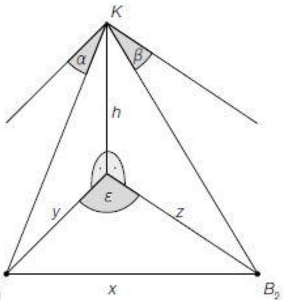
$A_1 = \frac{c \cdot d}{2}$
$A_2 = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{2} \Rightarrow A = \frac{c \cdot d}{2} + \frac{a \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{2}$

Roboschiff (B_357) Lösung

c) Zuerst berechnet man die Seite y mit $y = \frac{h}{\tan(\alpha)}$.

Danach berechnet man auf dieselbe Weise z mit $z = \frac{h}{\tan(\beta)}$.
Für x wird der Cosinussatz verwendet:
$x^2 = y^2 + z^2 - 2 \cdot y \cdot z \cdot \cos(\varepsilon)$

$$x = \sqrt{\frac{h^2}{(\tan(\alpha))^2} + \frac{h^2}{(\tan(\beta))^2} - 2 \cdot \frac{h^2}{\tan(\alpha) \cdot \tan(\beta)} \cdot \cos(\varepsilon)}$$



Grundstuecke und Gebaeude * (B_537) Lösung

b1) $F = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\beta) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot d \cdot \sin(\delta)$

oder:

$F = \frac{1}{2} \cdot a \cdot d \cdot \sin(\alpha) + \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\gamma)$

b2) $\overline{BD} = \sqrt{a^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos(\alpha)} = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot \cos(60°)} = 36{,}0...$

Die Länge der Diagonalen BD beträgt rund 36 m.

Zebraschnecken * (B_532) Lösung

b1) α ist ein rechter Winkel, weil im Dreieck $B_1B_2B_3$ der Lehrsatz von Pythagoras gilt:

$\overline{B_1B_2}^2 + \overline{B_2B_3}^2 = \overline{B_1B_3}^2$

$(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{10})^2$

Auch eine Überprüfung mithilfe trigonometrischer Beziehungen ist als richtig zu werten.

b2) $\overline{B_1B_3}^2 = \overline{B_1B_4}^2 + \overline{B_3B_4}^2 - 2 \cdot \overline{B_1B_4} \cdot \overline{B_3B_4} \cdot \cos(\beta)$

$10 = 10 + 8 - 2 \cdot \sqrt{80} \cdot \cos(\beta)$

$\beta = \arccos\left(\frac{8}{2 \cdot \sqrt{80}}\right) = 63{,}4...°$

Pro Level

Skispringen (2) * (B_380) Lösung

a) $0{,}46^2 = 0{,}49^2 + 0{,}8^2 - 2 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}8 \cdot \cos(\boldsymbol{\alpha})$

$\boldsymbol{\alpha} = \arccos\left(\frac{0{,}46^2 - 0{,}49^2 - 0{,}8^2}{-2 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}8}\right)$

$\boldsymbol{\alpha} = 31{,}49\ldots°$

$\cos(\boldsymbol{\beta}) = \frac{0{,}4}{0{,}84}$

$\boldsymbol{\beta} = 61{,}56\ldots°$

$\boldsymbol{\omega} = 180° - \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}$

$\boldsymbol{\omega} = 86{,}94\ldots° \approx 86{,}9°$

Prismen und Linsen * (B_411) Lösung

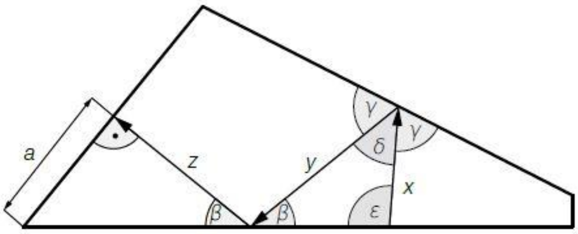
b) $z = \frac{0{,}5}{\tan(40°)} = 0{,}595\ldots$

$\delta = 180° - 2 \cdot \gamma = 44°$

$\varepsilon = 180° - \beta - \delta = 96°$

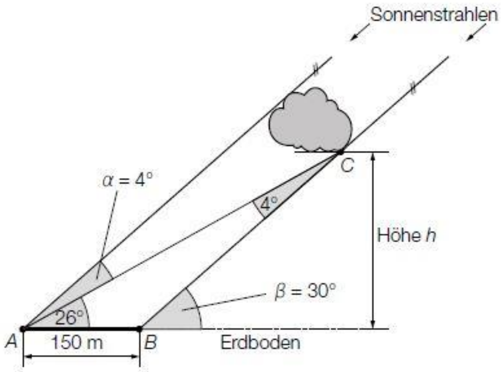
$y = \frac{0{,}55 \cdot \sin(96°)}{\sin(40°)} = 0{,}850\ldots$

$x + y + z = 1{,}996\ldots$



Hoehe der Wolkenuntergrenze * (B_110) Lösung

c)



$\frac{\overline{BC}}{\sin(26°)} = \frac{150}{\sin(4°)}$

$\overline{BC} = \frac{150}{\sin(4°)} \cdot \sin(26°) = 942{,}6\ldots$

Die Entfernung $\overline{BC}$ beträgt rund 943 m.

$\sin(\beta) = \frac{h}{\overline{BC}}$

$h = \overline{BC} \cdot \sin(\beta) = 471{,}3\ldots$

Die Höhe h beträgt rund 471 m.

Qualitaetstest bei Objektiven (1) * (B_326) Lösung

a1) $x = \sqrt{y^2 + z^2 - 2 \cdot y \cdot z \cdot \cos(\alpha)}$

a2) γ ... Winkel gegenüber von z

β ... Winkel gegenüber von y

$\frac{121}{\sin(45°)} = \frac{70}{\sin(\gamma)} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 24{,}1\ldots°$

$\beta = 180° - 45° - 24{,}1\ldots° = 110{,}8\ldots°$

$\frac{y}{\sin(110{,}8\ldots°)} = \frac{121}{\sin(45°)} \quad \Rightarrow \quad y = 159{,}9\ldots$

Die Entfernung y beträgt rund 160 cm.

Segeln * (B_321) Lösung

a) $\overline{BP} = \sqrt{3{,}3^2 + 2{,}7^2 - 2 \cdot 3{,}3 \cdot 2{,}7 \cdot \cos(63°)} = 3{,}176\ldots \approx 3{,}18$
Die Entfernung zwischen dem Punkt B und dem Punkt P beträgt rund 3,18 NM.

$\overline{PA} + \overline{AB} + \overline{BP} = 9{,}176\ldots$

$t = \frac{9{,}176\ldots}{6{,}8} = 1{,}349\ldots \approx 1{,}35$

Die Umrundung dauert etwa 1,35 Stunden.

Sinussatz: $\frac{\overline{PA}}{\sin(\beta)} = \frac{\overline{BP}}{\sin(\alpha)} \Rightarrow \overline{BP} = \frac{\overline{PA} \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$

Bahnsteige (2) * (B_451) Lösung

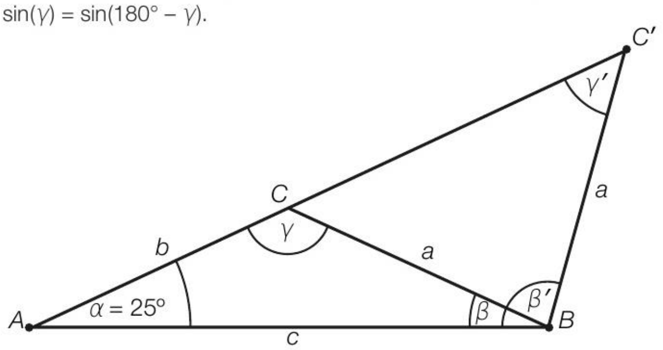
b1) $\overline{DF} = \overline{AE} + \overline{AD} \cdot \sin(\alpha - 90°)$

b2) $\overline{AB} = 1{,}2$ m

$\frac{1{,}2}{\sin(19°)} = \frac{\overline{BC}}{\sin(104°)} \Rightarrow \overline{BC} = 3{,}576\ldots \text{ m} \approx 3{,}58 \text{ m}$

Plexiglasprismen (B_358) Lösung

a) Das Dreieck ist nicht eindeutig bestimmt, da die dem Winkel α gegenüberliegende Seite a kürzer als die Seite c ist. Bei Berechnung des Winkels γ mithilfe des Sinussatzes ergeben sich 2 mögliche Lösungen für diesen Winkel, da für $0 \leq \gamma \leq 90°$ gilt:
$\sin(\gamma) = \sin(180° - \gamma)$.



Den Winkel γ erhält man mithilfe des Sinussatzes: $\sin(\gamma) = c \cdot \frac{\sin(\alpha)}{a}$

$\gamma' = 49{,}527\ldots°$ und $\gamma = 130{,}472\ldots°$

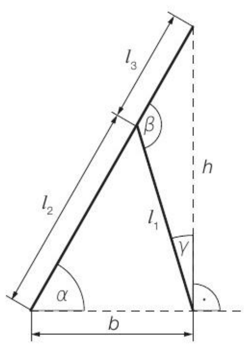
$\beta = 180° - \gamma - 25° = 24{,}527\ldots°$

$A = \frac{a \cdot c \cdot \sin(\beta)}{2} = 9{,}340\ldots \approx 9{,}34 \text{ cm}^2$

Hochstuhl für Kinder * (B_476) Lösung

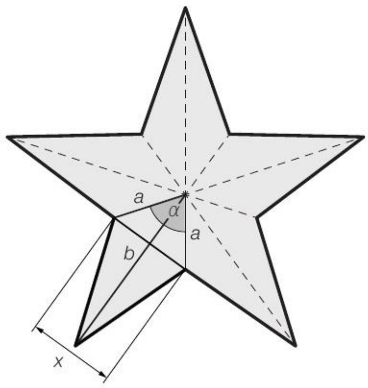
a1) $\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + l_2^2 - l_1^2}{2 \cdot b \cdot l_2}\right)$

a2)



Weihnachtsmarkt * (B_479) Lösung

b1)

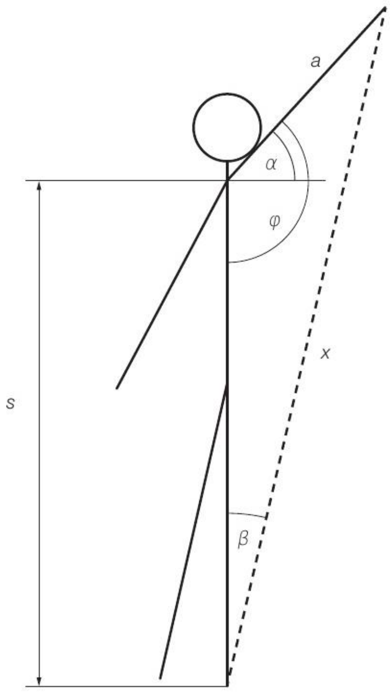


b2) $10 \cdot \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 10 \cdot \frac{2 \cdot 5}{2} \cdot \sin(36°) = 29{,}38...$

Der Flächeninhalt beträgt rund 29,4 cm².

Fitnessgymnastik * (B_494) Lösung

b1)



b2) $x = \sqrt{a^2 + s^2 - 2 \cdot a \cdot s \cdot \cos(90° + \alpha)}$ *oder* $x = \sqrt{a^2 + s^2 + 2 \cdot a \cdot s \cdot \sin(\alpha)}$

Auch eine Verwendung des richtig eingezeichneten Winkels φ in der Formel ist als richtig zu werten.

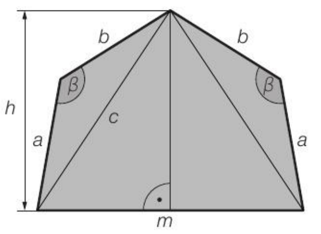
b3) $x = \sqrt{0{,}7^2 + 1{,}5^2 - 2 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}5 \cdot \cos(90° + 48°)} = 2{,}07...$

Die Länge des gedehnten Fitnessbands beträgt rund 2,1 m.

Gewaechshaeuser * (B_505) Lösung

b1) $A = \frac{m \cdot h}{2} + a \cdot b \cdot \sin(\beta)$

b2)



$c = \sqrt{h^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2} = \sqrt{13}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta)$

$13 = 4 + b^2 - 4 \cdot b \cdot \cos(132°)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

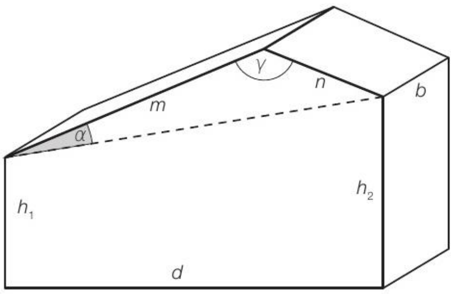
$(b_1 = -4{,}62...)$

$b_2 = 1{,}94...$

Die Länge b beträgt rund 1,9 m.

Asymmetrisches Satteldach * (B_500) Lösung

a1)



a2) Ein Dreieck kann wegen der Winkelsumme von 180° nur 1 stumpfen Winkel haben.

a3) $V = \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \sin(\gamma) + \frac{(h_1 + h_2) \cdot d}{2}\right) \cdot b$

Schlosspark * (B_507) Lösung

a1) $s = \sqrt{\boxed{10^2} + \boxed{10^2} - 2 \cdot 10^2 \cdot \cos(\boxed{40°})}$

Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn im 3. Kästchen das Grad-Zeichen fehlt.

a2) $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin(40°) \cdot 1{,}42 = 45{,}637...$

Die Kosten für das Abdecken des Blumenbeets betragen € 45,64.

Grundstuecke * (B_518) Lösung

a1) Da der Winkel α der längsten Seite des Dreiecks gegenüberliegt, ist er der größte Winkel des Dreiecks.

a2) Wäre α ein rechter Winkel, dann müsste der Satz des Pythagoras gelten:

$16{,}49^2 + 18{,}44^2 = 611{,}9537$

$25{,}06^2 = 628{,}0036$

$611{,}9537 \neq 628{,}0036$

Daher ist α kein rechter Winkel.

a3) $25{,}06^2 = 18{,}44^2 + 16{,}49^2 - 2 \cdot 18{,}44 \cdot 16{,}49 \cdot \cos(\alpha)$

$\alpha = 91{,}51...°$

a4) $A = \frac{18{,}44 \cdot 16{,}49}{2} \cdot \sin(\alpha) = 151{,}984...$

Der Flächeninhalt dieses Grundstücks beträgt rund 151,98 m².

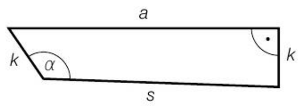
Seifenkisten * (B_535) Lösung

a1) $\frac{s}{v-k} = \frac{a}{v}$

$s = \frac{a \cdot (v-k)}{v} = \frac{60 \cdot 83}{96} = 51{,}875$

Die Länge s beträgt rund 52 cm.

a2)



Wasser * (B_550) Lösung

c1) $0{,}09584\text{ nm} = 9{,}584 \cdot 10^{\boxed{-11}}\text{ m}$

c2) $x = \sqrt{0{,}09584^2 + 0{,}09584^2 - 2 \cdot 0{,}09584^2 \cdot \cos(104{,}45°)} = 0{,}1515...$

$x = 0{,}1515...\text{ nm}$

c3)

$\sin(\alpha) = \frac{w}{x}$	☒

Der Grazbach * (B_561) Lösung

a1) $\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}\right)$

a2) Der Flächeninhalt des dreieckigen Platzes beträgt rund 840 m².

a3) $a = \sqrt{54^2 + 39{,}6^2 - 2 \cdot 54 \cdot 39{,}6 \cdot \cos(51{,}8°)} = 42{,}8...$

$\beta = \arcsin\left(\frac{39{,}6 \cdot \sin(51{,}8°)}{42{,}8...}\right) = 46{,}5...°$

Ballonfahren * (B_553) Lösung

c1)

b	D
h	A

A	$a \cdot \sin(\beta)$
B	$c \cdot \sin(\beta)$
C	$\frac{a \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$
D	$\sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)}$

c2) $\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\alpha - \beta)}$

$b = \frac{c \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{2\,800 \cdot \sin(23°)}{\sin(42°)} = 1\,635{,}0...$

$h = b \cdot \sin(\alpha) = 1\,635{,}0... \cdot \sin(65°) = 1\,481{,}8...$

Wasserpark * (B_564) Lösung

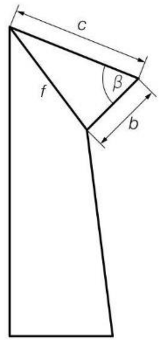
b1) $F = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\beta)}{2} + \frac{c \cdot d \cdot \sin(\delta)}{2}$

b2) $e = \overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta)} = 3{,}64...$

$\delta = \arccos\left(\frac{c^2 + d^2 - e^2}{2 \cdot c \cdot d}\right) = 115{,}2...°$

Lösung: Klettern * (B_584)

a1)



a2) $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\beta)$

Piratenschiff * (B_572) Lösung

b1) $\alpha = \arccos\left(\frac{r}{b_1}\right) + \arccos\left(\frac{r}{b_2}\right)$

b2) $d = \sqrt{4{,}5^2 + 3^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 3 \cdot \cos(131°)}$
$d = 6{,}85...$ m

Lösung: Wasserversorgung * (B_586)

b1) $x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(180° - \alpha)}$

b2) $x = \sqrt{8^2 + 3{,}6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3{,}6 \cdot \cos(168{,}1°)} = 11{,}54...$
Der neue Stollen hat eine Länge von rund 11,5 km.

b3) Für den entsprechenden Winkel β gilt:
$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{x}{\sin(180° - \alpha)}$
$\beta = \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(180° - \alpha)}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{3{,}6 \cdot \sin(168{,}1°)}{11{,}54...}\right) = 3{,}68...°$

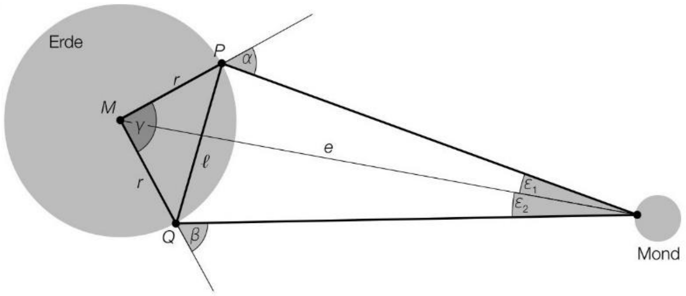
Lösung: Flugzeuge (3) * (B_598)

a1)

$a = \frac{h_1}{\cos(\alpha)}$	☒

Lösung: Erde * (B_610)

b1 und b3)



b2) $\sin(\varepsilon_1) = r \cdot \frac{\sin(180° - \alpha)}{e}$

oder:

$\sin(\varepsilon_1) = r \cdot \frac{\sin(\alpha)}{e}$

All Star Level

Ausbreitung von Licht * (B_428) Lösung

b) Berechnung der Schenkel des gleichschenkeligen Dreiecks und des Winkels zwischen den Schenkeln: $s = \sqrt{17^2 + 5^2} = 17{,}72...$

$\gamma = 2 \cdot \arctan\left(\frac{5}{17}\right) = 32{,}77...°$

Mit dem Cosinussatz ergibt sich die Länge c:

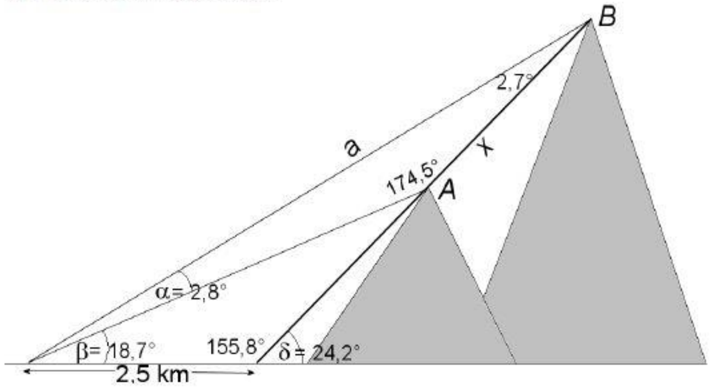
$\sqrt{(s-11)^2 + (s-6)^2 - 2 \cdot (s-11) \cdot (s-6) \cdot \cos(\gamma)} = 7{,}07...$

$c \approx 7{,}1$ cm

$\frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{s-6}{\sin(\alpha)} \Rightarrow (\alpha_1 \approx 63{,}7...°),\ \alpha_2 = 116{,}2...°$

Bergwandern (B_230) Lösung

b) Alle nötigen Winkel berechnen.



Sinussatz: $\frac{2{,}5}{\sin 2{,}7} = \frac{a}{\sin 155{,}8}$

$a = 21{,}755$ km

Sinussatz: $\frac{x}{\sin 2{,}8} = \frac{21{,}755}{\sin 174{,}5}$

$x = 11{,}1$ km

Die beiden Berggipfel *A* und *B* sind ca. 11 km voneinander entfernt.
(Es sind auch andere Lösungswege möglich und erlaubt.)

Infrarotheizung (B_030) Lösung

d) $e = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta)}$
$e = 82{,}626\ldots$ cm

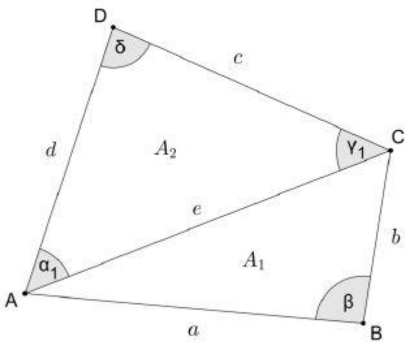
$\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{\sin(\delta) \cdot d}{e}\right)$
$\gamma_1 = 45{,}375\ldots°$

$\alpha_1 = 180° - (\gamma_1 + \delta)$
$\alpha_1 = 50{,}324\ldots°$

$A_1 = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\beta)}{2}$
$A_1 = 1\,314{,}121\ldots$ cm^2

$A_2 = \frac{d \cdot e \cdot \sin(\alpha_1)}{2}$
$A_2 = 1\,879{,}232\ldots$ cm^2

$A = A_1 + A_2$
$A \approx 3\,193{,}35$ cm^2



Die Oberfläche der Vorderwand der Infrarotheizung beträgt ca. 3 193,35 cm^2.

$c = \frac{d \cdot \sin(\alpha_1)}{\sin(\gamma_1)}$
$c = 63{,}911\ldots$ cm

$U = a + b + c + d$
$U \approx 231{,}3$ cm

Der Umfang der Vorderwand der Infrarotheizung beträgt ca. 231,3 cm.

Fernsehturm (B_250) Lösung

b) $a = 9$ cm entspricht 54 m Messtoleranz: ± 0,4 cm

Abhängig von den Druckeinstellungen kann die Länge der Seite a auf dem Ausdruck geringfügig abweichen.

Die Länge der Diagonale f kann mit dem Cosinussatz berechnet werden:
$f = \sqrt{a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}$

$\frac{\sin(\alpha_1)}{b} = \frac{\sin(\gamma_2)}{a}$	☒

c) $x = \frac{2}{\sin(113{,}66°)} \cdot \sin(180° - 113{,}66° - 24{,}2°) = 1{,}465\ldots$

Die Seitenlänge x beträgt rund 1,47 m.

Der Sinus von dem Winkel 24,2° entspricht dem Verhältnis von Gegenkathete zur Hypotenuse. Wenn man $x = \sin(24{,}2°) \cdot h$ umformt auf $\sin(24{,}2°) = \frac{x}{h}$, erkennt man, dass die Seiten im Verhältnis vertauscht sind.

$A = \frac{2 \cdot 1{,}47 \cdot \sin(24{,}2°)}{2} = 0{,}600\ldots$

Der Flächeninhalt beträgt rund 0,60 m^2.

Wagenheber * (B_299) Lösung

a1) $h = \sqrt{u^2 + v^2 - 2 \cdot u \cdot v \cdot \cos(180° - \alpha)}$ *oder* $h = \sqrt{u^2 + v^2 + 2 \cdot u \cdot v \cdot \cos(\alpha)}$

a2) $\frac{w}{\sin(\alpha)} = \frac{v}{\sin(\beta)} \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) = \frac{w \cdot \sin(\beta)}{v} = \frac{30 \cdot \sin(41°)}{20}$

$(\alpha_1 = 79{,}7...°) \quad \alpha_2 = 100{,}2...°$

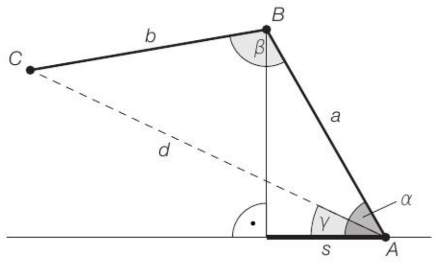
Für die Punktevergabe ist nur die Angabe des stumpfen Winkels erforderlich.

a3) $\vec{F}_v = \vec{F}_G - \vec{F}_w = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}75 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1{,}18 \\ -0{,}12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}18 \\ -0{,}63 \end{pmatrix}$

a4) $\gamma = \arctan\left(\frac{1{,}18}{0{,}63}\right) = 61{,}9...°$

Tunnelvortrieb * (B_521) Lösung

a1)



a2) $d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta)}$

$d = 7{,}495...\text{ m}$

a3)

$\gamma = \alpha - \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\beta)}{d}\right)$	☒

Werkzeuge * (B_531) Lösung

b1) $s = \frac{b}{\sin(\varepsilon)} \cdot \sin(180° - \varepsilon - \varphi)$

b2) $\varphi = \arccos\left(\frac{a^2 - b^2 - s^2}{-2 \cdot b \cdot s}\right) = \arccos\left(\frac{23{,}7^2 - 10{,}4^2 - 18{,}8^2}{-2 \cdot 10{,}4 \cdot 18{,}8}\right) = 104{,}83...°$

b3)

$\frac{h}{\sin(\varepsilon)} = \frac{a}{\sin(\varphi)}$	☒

Lösung: Sitzgelegenheiten * (B_575)

b1) Berechnen der dritten Seite x des Dreiecks (strichliert eingezeichnet):

$x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha)} = \sqrt{39^2 + 61{,}5^2 - 2 \cdot 39 \cdot 61{,}5 \cdot \cos(45°)} = 43{,}71...$

$\frac{b}{\sin(\gamma_1)} = \frac{x}{\sin(\alpha)}$

$\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\alpha)}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{61{,}5 \cdot \sin(45°)}{43{,}71...}\right) = 84{,}10...°$

$\gamma = 180° - \gamma_1 = 95{,}89...°$

b2) $h = b \cdot \sin(\alpha) = 61{,}5 \cdot \sin(45°) = 43{,}48...$

$\frac{43{,}48... - 43}{43} = 0{,}0113...$

Die Sitzhöhe h des nachgebauten Stuhls weicht um rund 1,1 % von der Sitzhöhe des Originals ab.

Lösung: Schreibtischlampen * (B_588)

b1) $\gamma = 360° - \alpha - \beta$

b2) $\overline{AL} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta)} = 50{,}70...$ cm

b3) $h = a \cdot \cos(\alpha - 90°) + b \cdot \sin(\beta - (180° - \alpha)) = 48{,}82...$ cm