Aufgabensammlung

Quadratische Funktionen

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

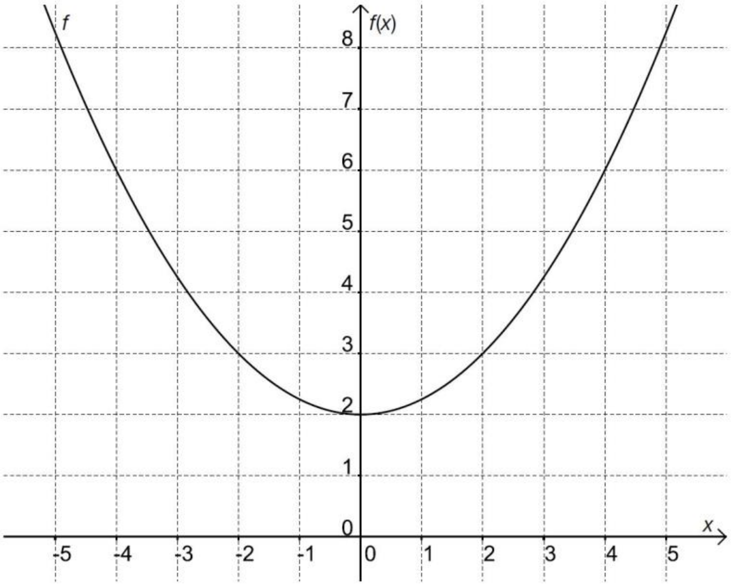
Quadratische Funktionen

Grundkompetenzen 4
Gleichung einer quadratischen Funktion* - 1_341, FA3.1, Halboffenes Antwortformat 4
Quadratische Funktion* - 1_367, FA1.5, 2 aus 5 4
Schnittpunkte* - 1_597, FA1.6, Offenes Antwortformat 5
Graph einer quadratischen Funktion* - 1_362, FA3.3, Halboffenes Antwortformat 5
Graphen quadratischer Funktionen* - 1_622, FA3.2, Halboffenes Antwortformat 6
Quadratische Funktion* - 1_716, FA1.5, Lückentext 6
Quadratische Funktionen* - 1_839, FA3.3, 2 aus 5 7
Wertepaare* - 1_884, FA1.4, Lückentext 8
Parameter einer quadratischen Funktion* (1_1276) - FA3.2 - Halboffenes Antwortformat 8
Quadratische Funktion* (1_1300) - FA3.3 - Offenes Antwortformat 8
Graph einer quadratischen Funktion* (1_1324) - FA3.3 - Konstruktionsformat 9
Rookie Level 10
Tennis (1) * (A_151) 10
Joghurt (A_138) 10
Kugelstossen (2) * (A_268) 10
Speerwurf * (A_303) 10
Pro Level 11
Vergnuegungspark (1) * (A_208) 11
Windraeder * (A_247) 11
Weitsprung (2) (A_213) 12
Blumentopf * (B_474) 12
Sonnenaufgang* (A_284) 12
Haengematten* (B_445) 13
Pelletsheizung * (A_068) 13
Tunnelzelte (A_131) 14
Diätplan (A_134) 14
Kochzeit von Eiern * (A_289) 14
Faesser * (B_541) 15
Alpentransit * (A_333) 16
All Star Level 17
Firmenlogos* - 2_117, AG4.1, Offenes Antwortformat 17
Kompensationsprüfungsaufgaben 18
AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 6 Aufgabe 3 18
BHS Jänner 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 3 18
BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 2 19
Lösungen 20
Grundkompetenzen 20
Rookie Level 22
Pro Level 23
All Star Level 26
Kompensationsprüfungsaufgaben 27

Grundkompetenzen

Gleichung einer quadratischen Funktion* - 1_341, FA3.1, Halboffenes Antwortformat

Im nachstehenden Koordinatensystem ist der Graph einer quadratischen Funktion f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot x^2 + b$ $(a, b \in \mathbb{R})$ dargestellt.



Ermitteln Sie die Werte der Parameter a und b! Die für die Berechnung relevanten Punkte mit ganzzahligen Koordinaten können dem Diagramm entnommen werden.

a = ______________________________

b = ______________________________

Quadratische Funktion* - 1_367, FA1.5, 2 aus 5

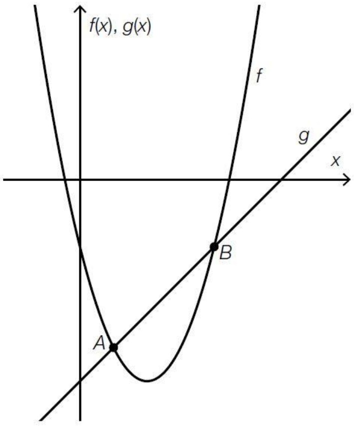
Gegeben ist eine quadratische Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Graph von f hat zwei verschiedene reelle Nullstellen, wenn gilt: $a > 0$ und $b < 0$.	☐
Der Graph von f mit $b = 0$ berührt die x-Achse in der lokalen Extremstelle.	☐
Der Graph von f mit $b > 0$ berührt die x-Achse im Ursprung.	☐
Für $a < 0$ hat der Graph von f einen Tiefpunkt.	☐
Für die lokale Extremstelle x_s von f gilt immer: $x_s = b$.	☐

Schnittpunkte* - 1_597, FA1.6, Offenes Antwortformat

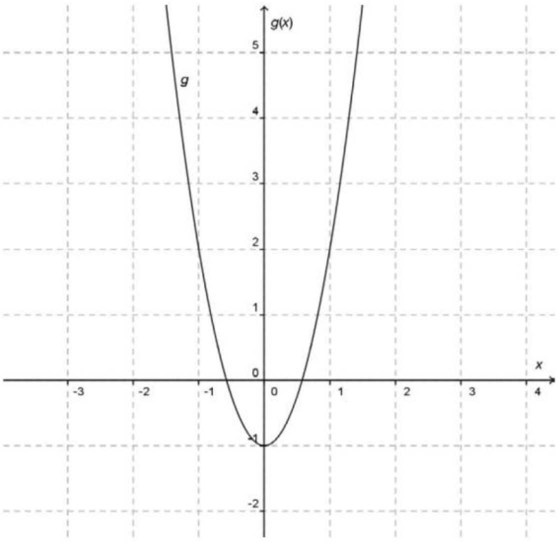
In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^2 - 4 \cdot x - 2$ und der Graph der Funktion g mit $g(x) = x - 6$ dargestellt sowie deren Schnittpunkte A und B gekennzeichnet.



Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b der quadratischen Gleichung $x^2 + a \cdot x + b = 0$ so, dass die beiden Lösungen dieser Gleichung die x-Koordinaten der Schnittpunkte A und B sind!

Graph einer quadratischen Funktion* - 1_362, FA3.3, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist der Graph einer Funktion g mit $g(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ und $a \neq 0$.



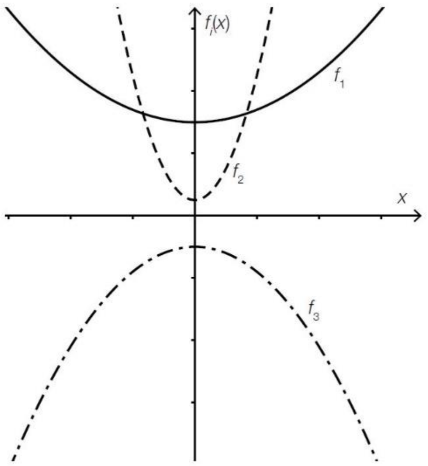
Geben Sie die Parameter a und b so an, dass sie zum abgebildeten Graphen von g passen!

a = ____

b = ____

Graphen quadratischer Funktionen* - 1_622, FA3.2, Halboffenes Antwortformat

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen quadratischer Funktionen f_1, f_2 und f_3 mit den Gleichungen $f_i(x) = a_i \cdot x^2 + b_i$, wobei gilt: $a_i, b_i \in \mathbb{R}$, $i \in \{1, 2, 3\}$.



Ordnen Sie die Parameterwerte a_i und b_i jeweils der Größe nach, beginnend mit dem kleinsten!

Parameterwerte a_i: _______ < _______ < _______

Parameterwerte b_i: _______ < _______ < _______

Quadratische Funktion* - 1_716, FA1.5, Lückentext

Gegeben ist eine quadratische Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$).

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Wenn ______①______ gilt, so hat die Funktion f auf jeden Fall ______②______.

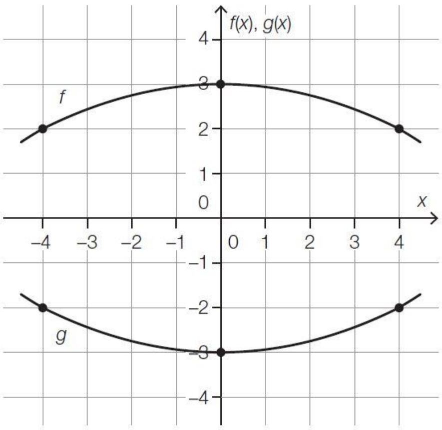
①	
$a < 0$	☐
$b = 0$	☐
$c > 0$	☐

②	
einen zur senkrechten Achse symmetrischen Graphen	☐
zwei reelle Nullstellen	☐
ein lokales Minimum	☐

Quadratische Funktionen* - 1_839, FA3.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der beiden reellen Funktionen f und g dargestellt. Es gilt:

$f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$
$g(x) = c \cdot x^2 + d$ mit $c, d \in \mathbb{R}$



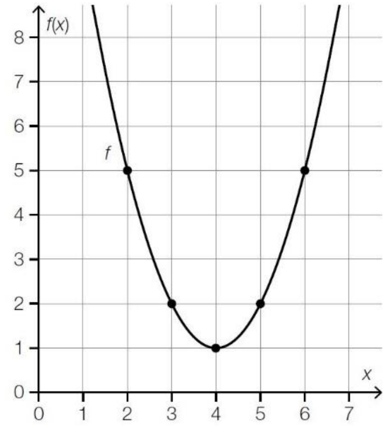
Die Koordinaten der gekennzeichneten Punkte sind ganzzahlig.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$d = f(0)$	☐
$b = d$	☐
$a = -c$	☐
$-f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$	☐
$f(2) = g(2)$	☐

Wertepaare* - 1_884, FA1.4, Lückentext

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der quadratischen Funktion f.
Die gekennzeichneten Punkte des Graphen haben ganzzahlige Koordinaten.



Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für _____①_____ gilt $f(x) \leq 5$; für $x \in [3; 5]$ gilt _____②_____.

①	
$x \in [1; 5]$	☐
$x \in [2; 6]$	☐
$x \in [3; 7]$	☐

②	
$f(x) \in [1; 2]$	☐
$f(x) \in [0; 1]$	☐
$f(x) \in [2; 5]$	☐

Parameter einer quadratischen Funktion* (1_1276) - FA3.2 - Halboffenes Antwortformat

Der Graph der quadratischen Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^2 + b$ hat im Punkt $S = (0|-2)$ ein lokales Minimum und verläuft durch den Punkt $P = (1|0)$.

Ermitteln Sie die reellen Parameter a und b.

a = ____________________

b = ____________________

Quadratische Funktion* (1_1300) - FA3.3 - Offenes Antwortformat

Gegeben ist eine quadratische Funktion f der Form $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$.

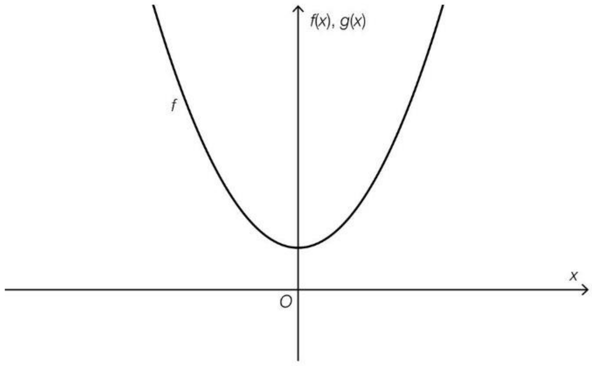
Geben Sie eine Bedingung an, die die Parameter a und b erfüllen müssen, damit f zwei reelle Nullstellen hat.

Graph einer quadratischen Funktion* (1_1324) - FA3.3 - Konstruktionsformat

Gegeben ist der Graph einer Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Form $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Für eine Funktion $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Form $g(x) = c \cdot x^2 + d$ mit $c, d \in \mathbb{R}$ gilt: $c < -a$ und $d > b$

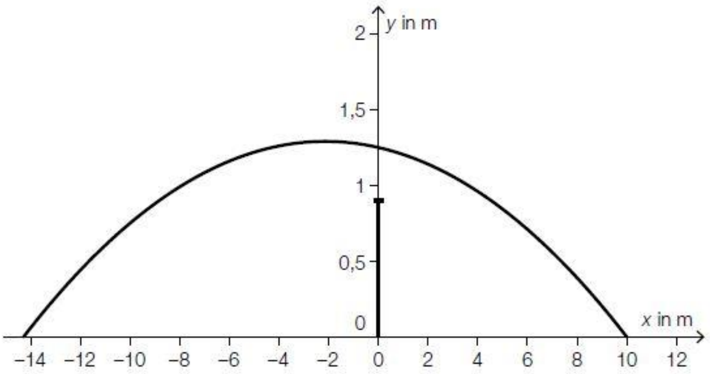
Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen einer solchen Funktion g.



Rookie Level

Tennis (1) * (A_151)

Die Flugbahn eines Tennisballs ist ein Teil des unten dargestellten parabelförmigen Funktionsgraphen. Der Abschusspunkt A liegt 10 m vom Netz entfernt in einer Höhe von 0,75 m. Das Netz (0,9 m hoch) wird auf der y-Achse dargestellt. Der Ball überfliegt das Netz in einer Höhe von 35 cm und trifft 10 m hinter dem Netz im Aufprallpunkt P den Boden.



a) – Kennzeichnen Sie in der obenstehenden Grafik den Abschusspunkt A und den Aufprallpunkt P.
– Bestimmen Sie dasjenige Intervall, in dem der Funktionsgraph ein Modell für die Flugbahn darstellt.

Joghurt (A_138)

b) Für die Produktion der Joghurtbecher liegen 2 Angebote vor. Die Gesamtkosten K_1 und K_2 werden durch folgende Funktionen beschrieben:

$K_1(x) = 0{,}4 \cdot x + 270$
$K_2(x) = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$

x ... Anzahl der produzierten Joghurtbecher mit $x \geq 0$
$K_1(x)$ ... Gesamtkosten im 1. Angebot in Euro (€) bei x produzierten Joghurtbechern
$K_2(x)$ ... Gesamtkosten im 2. Angebot in Euro (€) bei x produzierten Joghurtbechern

– Interpretieren Sie den Schnittpunkt beider Funktionsgraphen im Bezug auf die Kosten.
– Ermitteln Sie den Schnittpunkt der beiden Funktionsgraphen.

Kugelstossen (2) * (A_268)

c) Die Bahnkurve einer gestoßenen Kugel lässt sich näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion h beschreiben:

$h(x) = -0{,}05 \cdot x^2 + 0{,}75 \cdot x + 2$ mit $x \geq 0$

x ... horizontale Entfernung der Kugel von der Abstoßstelle in m
$h(x)$ ... Höhe der Kugel über dem Boden bei der horizontalen Entfernung x in m

1) Geben Sie an, in welcher Höhe die Kugel abgestoßen wird.

2) Ermitteln Sie, in welcher horizontalen Entfernung von der Abstoßstelle die Kugel auf dem Boden aufschlägt.

Speerwurf * (A_303)

b) Ein Teil des Graphen der Funktion f beschreibt die Flugbahn der Speerspitze bei einem bestimmten Wurf.

$f(x) = -0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}7 \cdot x + 1{,}8$ mit $x \geq 0$

x ... horizontale Entfernung vom Abwurfpunkt in m
$f(x)$ ... Höhe über dem Boden bei der horizontalen Entfernung x in m

1) Berechnen Sie die horizontale Entfernung vom Abwurfpunkt, in der die Speerspitze bei diesem Wurf auf dem Boden auftrifft.

Pro Level

Vergnuegungspark (1) * (A_208)

Ein kürzlich eröffneter Vergnügungspark ist ein beliebtes Ausflugsziel in der Region.

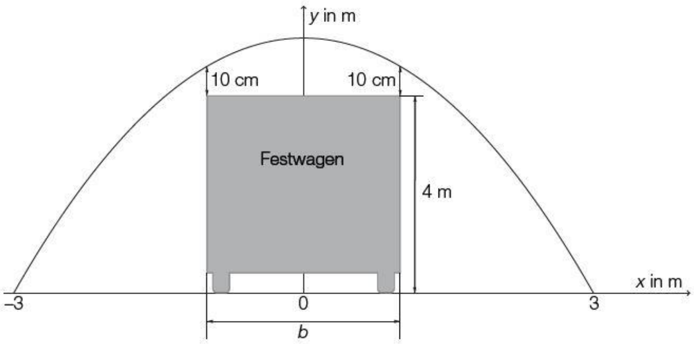
a) Beim Eingang zum Vergnügnungspark steht ein Torbogen. Dieser wird durch einen Teil des Graphen der Funktion mit folgender Gleichung beschrieben:

$y = 9 - x^2$

x, y ... Koordinaten in Metern (m)

Dabei wird der ebene Boden durch die x-Achse beschrieben.

Bei einer Parade muss ein 4 Meter hoher Festwagen durch den Torbogen geschoben werden. Nach oben hin muss ein senkrechter Minimalabstand von 10 cm eingehalten werden (siehe Skizze – nicht maßstabgetreu).



– Berechnen Sie, welche Breite b der Festwagen maximal haben darf.

Vor der Parade wird das Tor mit einer Folie verschlossen.

– Berechnen Sie den Flächeninhalt der dazu benötigten Folie.

Windraeder * (A_247)

c) Die tatsächliche Leistung eines bestimmten Windrads in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit v kann für Windgeschwindigkeiten von 5 m/s bis 10 m/s näherungsweise durch die Polynomfunktion P beschrieben werden.

$P(v) = 0{,}0175 \cdot v^2 - 0{,}0796 \cdot v + 0{,}0391 \quad \text{mit} \quad 5 \leq v \leq 10$

v ... Windgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s)
$P(v)$ ... Leistung bei der Windgeschwindigkeit v in Megawatt (MW)

– Berechnen Sie, bei welcher Windgeschwindigkeit eine Leistung von 0,5 MW erzielt wird.
– Beschreiben Sie, was mit der folgenden Rechnung im gegebenen Sachzusammenhang ermittelt wird:

$$\frac{P(8) - P(7)}{P(7)}$$

Weitsprung (2) (A_213)

b) Zur Modellierung von Sprungparabeln können verschiedene quadratische Funktionen verwendet werden.

– Ordnen Sie den Funktionsgleichungen jeweils die zugehörige Bedingung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ $(a < 0, b > 0)$	
$f(x) = a \cdot x^2 + c$ $(a < 0, c > 0)$	

A	Der Graph der Funktion f geht durch den Ursprung des Koordinatensystems.
B	Der Graph der Funktion f ist symmetrisch zur Ordinatenachse.
C	Der Graph der Funktion ist nach oben offen.
D	Der Graph der Funktion hat keine Nullstelle.

Blumentopf * (B_474)

c) Der Erlös aus dem Verkauf von Blumentöpfen kann durch die Funktion E beschrieben werden:

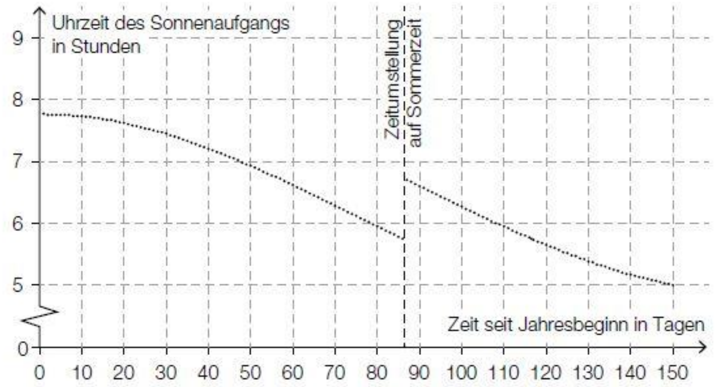
$E(x) = 20 \cdot x - 0{,}12 \cdot x^2$

x … Verkaufsmenge in ME
$E(x)$ … Erlös bei der Verkaufsmenge x in GE

1) Ermitteln Sie das größtmögliche Intervall für x, in dem der Erlös mindestens 100 GE beträgt.

Sonnenaufgang* (A_284)

c) In der nachstehenden Grafik ist die jeweilige Uhrzeit des Sonnenaufgangs in Wien für die ersten 150 Tage eines Jahres dargestellt.



1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Grafik, wie viele Tage nach der Zeitumstellung der Sonnenaufgang erstmals zu einer früheren Uhrzeit als unmittelbar vor der Zeitumstellung stattfindet.

Im Zeitintervall [0; 40] kann die Uhrzeit des Sonnenaufgangs näherungsweise durch eine quadratische Funktion f modelliert werden.

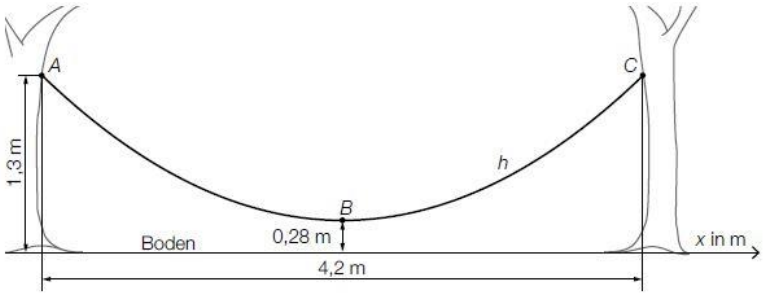
$f(t) = a \cdot t^2 + c$

t … Zeit seit Jahresbeginn in Tagen
$f(t)$ … Uhrzeit des Sonnenaufgangs am Tag t in Stunden

2) Argumentieren Sie anhand der obigen Grafik, dass der Parameter a dabei negativ sein muss.

Haengematten* (B_445)

a) Der Graph der quadratischen Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschreibt näherungsweise den Durchhang einer Hängematte (siehe nachstehende Abbildung).



x, $h(x)$ ... Koordinaten in m

Der Graph der Funktion h verläuft durch die Befestigungspunkte A und C. Der Scheitelpunkt von h wird mit B bezeichnet. Die Punkte A und C liegen auf gleicher Höhe über dem Boden.

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die fehlende senkrechte Koordinatenachse so ein, dass für den Koeffizienten b gilt: $b = 0$

2) Berechnen Sie den Koeffizienten a.

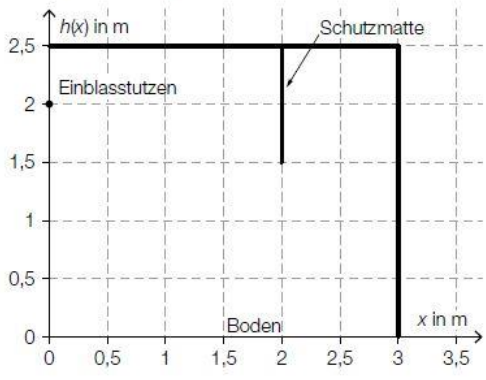
Pelletsheizung * (A_068)

c) Bei einer Lieferung werden die Pellets in einer Höhe von 2 m durch einen Einblasstutzen in einen Lagerraum waagrecht eingeblasen. Eine aufgehängte Schutzmatte soll dabei verhindern, dass die Pellets brechen, wenn die Einblasgeschwindigkeit zu groß ist. Die Flugbahn eines Pellets kann modellhaft durch den Graphen der folgenden quadratischen Funktion beschrieben werden:

$$h(x) = -\frac{5 \cdot x^2}{v_0^2} + 2$$

x ... waagrechte Entfernung vom Einblasstutzen in m
$h(x)$ ... Flughöhe eines Pellets über dem Boden bei der Entfernung x in m
v_0 ... Einblasgeschwindigkeit in m/s

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Funktion h für eine Einblasgeschwindigkeit von $v_0 = 4$ m/s ein.

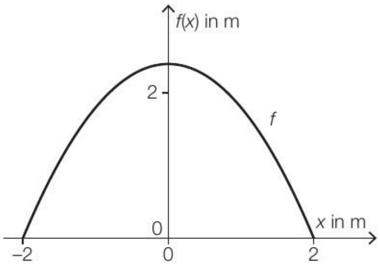


Bei einer anderen Einblasgeschwindigkeit trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der 1 m langen Schutzmatte.

2) Bestimmen Sie diese Einblasgeschwindigkeit.

Tunnelzelte (A_131)

a) In der nebenstehenden Abbildung ist die innere Querschnittsfläche eines Tunnelzelts dargestellt. Sie kann durch den Graphen einer quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.



– Kreuzen Sie die für die Koeffizienten von f zutreffenden Bedingungen an. *[1 aus 5]*

$a > 0,\ b = 0,\ c > 0$	☐
$a < 0,\ b = 0,\ c > 0$	☐
$a > 0,\ b > 0,\ c < 0$	☐
$a < 0,\ b < 0,\ c > 0$	☐
$a > 0,\ b > 0,\ c > 0$	☐

Diätplan (A_134)

Zu Beginn einer Diät beträgt die Körpermasse einer Person 110,7 kg.

b) Die Person folgt einem speziellen Diätplan. Um den Verlauf dieses Diätplans zu dokumentieren, wurden folgende Werte erhoben:

Zeit seit Beginn der Diät in Wochen	Körpermasse in kg
6	101,6
10	98,0

Die Werte der Körpermasse im Verlauf der Diät können näherungsweise durch die Funktion m beschrieben werden.

$m(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ mit $0 \leq t \leq 15$

t ... Zeit seit Beginn der Diät in Wochen
$m(t)$ ... Körpermasse in kg nach t Wochen

– Erstellen Sie mithilfe der Tabellenwerte und der Körpermasse zu Beginn der Diät ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten a, b und c.

– Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c.

Kochzeit von Eiern * (A_289)

a) Ein Ei soll weich gekocht werden. Die Kochzeit kann in Abhängigkeit vom Durchmesser d unter bestimmten Bedingungen näherungsweise durch die quadratische Funktion W beschrieben werden:

$W(d) = a \cdot d^2$

d ... Durchmesser des Eies in mm
$W(d)$ ... Kochzeit bei einem Durchmesser d in min
a ... positiver Parameter

Bei einem Durchmesser von 45 mm ergibt sich eine Kochzeit von 5 min.

1) Ermitteln Sie den Parameter a.

Zwei Eier mit unterschiedlichen Durchmessern werden weich gekocht. Der Durchmesser von Ei B ist um 10 % größer als der Durchmesser von Ei A.

2) Zeigen Sie, dass die Kochzeit von Ei B um mehr als 10 % länger ist als die Kochzeit von Ei A.

b) Die quadratische Funktion Z beschreibt näherungsweise die Kochzeit für ein weich gekochtes Ei in Abhängigkeit von der Lagertemperatur:

$Z(x) = -0{,}024 \cdot x^2 - 2{,}16 \cdot x + 252$

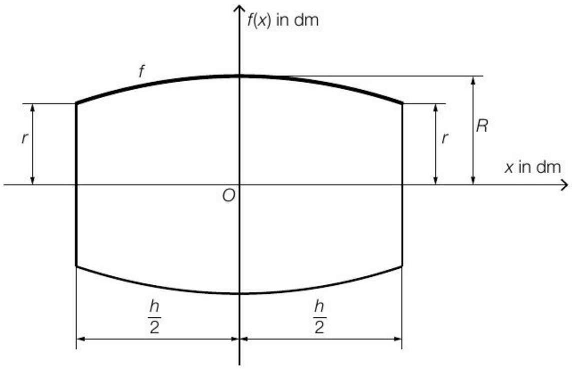
x ... Lagertemperatur in °C
$Z(x)$ ... Kochzeit bei der Lagertemperatur x in s

Ein Ei wird anstatt bei einer Temperatur von 4 °C (Kühlschranktemperatur) bei einer Temperatur von 20 °C (Raumtemperatur) gelagert.

1) Ermitteln Sie, um wie viele Sekunden die Kochzeit dadurch kürzer ist.

Faesser * (B_541)

Fässer können modellhaft durch Rotation des Graphen einer quadratischen Funktion f im Intervall $\left[-\frac{h}{2}; \frac{h}{2}\right]$ um die x-Achse beschrieben werden.



r, R, h ... Abmessungen in dm

a) Für das Fass A mit den Abmessungen r_A, R_A und h_A wird die obere Begrenzungslinie durch die Funktion f_A mit $f_A(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben.

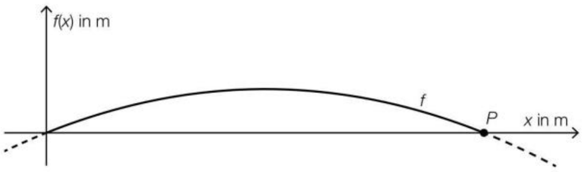
1) Erklären Sie, warum $b = 0$ gilt. *[0/1 P.]*

Es gilt: $r_A = 2{,}5$ dm, $R_A = 3{,}2$ dm, $h_A = 8$ dm.

2) Ermitteln Sie die Koeffizienten a und c. *[0/1 P.]*

Alpentransit * (A_333)

a) In der nachstehenden Abbildung ist das Höhenprofil einer bestimmten Straße modellhaft durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ dargestellt.



Der Graph von f verläuft durch den Punkt $P = (200|0)$.
An der Stelle $x = 0$ hat der Graph von f die Steigung 10 %.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Parameter a und b.

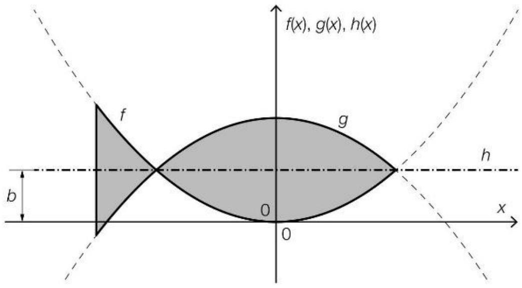
Das Höhenprofil soll in einem Koordinatensystem durch eine Funktion g der Form $g(x) = a \cdot x^2$ modelliert werden.

2) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die Achsen des zugehörigen Koordinatensystems ein.

All Star Level

Firmenlogos* - 2_117, AG4.1, Offenes Antwortformat

c) Im nachstehenden Koordinatensystem ist das Logo eines Fischrestaurants grau markiert dargestellt.



Das Logo ist symmetrisch bezüglich des Graphen der konstanten Funktion h mit $h(x) = b$ mit $b \in \mathbb{R}^+$. Die Begrenzungslinien des Logos sind Teile der Graphen der Funktionen f und g (siehe obige Abbildung).

Für die Funktion f gilt:

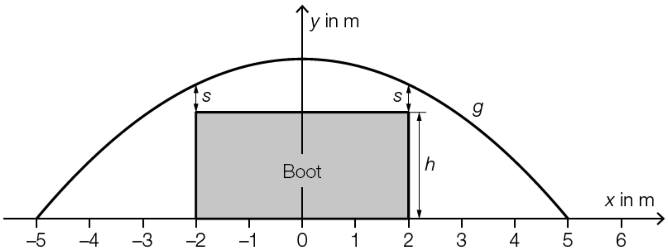
$f(x) = a \cdot x^2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$

1) Stellen Sie unter Verwendung von a und b eine Funktionsgleichung von g auf.

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 6 Aufgabe 3

c) Ein 4 m breites Boot fährt mittig unter der Brücke durch (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).



Für die Funktion g gilt:

$g(x) = -0{,}12 \cdot x^2 + 3$

Der Abstand bei der Durchfahrt beträgt $s = 40$ cm (siehe obige Abbildung).

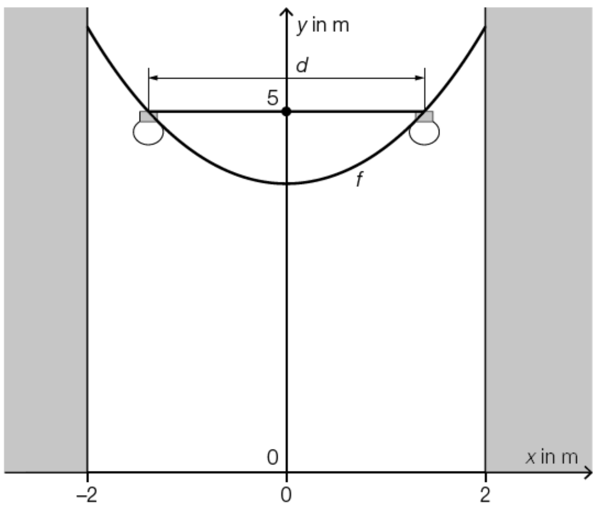
1) Berechnen Sie h.

BHS Jänner 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 3

a) Zwischen zwei Häusern wird eine Lichterkette angebracht. Diese Häuser haben einen Abstand von 4 m.
Der Verlauf der Lichterkette wird in einem bestimmten Modell durch den Graphen der Funktion f beschrieben. Der Graph von f ist symmetrisch zur y-Achse.
(Siehe nachstehende Abbildung.)

$f(x) = 2 \cdot \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right)$ mit $-2 \leq x \leq 2$

x ... horizontale Koordinate in m
$f(x)$ ... Höhe der Lichterkette über dem Boden an der Stelle x in m

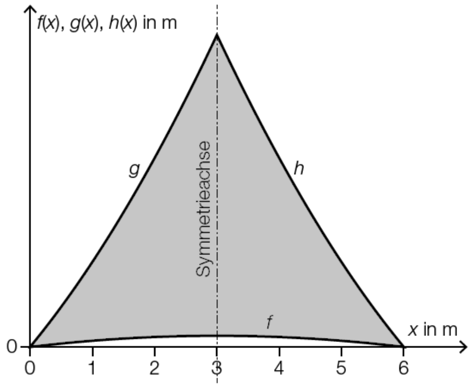


In einer Höhe von 5 m über dem Boden werden zwei Lampen angebracht (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie den Abstand d dieser beiden Lampen.

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 2

a) Für die Beschattung einer Terrasse wird ein symmetrisches Sonnensegel aus Stoff angefertigt. Die Begrenzungslinien können mithilfe der Graphen der Funktionen f, g und h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



Für die Funktion f gilt: $f(x) = -\frac{1}{50} \cdot x^2 + u \cdot x$

2) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Koeffizienten u.

Eine der Begrenzungslinien kann durch den Graphen der Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

3) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Der Koeffizient a muss ___①___ sein; der Graph der Funktion h ___②___.

①	
positiv	☐
negativ	☐
gleich null	☐

②	
ist positiv gekrümmt	☐
ist negativ gekrümmt	☐
hat keine Krümmung	☐

Lösungen

Grundkompetenzen

Lösungserwartung: Gleichung einer quadratischen Funktion* - 1_341, FA3.3, 2 aus 5

$a = \frac{1}{4}$ oder $a = 0{,}25$
$b = 2$

Lösungserwartung: Quadratische Funktion* - 1_367, FA3.3, 2 aus 5

Der Graph von f hat zwei verschiedene reelle Nullstellen, wenn gilt: $a > 0$ und $b < 0$.	☒
Der Graph von f mit $b = 0$ berührt die x-Achse in der lokalen Extremstelle.	☒

Lösungserwartung: Schnittpunkte* - 1_597, FA3.3, 2 aus 5

Mögliche Vorgehensweise:
$x^2 - 4 \cdot x - 2 = x - 6$
$x^2 - 5 \cdot x + 4 = 0 \Rightarrow a = -5, b = 4$

Lösungserwartung: Graph einer quadratischen Funktion* - 1_362, FA3.3, 2 aus 5

$a = 3$
$b = -1$

Lösungserwartung: Graphen quadratischer Funktionen* - 1_622, FA3.3, 2 aus 5

$a_3 < a_1 < a_2$
$b_3 < b_2 < b_1$

Lösungserwartung: Quadratische Funktion* - 1_716, FA3.3, 2 aus 5

①	
$b = 0$	☒

②	
einen zur senkrechten Achse symmetrischen Graphen	☒

Lösungserwartung: Quadratische Funktionen* - 1_839, FA3.3, 2 aus 5

$a = -c$	☒
$-f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$	☒

Lösungserwartung: Wertepaare* - 1_884, FA1.4, Lückentext

①	
$x \in [2; 6]$	☒

②	
$f(x) \in [1; 2]$	☒

Lösung: Parameter einer quadratischen Funktion* (1_1276)

$a = 2$
$b = -2$

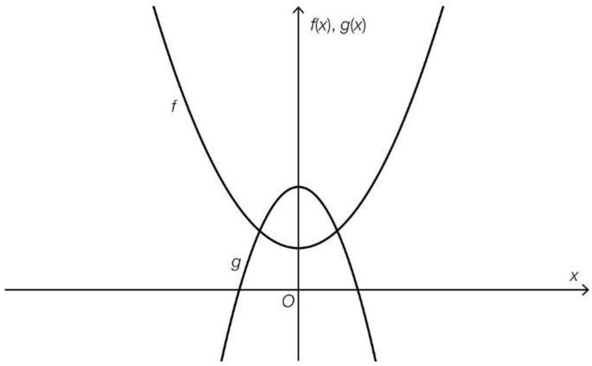
Lösung: Quadratische Funktion* (1_1300)

Die Parameter a und b müssen verschiedene Vorzeichen haben.

oder:

$a \cdot b < 0$

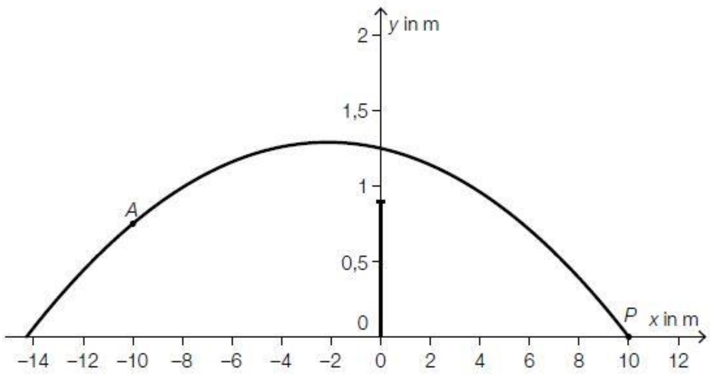
Lösung: Graph einer quadratischen Funktion* (1_1324)



Rookie Level

Tennis (1) * (A_151) Lösung

a)



sinnvolles Intervall für die Beschreibung der Flugbahn: [–10; 10]

Joghurt (A_138) Lösung

b) $0{,}4 \cdot x + 270 = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$
Lösung mittels Technologieeinsatz: ($x_1 = -155{,}56$)
$x_2 = 400$

$K_1(400) = 430 \quad \Rightarrow \quad$ Schnittpunkt: $S = (400\,|\,430)$

Die 1. Koordinate des Schnittpunkts gibt diejenige Produktionsmenge (400 ME) an, bei der die Gesamtkosten bei beiden Sorten gleich hoch sind. Die 2. Koordinate des Schnittpunkts gibt diese Gesamtkosten (430 GE) an.

Kugelstossen (2) * (A_268) Lösung

c1) Die Kugel wird in einer Höhe von 2 m abgestoßen.

c2) $h(x) = 0$

oder:

$-0{,}05 \cdot x^2 + 0{,}75 \cdot x + 2 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 17{,}310...$
$(x_2 = -2{,}310...)$
Die Kugel schlägt in einer horizontalen Entfernung von rund 17,31 m auf dem Boden auf.

Speerwurf * (A_303) Lösung

b1) $f(x) = 0$ *oder* $-0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}7 \cdot x + 1{,}8 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$(x_1 = -2{,}48\dot{3})$, $x_2 = 72{,}48\dot{3}$

Die Speerspitze trifft in einer horizontalen Entfernung von rund 72,48 m auf dem Boden auf.

Pro Level

Vergnuegungspark (1) * (A_208) Lösung

a) $4{,}1 = 9 - x^2$
$x^2 = 4{,}9$
$x = \pm 2{,}213\ldots$

Der Festwagen darf rund 4,42 m breit sein.

$\int_{-3}^{3} (9 - x^2)\mathrm{d}x = 36$

Der Flächeninhalt der benötigten Folie beträgt 36 m².

Windraeder * (A_247) Lösung

c) $0{,}5 = 0{,}0175 \cdot v^2 - 0{,}0796 \cdot v + 0{,}0391$

$v_1 = 7{,}887\ldots$
$(v_2 = -3{,}339\ldots)$

Eine Leistung von 0,5 MW wird bei einer Windgeschwindigkeit von rund 7,89 m/s erzielt.

Es wird die relative Änderung der Leistung des Windrads bei einem Anstieg der Windgeschwindigkeit von 7 m/s auf 8 m/s ermittelt.

Weitsprung (2) (A_213) Lösung

b)

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ $(a < 0, b > 0)$	A
$f(x) = a \cdot x^2 + c$ $(a < 0, c > 0)$	B

A	Der Graph der Funktion f geht durch den Ursprung des Koordinatensystems.
B	Der Graph der Funktion f ist symmetrisch zur Ordinatenachse.
C	Der Graph der Funktion ist nach oben offen.
D	Der Graph der Funktion hat keine Nullstelle.

Blumentopf * (B_474) Lösung

c1) $E(x) = 100$ *oder* $20 \cdot x - 0{,}12 \cdot x^2 = 100$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 5{,}15\ldots$
$x_2 = 161{,}50\ldots$

Intervall: [5,15...; 161,50...]

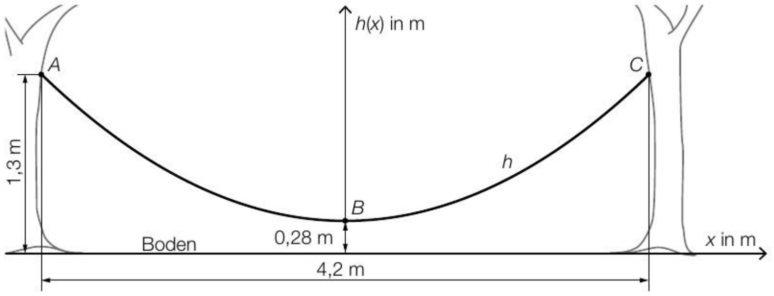
Sonnenaufgang* (A_284) Lösung

c1) 31 Tage
Toleranzbereich: [26 Tage; 34 Tage]

c2) Die Datenpunkte im Zeitintervall [0; 40] können durch eine nach unten offene (negativ gekrümmte) Parabel angenähert werden. Daher ist der Parameter a der zugehörigen quadratischen Funktion negativ.

Haengematten * (B_445) Lösung

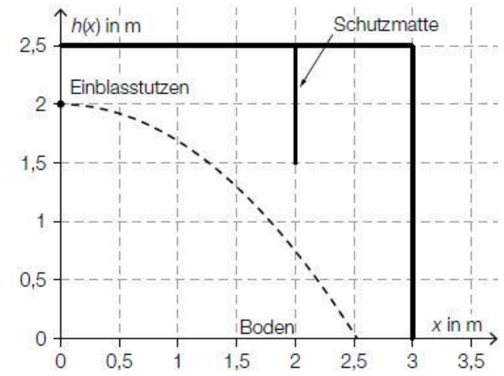
a1)



a2) $h(2{,}1) = 1{,}3$ *oder* $a \cdot 2{,}1^2 + 0{,}28 = 1{,}3 \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}23129...$

Pelletsheizung * (A_068) Lösung

c1)



c2) Das Pellet trifft gerade noch die Matte, wenn seine Bahn durch den Punkt $(2|1{,}5)$ verläuft:
$1{,}5 = -\frac{5 \cdot 2^2}{v_0^2} + 2$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$v_{0,1} = 6{,}324...$ (*oder* $v_{0,2} = -6{,}324...$)

Bei einer Einblasgeschwindigkeit von 6,32... m/s trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der Schutzmatte.

Tunnelzelte (A_131) Lösung

a)

$a < 0,\ b = 0,\ c > 0$	☒

Diätplan (A_134) Lösung

b) I: $m(0) = 110{,}7$ bzw. $c = 110{,}7$
II: $m(6) = 101{,}6$ bzw. $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c = 101{,}6$
III: $m(10) = 98$ bzw. $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 98$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}061\overline{6},\ b = -1{,}88\overline{6},\ c = 110{,}7$

Kochzeit von Eiern * (A_289) Lösung

a1) $5 = a \cdot 45^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{5}{45^2} = 0{,}00246...$

a2) $W(1{,}1 \cdot d) = a \cdot (1{,}1 \cdot d)^2 = a \cdot 1{,}21 \cdot d^2$
Ist der Durchmesser um 10 % größer, dann ist die Kochzeit um 21 % länger.

Der geforderte Nachweis kann auch mit konkreten Zahlen erfolgen.

b1) $Z(4) = 242{,}976$
$Z(20) = 199{,}2$

$Z(4) - Z(20) = 43{,}7...$

Die Kochzeit ist um rund 44 s kürzer.

Faesser * (B_541) Lösung

a1) Der Graph von f_A ist symmetrisch bezüglich der vertikalen Achse.

oder:

An der Stelle $x = 0$ gilt: $f_A'(0) = 0$.

a2) $f_A(0) = 3{,}2$
$c = 3{,}2$

$f_A(4) = 2{,}5$ *oder* $16 \cdot a + 3{,}2 = 2{,}5$
$a = -0{,}04375$

Lösung: Alpentransit * (A_333)

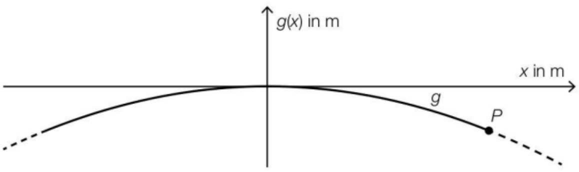
a1) $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(200) = 0$
II: $f'(0) = 0{,}1$

oder:

I: $a \cdot 200^2 + b \cdot 200 = 0$
II: $b = 0{,}1$

a2)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, die Koordinatenachsen zu beschriften.

Lösungserwartung: Firmenlogos* (c) - 2_117, AG4.1, Offenes Antwortformat

c1) $g(x) = -a \cdot x^2 + 2 \cdot b$

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 6 Aufgabe 3

c1) $g(2) = 2{,}52$

$h = 2{,}52\text{ m} - 0{,}4\text{ m} = 2{,}12\text{ m}$

BHS Jänner 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 3

a1) $f(x) = 5$ *oder* $2 \cdot \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right) = 5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = -1{,}38...$; $x_2 = 1{,}38...$
$x_2 - x_1 = 2{,}77...$

Der Abstand zwischen den beiden Lampen beträgt rund 2,8 m.

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 2

a2) $f(6) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{50} \cdot 6^2 + u \cdot 6 = 0$

oder:

$f'(3) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{25} \cdot 3 + u = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$u = 0{,}12$

a3)

①	
positiv	☒

②	
ist positiv gekrümmt	☒