Aufgabensammlung

Lineare Optimierung

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

Lineare Optimierung

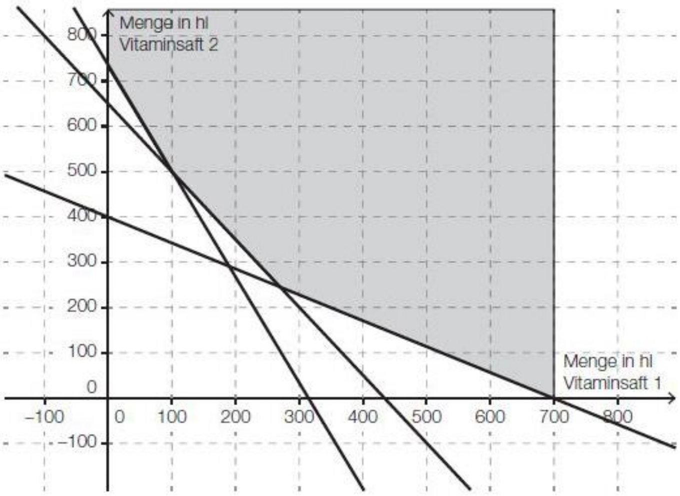
Rookie Level

Getraenkeproduktion (B_147)

a) Das Unternehmen stellt zwei Sorten von Nektar her. Sorte 1 enthält 60 % Kirschsaft und 25 % Apfelsaft, Sorte 2 enthält 40 % Kirschsaft und 45 % Apfelsaft.
Man hat maximal 400 Hektoliter (hl) Kirschsaft und 310 hl Apfelsaft zur Verfügung.

– Übertragen Sie die Anteile und die jeweiligen Maximalmengen der beiden Sorten in eine Tabelle.
– Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das den Bereich der möglichen Herstellungsmengen der beiden Sorten beschreibt.
– Stellen Sie den Lösungsbereich des Ungleichungssystems in einem Koordinatensystem grafisch dar.

b) Das Unternehmen stellt aus 2 hochwertigen Vitamingetränken eine neue Mischung her, die bestimmte Mindestmengen von 3 Inhaltsstoffen enthalten muss. Die in der nachstehenden Grafik dargestellte Lösungsmenge erfüllt diese Bedingungen.
Der 1. Vitaminsaft kostet dem Unternehmen € 300 pro hl, der 2. Saft € 150 pro hl.



Die neue Mischung soll möglichst kostengünstig sein.

– Stellen Sie die Zielfunktion K für die Kosten auf.
– Zeichnen Sie die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die obige Grafik ein.
– Ermitteln Sie, für welche Mischung die Kosten minimal sind.
– Berechnen Sie die minimalen Kosten.

Huehnerfarm (B_184)

c) Die Eier werden nach Gewichtskategorien in mittlere und große Eier eingeteilt.
Sechser- und Viererpackungen von Eiern werden zum Verkauf angeboten.
Die Sechserpackung kostet € 2,50 und beinhaltet je 3 große und 3 mittlere Eier.
Die Viererpackung kostet € 1,70 und beinhaltet je 1 großes Ei und 3 mittlere Eier.

Mindestens 60 große und 80 mittlere Eier sollen für eine Großküche eingekauft werden.
Für den Einkauf stehen maximal € 65 zur Verfügung.

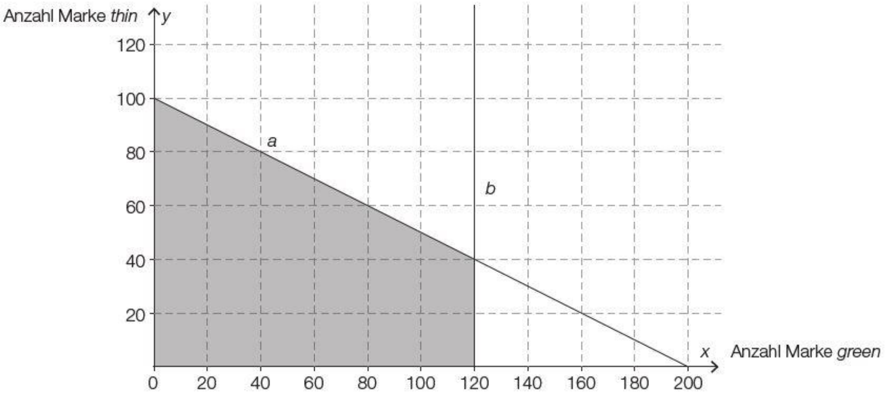
– Stellen Sie dasjenige Ungleichungssystem auf, das beschreibt, welche Anzahl an Viererpackungen y bei welcher Anzahl von Sechserpackungen x die Großküche kaufen kann.
– Stellen Sie den Lösungsbereich des Ungleichungssystems grafisch dar.
– Beurteilen Sie anhand des Lösungsbereichs, ob die Großküche 12 Sechserpackungen und 25 Viererpackungen kaufen kann.

Guertelproduktion (B_351)

a) Die Herstellung eines Gürtels der Marke *dark* dauert 5 Minuten, die eines Gürtels der Marke *small* dauert 2 Minuten. Insgesamt stehen pro Tag höchstens 600 Minuten für die Gürtelproduktion zur Verfügung.
Die Lederbelieferung erlaubt nur die Produktion von maximal 200 Gürteln pro Tag (gleich welcher Marke).

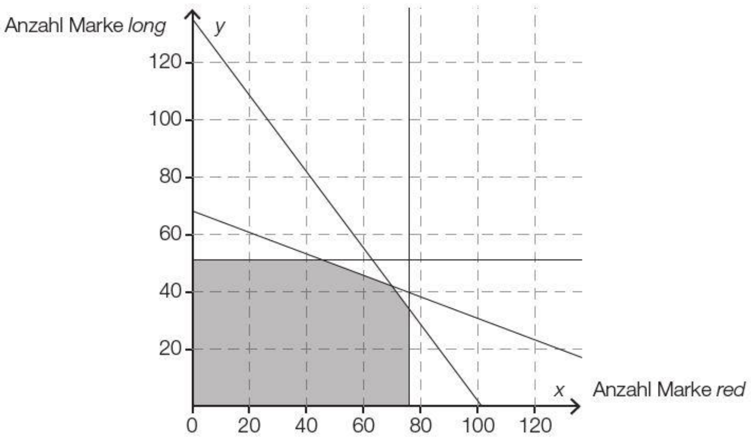
– Stellen Sie die beiden Ungleichungen auf, die diese Produktionseinschränkungen für x Gürtel der Marke *dark* und y Gürtel der Marke *small* beschreiben.

b) In der nachstehenden Grafik ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die Gürtelproduktion der Marken *green* und *thin* angegeben.



– Stellen Sie die Gleichung der Geraden a auf.
– Stellen Sie die Gleichung der Geraden b auf.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die Gürtelproduktion der Marken *red* und *long* dargestellt.



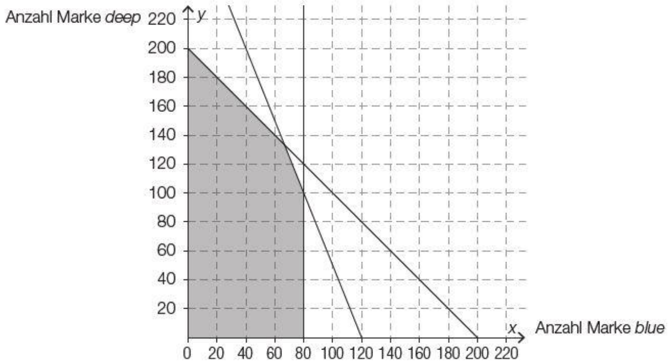
Die Zielfunktion Z beschreibt den Gewinn in Euro: $Z(x, y) = 2 \cdot x + 3 \cdot y$

x ... Anzahl der Gürtel der Marke *red*
y ... Anzahl der Gürtel der Marke *long*

Dieser Gewinn soll maximiert werden.

– Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in der obigen Abbildung ein.
– Lesen Sie die optimalen Produktionsmengen näherungsweise ab.
– Ermitteln Sie den maximalen Gewinn.

d) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die Gürtelproduktion der Marken *blue* und *deep* dargestellt.



Jemand behauptet, dass der maximale Gewinn erreicht wird, wenn 60 Gürtel der Marke *blue* und 120 Gürtel der Marke *deep* produziert und verkauft werden.

– Erklären Sie, warum man ohne Kenntnis der Zielfunktion beurteilen kann, dass diese Behauptung falsch ist.

Fruchtsaefte (B_400)

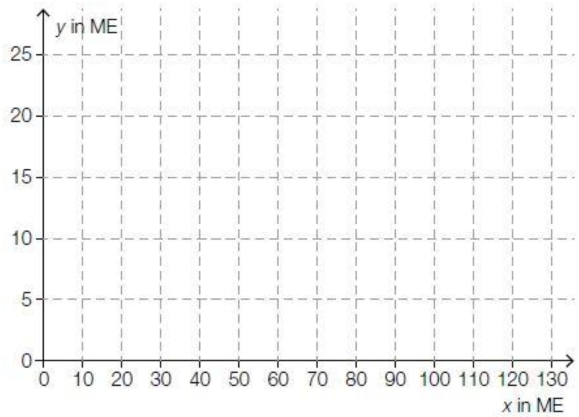
a) Die beiden Hauptprodukte des Unternehmens sind Apfelsaft und Birnensaft.
Aus Kapazitätsgründen können insgesamt pro Tag höchstens 200 Mengeneinheiten (ME) von diesen beiden Säften produziert werden.
Das Unternehmen kann pro Tag maximal 40 ME Birnensaft produzieren.

– Erstellen Sie die beiden Ungleichungen, die diese Produktionseinschränkungen für x ME Apfelsaft und y ME Birnensaft beschreiben.

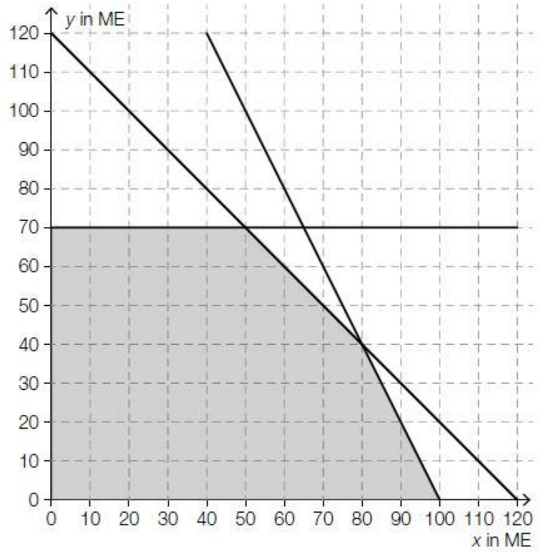
b) Das folgende Ungleichungssystem beschreibt die Produktionseinschränkungen für x ME Apfelsaft und y ME Traubensaft:

$x + 10 \cdot y \leq 200$
$x + 5 \cdot y \leq 125$
$x \leq 100$
$x \geq 0$
$y \geq 0$

– Zeichnen Sie den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems in der nachstehenden Abbildung ein.



c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die tägliche Produktion von x ME Apfelsaft und y ME Orangensaft dargestellt.



Der Gewinn beim Verkauf jeder Flasche Apfelsaft beträgt € 0,12. Der Gewinn beim Verkauf jeder Flasche Orangensaft beträgt € 0,20. Dabei gilt: 1 ME = 1 000 Flaschen.

– Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion zur Beschreibung des Gewinns auf.
– Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in der obigen Abbildung ein.
– Ermitteln Sie den maximalen Gewinn pro Tag in €.

Aufgrund einer weiteren Produktionseinschränkung können pro Tag nur maximal 60 ME Apfelsaft hergestellt werden.

– Begründen Sie, warum sich der maximale Gewinn pro Tag dadurch nicht verändert.

Konditorei (B_317)

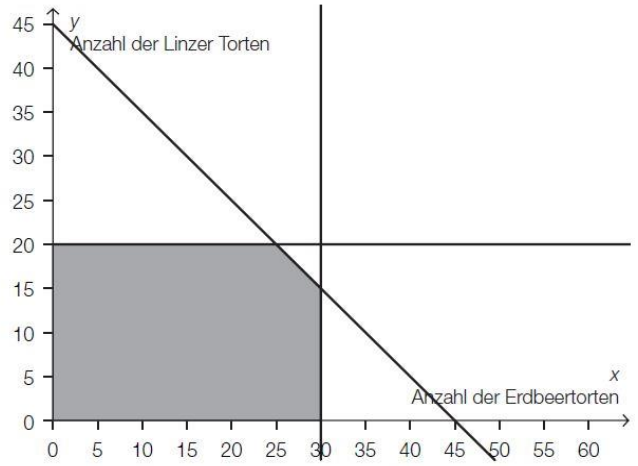
a) In einer Konditorei können täglich höchstens 10 Sachertorten und höchstens 25 Topfentorten hergestellt werden. Es werden täglich mindestens doppelt so viele Topfentorten wie Sachertorten hergestellt.

– Übertragen Sie diesen Sachverhalt in ein lineares Ungleichungssystem.

b) Die Fertigungskosten für eine Sachertorte betragen € 10,50, jene für eine Topfentorte € 8,00.
Der Verkaufspreis für eine Sachertorte beträgt € 34,00, jener für eine Topfentorte € 26,00.
Es werden x Sachertorten und y Topfentorten verkauft.

– Stellen Sie die Gleichung der Zielfunktion zur Beschreibung des Gewinns auf.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die tägliche Produktion von Erdbeertorten und Linzer Torten dargestellt.



– Lesen Sie aus der obigen Abbildung die 5 Ungleichungen ab, die den Lösungsbereich beschreiben.

Die Zielfunktion Z beschreibt den täglichen Gewinn beim Verkauf von x Erdbeertorten und y Linzer Torten in Euro:

$Z(x, y) = 25 \cdot x + 20 \cdot y$

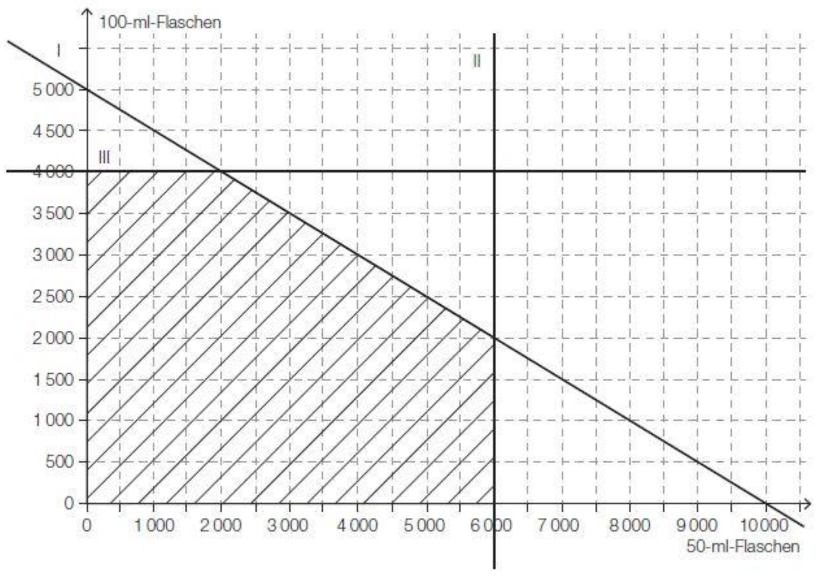
x ... Anzahl der verkauften Erdbeertorten
y ... Anzahl der verkauften Linzer Torten

– Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in der obigen Abbildung ein.
– Berechnen Sie den maximalen Gewinn.

Hustensaft (B_138)

b) Das Unternehmen füllt pro Tag 500 Liter Hustensaft in x Flaschen mit 50 ml und y Flaschen mit 100 ml ab.
Der Verkaufspreis für eine 50-ml-Flasche beträgt € 5,40.
Für eine 100-ml-Flasche erzielt man einen Preis von € 9,60.

Der Lösungsbereich für die möglichen Verkaufszahlen der beiden unterschiedlichen Flaschen ist in der nachstehenden Grafik dargestellt.



– Lesen Sie aus der Grafik die Ungleichung der einschränkenden Bedingung I ab.
– Erstellen Sie die Gleichung der Zielfunktion für den maximalen Erlös.
– Zeichnen Sie in die Grafik diejenige Gerade ein, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird.
– Ermitteln Sie grafisch diejenige Anzahl von Flaschen, die das Unternehmen von beiden Größen verkaufen sollte, um einen maximalen Erlös zu erzielen.

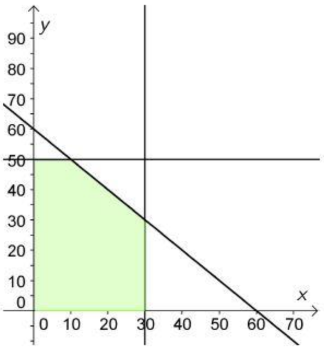
Weinhandel (B_121)

Zwei Weinhändler bieten je eine spezielle Sorte von Rot- und Weißwein als Sonderangebot in einem Festzelt an. Die Zahl der an diesem Tag verkauften Weißweinflaschen ist mit x bezeichnet, jene der Rotweinflaschen mit y.

a) Der Weinhändler Weininger kann erfahrungsgemäß bei diesem Fest höchstens 20 Flaschen pro Sorte verkaufen. Er kann an diesem Tag aber nur höchstens 30 Flaschen bei seinem Verkaufsstand unterbringen.
Der Gewinn beträgt bei einer Flasche Weißwein € 1,50 und bei einer Flasche Rotwein € 2,50.
Der Händler möchte die Lieferung so gestalten, dass er maximalen Gewinn hat.

– Stellen Sie alle notwendigen Ungleichungen auf, die diese Bedingungen beschreiben.
– Stellen Sie die Gleichung der Zielfunktion für den Gewinn auf.

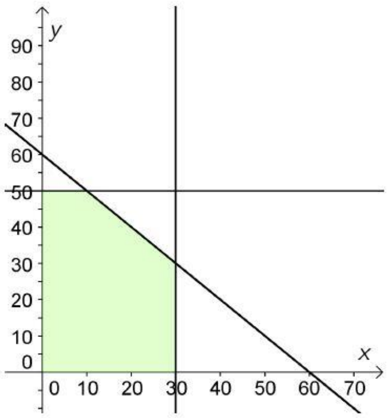
b) Der Verkauf von Weiß- und Rotweinflaschen des Weinhändlers Fassbinder bei diesem Fest wird durch folgende Grafik veranschaulicht:



– Lesen Sie die Ungleichungen ab, die den Lösungsbereich bestimmen.
– Interpretieren Sie aus der Grafik, wie viele Weiß- und Rotweinflaschen dieser Händler jeweils höchstens zu seinem Stand im Festzelt mitnehmen sollte.

c) Beim Weinhändler Fassbinder beträgt die Zielfunktion für den Gewinn $Z(x,y) = 2x + 4y$.

– Zeichnen Sie die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die nachstehende Grafik ein.



– Berechnen Sie mithilfe der passenden Werte aus der Grafik den maximalen Gewinn.

Marmelade * (B_280)

Sarah und Daniel stellen im Rahmen eines Schulprojekts selbstgemachte Marmelade her und füllen sie in Gläser ab. Es werden x Gläser Erdbeermarmelade und y Gläser Mehrfruchtmarmelade abgefüllt.

a) Für ein Glas Erdbeermarmelade benötigen sie 160 g Erdbeeren.
Für ein Glas Mehrfruchtmarmelade benötigen sie 60 g Erdbeeren, 60 g Himbeeren und 40 g Heidelbeeren.
Sie haben insgesamt 15 kg Erdbeeren, 4 kg Himbeeren und 2 kg Heidelbeeren zur Verfügung.
Insgesamt wollen sie mindestens 70 Gläser Erdbeermarmelade produzieren.

1) Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das die obigen Mengenbeschränkungen für die Herstellung der beiden Marmeladesorten beschreibt.

b) Nach einer Besprechung der Projektgruppe ergeben sich die folgenden Mengenbeschränkungen für die Herstellung der beiden Marmeladesorten:

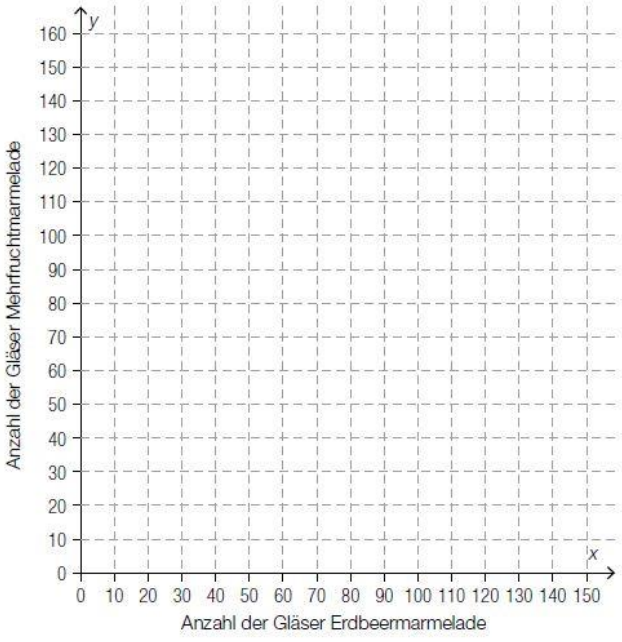
I: $150 \cdot x + 50 \cdot y \leq 18000$

II: $x + y \geq 100$

III: $y \geq 50$

IV: $y \leq 120$

V: $x \geq 0$

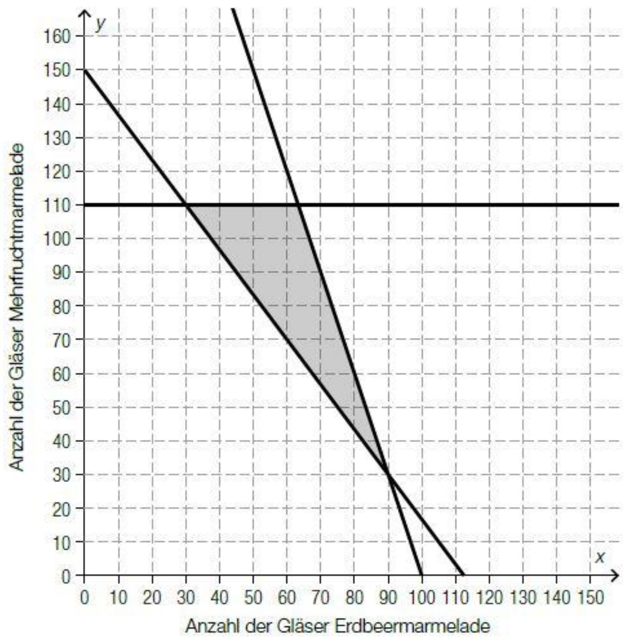


1) Zeichnen Sie im obigen Koordinatensystem die Begrenzungsgeraden der Ungleichungen I, II, III und IV ein.

2) Markieren Sie im obigen Koordinatensystem den Lösungsbereich des Ungleichungssystems.

3) Interpretieren Sie die Bedeutung der Ungleichungen III und IV im gegebenen Sachzusammenhang.

c) In der nachstehenden Grafik sind die Mengenbeschränkungen nach einer weiteren Überarbeitung des Projekts dargestellt.



Die Gleichung der Zielfunktion Z zur Ermittlung der Kosten in Euro bei der Herstellung lautet:

$Z(x, y) = 2{,}50 \cdot x + 3 \cdot y$

1) Zeichnen Sie in der obigen Grafik diejenige Gerade ein, für die der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird.

Nachdem Sarah ihrer Tante von ihrem Schulprojekt erzählt hat, stellt diese Himbeeren kostenlos zur Verfügung. Die Kosten pro Glas Mehrfruchtmarmelade sinken dadurch auf € 2,50 pro Glas.

2) Erstellen Sie eine Gleichung der neuen Zielfunktion Z_1 zur Ermittlung der Kosten.

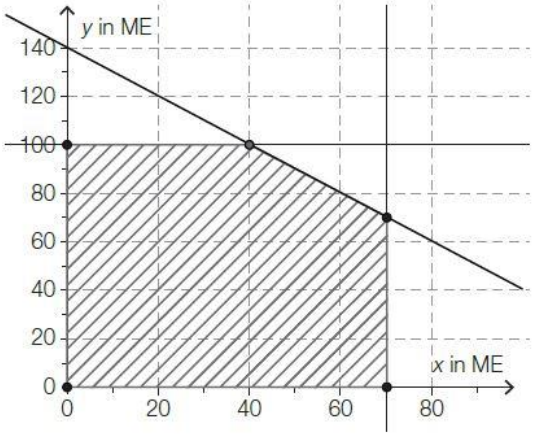
3) Überprüfen Sie nachweislich, ob Sarah und Daniel durch diese Kostensenkung auch die Produktionsmengen ändern müssen, wenn ihre Gesamtkosten minimal bleiben sollen.

Kostenanalyse (B_141)

Ein Betrieb stellt im Wesentlichen 2 verschiedene Produkte her. Um gewinnbringend zu produzieren, wurden jeweils die bei der Produktion anfallenden Kosten in Abhängigkeit von der produzierten Menge untersucht. Dabei werden folgende Bezeichnungen verwendet:

x … erzeugte Menge in Mengeneinheiten (ME)
$K(x)$ … Gesamtkosten bei x erzeugten ME in Geldeinheiten (GE)

c) Der Betrieb kann täglich die in der nachstehenden Grafik im schraffierten Lösungsbereich angezeigten Mengen x des 1. Produkts und y des 2. Produkts herstellen. Die Mengen sind in Mengeneinheiten (ME) angegeben.
Die Herstellungskosten für 1 ME des 1. Produkts betragen 21 GE/ME, jene für das 2. Produkt 15 GE/ME.
Die Verkaufspreise betragen für 1 ME des 1. Produkts 51 GE/ME und für das 2. Produkt 39 GE/ME.
Die Produktionsmengen der beiden Produkte sollen so gewählt werden, dass insgesamt ein möglichst hoher Gewinn erwirtschaftet wird.



– Stellen Sie die zugehörige Zielfunktion zur Berechnung des maximalen Gewinns auf.
– Zeichnen Sie die zur Zielfunktion passende Gerade durch den Koordinatenursprung in die obige Grafik ein.
– Ermitteln Sie, wie viel von jedem Produkt gefertigt werden soll, damit der Gewinn maximal ist.

Pro Level

Biogas (B_174)

Biogas ist ein alternativer Energieträger. Es kann unter anderem aus Mais- oder Zuckerrüben gewonnen werden. Der Hauptbestandteil von Biogas ist Methan.

x … Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Mais angebaut wird
y … Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Zuckerrüben angebaut werden

a) Eine Landwirtin hat insgesamt höchstens 40 Hektar (ha) Anbaufläche zur Verfügung. Sie will auf einer Ackerfläche von mindestens 5 ha Mais und auf einer Ackerfläche von mindestens 10 ha Zuckerrüben anbauen.
Außerdem möchte sie einen Ertrag von mindestens 480 000 m^3 Biogas erzielen.
Sie möchte die Kosten für die Erzeugung von Methan möglichst gering halten.
In der folgenden Tabelle sind die Kosten und Erträge aufgelistet:

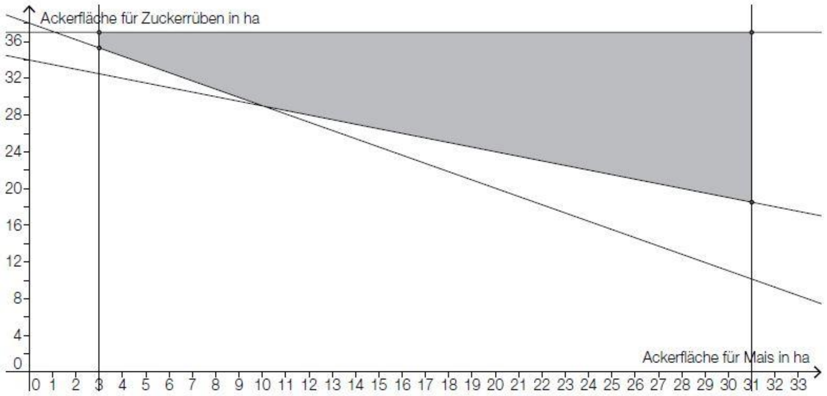
	Produktionskosten für Methan in €/m^3	Methanertrag in m^3/ha	Biogasertrag in m^3/ha
Energiemais	0,2	6 400	11 000
Zuckerrüben	0,25	7 000	12 600

– Stellen Sie die notwendigen Ungleichungen und die Zielfunktion für eine lineare Optimierung auf.

b) Ein Landwirt ermittelt für seine Biogasproduktion folgende Zielfunktion Z der entstehenden Kosten in Euro (€):

$Z(x,y) = 1\,050 \cdot x + 1\,500 \cdot y$

– Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die nachstehende Grafik mit dem grau unterlegten Lösungsbereich ein.
– Lesen Sie aus der Grafik diejenigen Ackerflächen für Mais und Zuckerrüben ab, für die die Kosten minimal werden.
– Berechnen Sie die entstehenden minimalen Kosten.



c) Mögliche Werte für x und y werden durch folgende 6 Ungleichungen beschrieben:

(1) $x \geq 10$
(2) $x \leq 62$
(3) $y \geq 8$
(4) $y \leq 60$
(5) $y \geq -0{,}75 \cdot x + 70$
(6) $y \geq -0{,}52 \cdot x + 62$

– Zeichnen Sie diejenige Fläche, die durch diese Ungleichungen bestimmt ist.

Vitrinen (B_124)

Eine Firma stellt Vitrinen in den 2 verschiedenen Modellen *Roma* und *Vienna* her. Die Stückzahl der pro Monat erzeugten *Roma*-Modelle soll mit x und jene der *Vienna*-Modelle mit y bezeichnet werden. Die Modelle werden in den Größen *large*, *medium* und *mini* gefertigt.

a) Der Stückgewinn bei der Vitrine *Roma large* beträgt durchschnittlich € 40, jener bei der *Vienna large* ungefähr € 70.
Beide Produkte werden von 3 Maschinen gefertigt.
Die 1. Maschine ist pro Monat maximal 650 Stunden, die 2. Maschine 400 Stunden und die 3. Maschine 320 Stunden für den Zusammenbau der Vitrinen verfügbar.
Die Arbeitszeit für den Bau der Vitrine *Roma* beträgt 6 Stunden an der 1. Maschine, 5 Stunden an der 2. Maschine und 1,5 Stunden an der 3. Maschine.
Der Zusammenbau der Vitrine *Vienna* beansprucht die 1. Maschine 4,5 Stunden, die 2. Maschine 1,2 Stunden und die 3. Maschine 3,3 Stunden.

– Stellen Sie alle für diese Bedingungen relevanten Ungleichungen und die Gleichung der Zielfunktion für den maximalen Gewinn auf.

b) Das folgende Ungleichungssystem beschreibt den möglichen Lösungsbereich für die Herstellung von x Vitrinen *Roma medium* und y Vitrinen *Vienna medium* unter den in der Fabrik vorgegebenen Bedingungen.

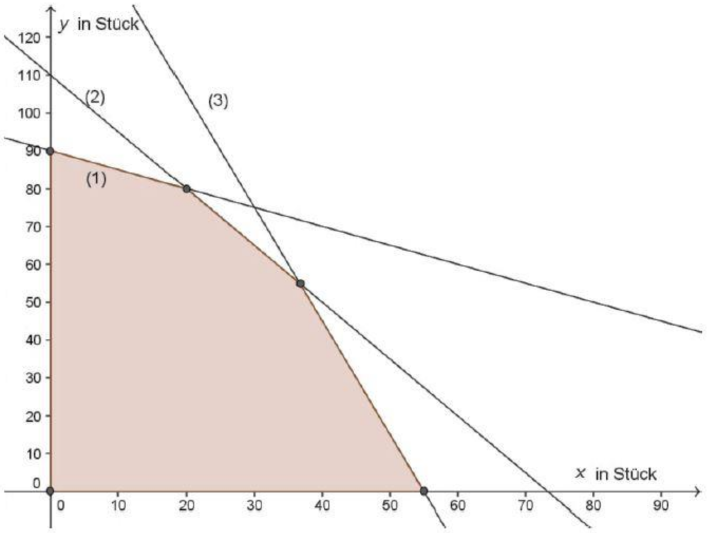
– Stellen Sie den möglichen Lösungsbereich grafisch dar.
– Ermitteln Sie anhand der Grafik die Koordinaten der Eckpunkte des Lösungsbereichs (gerundet auf ganze Zahlen).

$3x + 2{,}2y \leq 170$
$2{,}5x + y \leq 110$
$2x + 2{,}8y \leq 180$
$x \geq 0$
$y \geq 0$

c) Für die Zielfunktion Z für den Gewinn bei x Vitrinen *Roma mini* und bei y Vitrinen *Vienna mini* gilt:

$$Z(x,y) = 36x + 40y$$

– Zeichnen Sie die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die nachstehende Grafik ein.



– Bestimmen Sie den maximalen Gewinn, den man mit dem in der Grafik dargestellten Lösungsbereich erzielen kann.

Weinbau_und_Weinkonsum (B_133)

a) Auf einer Fläche von höchstens 30 Hektar (ha) werden 2 verschiedene Rebsorten *A* und *B* angebaut. Die nachstehende Tabelle enthält die Prognose pro Hektar für die Arbeitskosten in Euro (€), den Ernteertrag in Tonnen (t) und die erwartete Weinmenge in Litern (L). Außerdem ist der Verkaufspreis des Weins in Euro pro Liter (€/L) angegeben.

	Arbeitskosten in €/ha	Ernteertrag in t/ha	Weinmenge in L/ha	Preis pro Liter in €/L
Sorte *A*	500	7,5	3 200	2
Sorte *B*	950	5,3	4 000	1,8

Man möchte für dieses Gebiet nicht mehr als € 24.000 für die Arbeitskosten ausgeben und kann nur insgesamt 220 t Trauben zu Wein verarbeiten.
Die Anbaufläche soll zwischen den Sorten *A* und *B* so aufgeteilt werden, dass der Weinverkauf einen maximalen Erlös ergibt.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion und alle für den möglichen Lösungsbereich notwendigen Ungleichungen.

b) Auf einer weiteren Anbaufläche sollen die Sorten *C* und *D* angebaut werden. Die Bedingungen für die Aufteilung der Anbaufläche werden durch die folgenden Ungleichungen beschrieben:

$x \geq 0$ … Anbaufläche für Sorte *C* in ha
$y \geq 0$ … Anbaufläche für Sorte *D* in ha
$x + y \leq 32$
$7 \cdot x + 5 \cdot y \leq 210$
$400 \cdot x + 760 \cdot y \leq 21\,280$

Der Erlös in Euro (€) soll maximal sein und wird durch die Zielfunktion *E* mit
$E(x,y) = 7\,200 \cdot x + 6\,400 \cdot y$ beschrieben.

– Zeichnen Sie den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems und die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in ein geeignetes Koordinatensystem.
– Berechnen Sie diejenige Aufteilung der Anbaufläche für die Reben der Sorte *C* bzw. *D*, die einen maximalen Erlös ergibt.

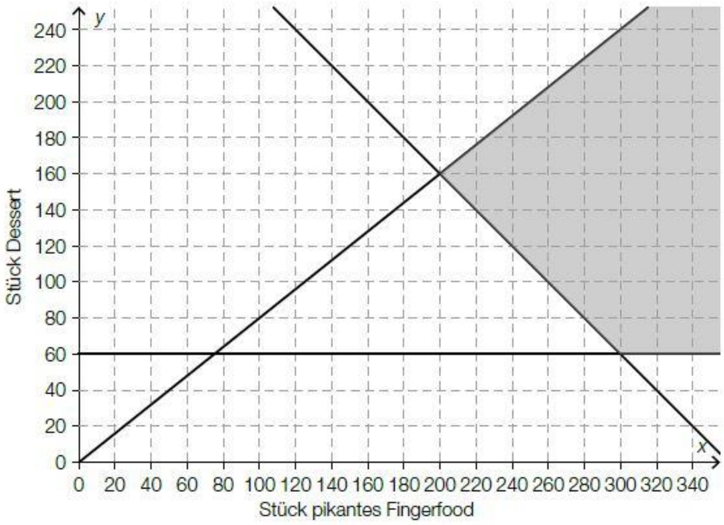
Catering * (B_410)

Im Rahmen eines Schulprojekts soll eine Schülergruppe Caterings für Events durchführen. Dabei sollen *x* Stück pikantes Fingerfood und *y* Stück Dessert geliefert werden.

a) Für ein Event sollen insgesamt mindestens 270 Stück geliefert werden, davon sollen höchstens 100 Stück Dessert sein. Insgesamt sollen mindestens doppelt so viel Stück pikantes Fingerfood wie Stück Dessert geliefert werden.

– Erstellen Sie die Ungleichungen, die diesen Sachverhalt beschreiben.

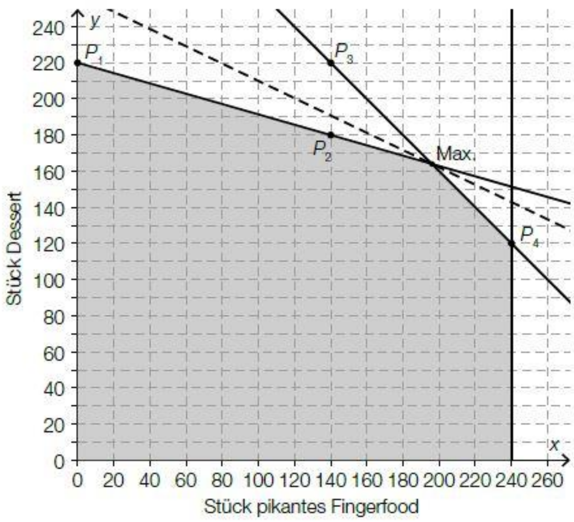
b) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich des Ungleichungssystems mit den Vorgaben eines anderen Events dargestellt.



Die Produktionskosten für jedes Stück pikantes Fingerfood betragen € 0,80, für jedes Stück Dessert € 1. Die Gesamtproduktionskosten sollen möglichst gering sein.

– Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Zielfunktion.
– Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Gerade ein, für die im Lösungsbereich des Ungleichungssystems der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird.
– Lesen Sie aus der obigen Abbildung diejenigen Produktionsmengen ab, bei der die Gesamtproduktionskosten minimal sind.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich zur Ermittlung des maximalen Gewinns beim Catering für ein anderes Event dargestellt. Die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, ist strichliert eingezeichnet.



Die Punkte P_1, P_2, P_3 und P_4 liegen auf dem Koordinatengitter.

– Erstellen Sie mithilfe der eingezeichneten Punkte die Gleichungen der beiden Begrenzungsgeraden, die zum Bestimmen der Produktionsmengen für den maximalen Gewinn benötigt werden.
– Berechnen Sie diejenigen Stückzahlen an pikantem Fingerfood und Dessert, bei denen ein maximaler Gewinn erzielt wird.

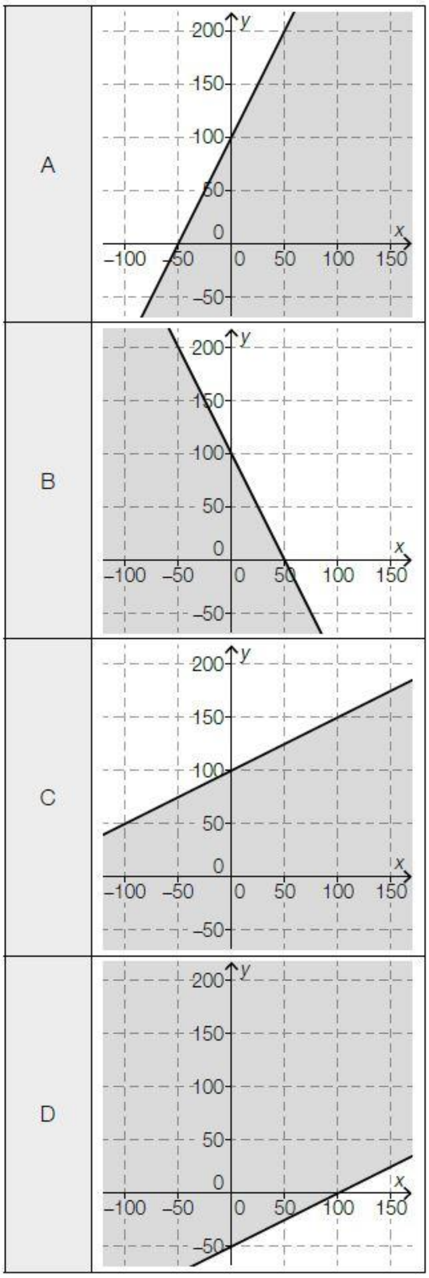
Fahrraeder * (B_460)

b) Ein Fahrradverleih möchte *x* E-Bikes und *y* Citybikes anschaffen.
Insgesamt möchte er höchstens 100 Fahrräder (E-Bikes und Citybikes) anschaffen.
Er möchte um mindestens 30 E-Bikes mehr als Citybikes anschaffen.

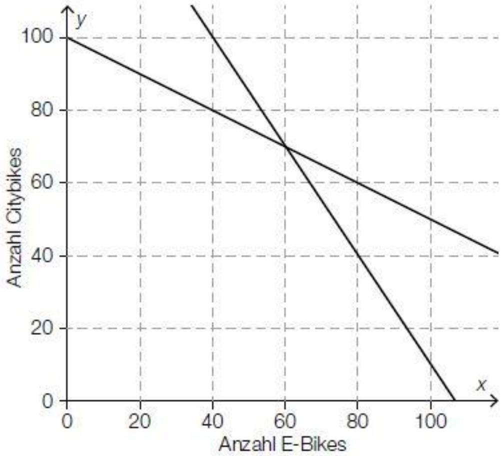
1) Erstellen Sie die beiden Ungleichungen, die diesen Sachverhalt beschreiben.

c) **1)** Ordnen Sie den beiden Ungleichungen jeweils die richtige grafische Darstellung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$\frac{1}{2} \cdot x \leq y + 50$	
$\frac{1}{2} \cdot y \leq x + 50$	



d) Ein anderer Fahrradverleih möchte x E-Bikes und y Citybikes anschaffen.
In der nachstehenden Abbildung sind bereits die beiden Begrenzungsgeraden für die Ungleichungen $y \leq -1{,}5 \cdot x + 160$ und $y \leq -0{,}5 \cdot x + 100$ eingezeichnet.

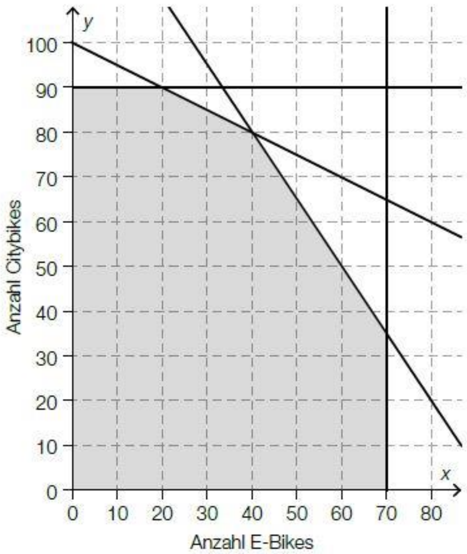


1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Begrenzungsgerade für die Ungleichung $x \leq 80$ ein.

Die 3 genannten Ungleichungen bilden ein Ungleichungssystem.

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems.

e) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich für einen weiteren Fahrradverleih dargestellt.



Die Zielfunktion für den Erlös in Euro pro Tag bei diesem Fahrradverleih lautet:

$E(x, y) = 30 \cdot x + 20 \cdot y$

x ... Anzahl der E-Bikes
y ... Anzahl der Citybikes

Es soll ermittelt werden, wie viele E-Bikes und Citybikes pro Tag verliehen werden müssen, um den maximalen Erlös zu erzielen.

1) Argumentieren Sie, dass es dafür keine eindeutige Lösung gibt.

Alkoholfreie Cocktails* (B_454)

a) Für einen Cocktail *Yellow Fun* benötigt man 2 Centiliter (cl) Mangosaft, 8 cl Maracujasaft, 2 cl Zitronensaft und 8 cl Pfirsichsaft.

Für einen Cocktail *Exotic Punch* benötigt man 4 cl Mangosaft, 4 cl Maracujasaft, 4 cl Ananassaft, 4 cl Grapefruitsaft und 4 cl Orangensaft.

Es sollen x Cocktails *Yellow Fun* und y Cocktails *Exotic Punch* hergestellt werden.

Insgesamt stehen maximal 2 L Mangosaft und maximal 2 L Maracujasaft zur Verfügung.

1) Ordnen Sie den beiden Einschränkungen jeweils die passende Ungleichung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

Einschränkung bezüglich Mangosaft	
Einschränkung bezüglich Maracujasaft	

A	$x + 2 \cdot y \leq 100$
B	$2 \cdot x + y \leq 100$
C	$y \leq -2 \cdot x + 50$
D	$x + 4 \cdot y \leq 200$

Man rechnet damit, dass mindestens doppelt so viele Cocktails *Yellow Fun* wie *Exotic Punch* benötigt werden.

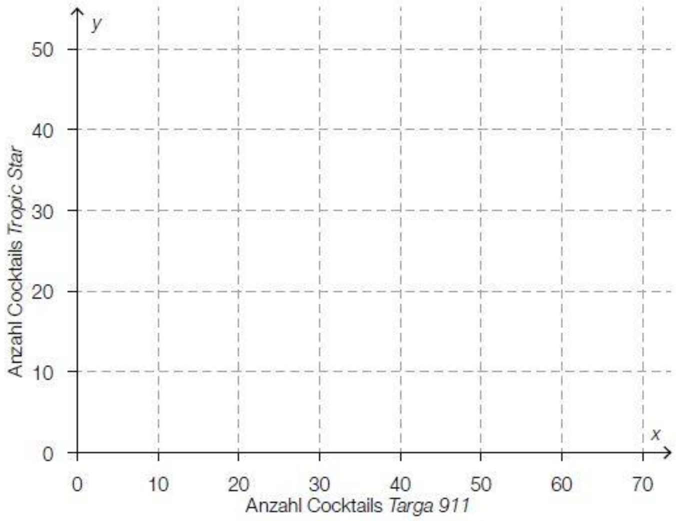
2) Erstellen Sie eine Ungleichung, die diese Bedingung für die beiden Cocktails beschreibt.

---

b) Es sollen x Cocktails *Targa 911* und y Cocktails *Tropic Star* zubereitet werden. Folgendes Ungleichungssystem beschreibt die Einschränkungen bei der Zubereitung:

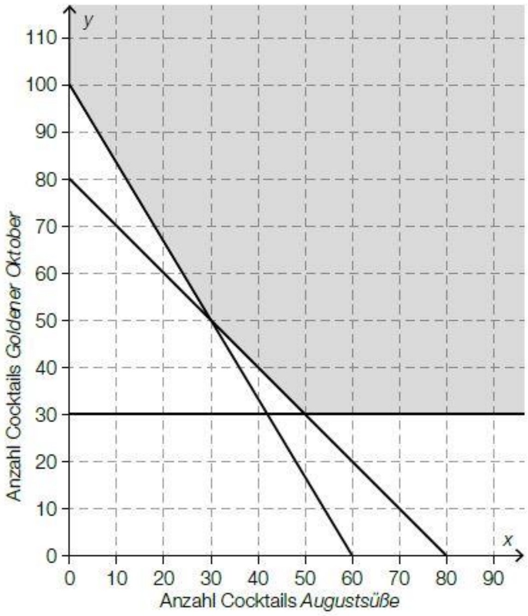
$6 \cdot x + 8 \cdot y \leq 400$
$2 \cdot y \geq x$
$x \geq 20$

1) Zeichnen Sie den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems in der nachstehenden Abbildung ein.



2) Interpretieren Sie die Bedeutung der Ungleichung $x \geq 20$ im gegebenen Sachzusammenhang.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich für die Herstellung der Cocktails *Augustsüße* und *Goldener Oktober* dargestellt.



Die Produktionskosten für einen Cocktail *Goldener Oktober* sind um 50 % höher als die Produktionskosten für einen Cocktail *Augustsüße*. Die gesamten Produktionskosten sollen minimiert werden.

1) Geben Sie eine mögliche Zielfunktion Z an, die die gesamten Produktionskosten beschreibt.

$Z(x, y) =$ ____

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Gerade ein, für die im Lösungsbereich der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird.

Strandbar * (B_488)

Eine kleine Strandbar bietet zwei Eisdesserts an: Eiskaffee und Bananensplit.

x ... Anzahl der Eiskaffees
y ... Anzahl der Bananensplits

a) Für einen Eiskaffee benötigt man 2 Kugeln Vanilleeis und 1 Portion Obers.
Für ein Bananensplit benötigt man 3 Kugeln Vanilleeis und 1 Portion Obers.
Es ist Vanilleeis für maximal 80 Kugeln vorhanden.
Der Obersvorrat reicht für die Herstellung von maximal 30 Eisdesserts.

1) Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das diesen Sachverhalt beschreibt.

2) Überprüfen Sie nachweislich, ob die Herstellung von 5 Eiskaffees und 25 Bananensplits möglich ist.

b) Die Zeitfunktion E beschreibt den Gesamterlös in Euro bei einem Verkauf von x Eiskaffees und y Bananensplits.

$E(x, y) = p_1 \cdot x + p_2 \cdot y$

Der Preis eines Bananensplits ist um 20 % höher als der Preis eines Eiskaffees.

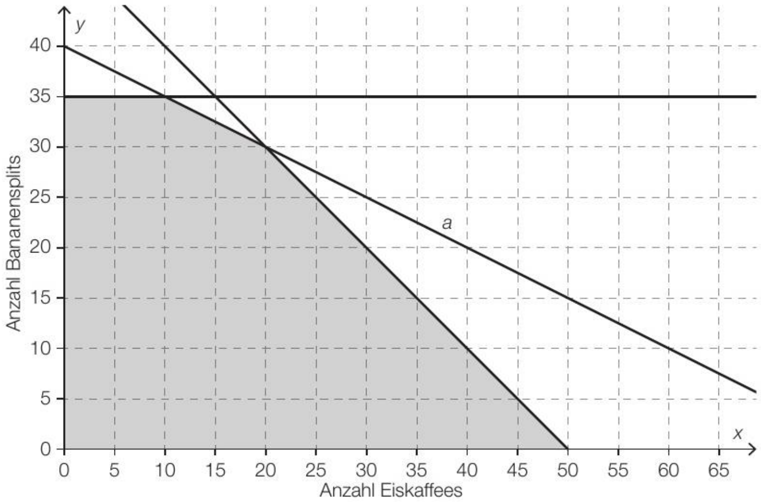
1) Erstellen Sie mithilfe von p_1 eine Formel zur Berechnung von p_2.

$p_2 =$ ____

Der Gesamterlös bei einem Verkauf von 10 Eiskaffees und 5 Bananensplits beträgt € 72.

2) Ermitteln Sie p_1 und p_2.

c) Im nächsten Sommer werden die Rezepte und die Preise verändert. In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich für die Herstellung von x Eiskaffees und y Bananensplits dargestellt.



1) Vervollständigen Sie die nachstehende Gleichung der Geraden a durch Eintragen der fehlenden Zahl.

$x + \boxed{} \cdot y = 80$

Ein Eiskaffee wird um € 4,60 und ein Bananensplit um € 6,00 verkauft.
Die Kosten für die Herstellung betragen € 1,10 für einen Eiskaffee und € 1,50 für ein Bananensplit.

2) Erstellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion zur Beschreibung des Gewinns in Euro.

3) Ermitteln Sie diejenigen Verkaufsmengen, bei denen der Gewinn maximal ist.

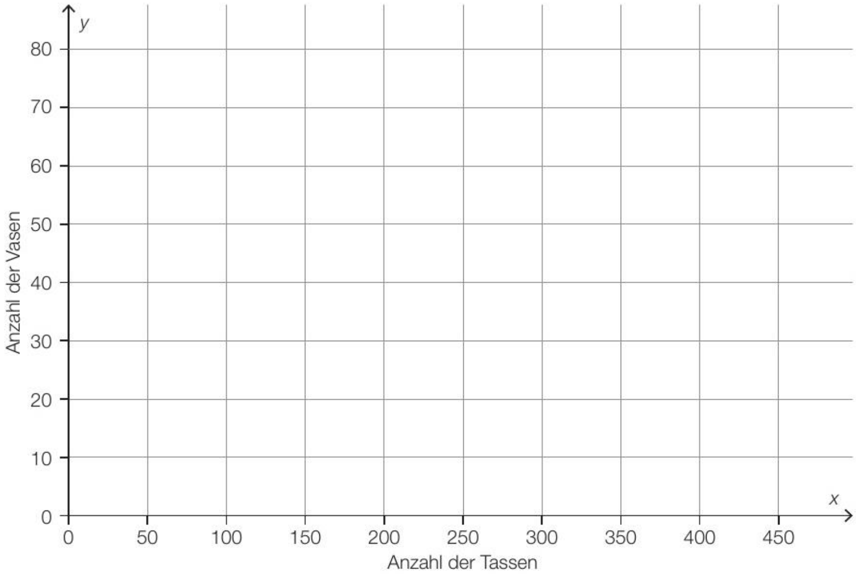
Porzellan * (B_514)

a) Am Standort *A* des Betriebs gelten folgende Produktionseinschränkungen:

Für die Produktion einer Tasse werden 0,2 kg Porzellanmasse benötigt.
Für die Produktion einer Vase wird 1 kg Porzellanmasse benötigt.
Insgesamt können maximal 80 kg Porzellanmasse verarbeitet werden.
Es können maximal 300 Tassen und maximal 50 Vasen produziert werden.

1) Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das die Produktionseinschränkungen für x Tassen und y Vasen beschreibt.

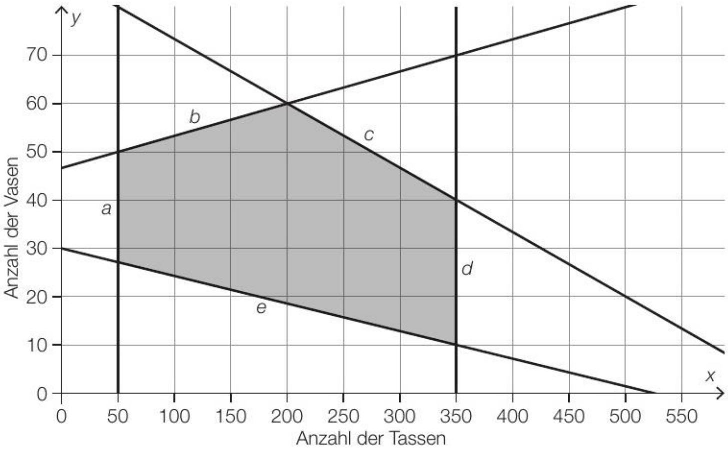
2) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems ein.



Jemand behauptet: „Wenn 90 kg Porzellanmasse verarbeitet werden, ist es möglich, 250 Tassen und 40 Vasen zu produzieren."

3) Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist.

b) Die Produktionseinschränkungen am Standort B des Betriebs sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Vervollständigen Sie die nachstehende Gleichung der Geraden e durch Eintragen der fehlenden Zahlen.

$y = \boxed{} \cdot x + \boxed{}$

2) Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils die entsprechende Gerade zu.

Eine Gleichung der Geraden ist gegeben durch: $-x + 15 \cdot y = 700$	
Die zugehörige Ungleichung beschreibt die Mindestproduktionsmenge für eines der beiden Produkte.	

A	a
B	b
C	c
D	d

Der Verkaufspreis für eine Tasse beträgt € 8, jener für eine Vase € 12.
Der Erlös soll maximiert werden.

3) Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion E für den Erlös auf.

$E(x, y) =$ ____

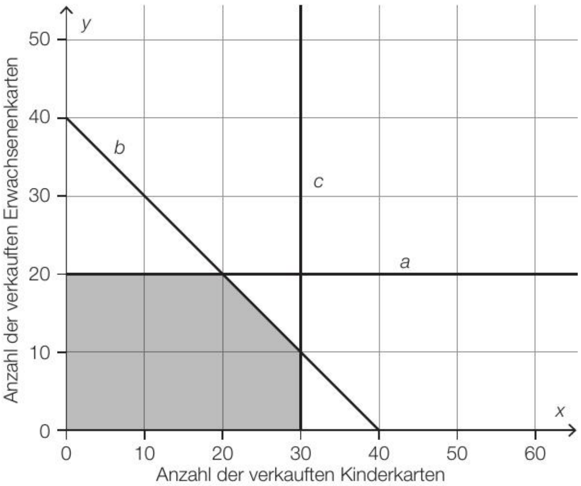
4) Ermitteln Sie die optimalen Produktionsmengen für den Standort B.

Waldfuehrungen * (B_526)

a) Bei einer Tagestour nehmen Kinder und Erwachsene teil. Insgesamt können bei einer Tour maximal 30 Personen teilnehmen.
Aus Sicherheitsgründen müssen dabei mindestens so viele Erwachsene wie Kinder teilnehmen.

1) Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das die Bedingungen für die Teilnahme von x Kindern und y Erwachsenen beschreibt.

b) Für eine Familientour werden die möglichen Verkaufszahlen von Erwachsenenkarten und Kinderkarten untersucht. In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich für die Anzahl der verkauften Kinderkarten und Erwachsenenkarten dargestellt.



1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Der Lösungsbereich liegt ___①___, da ___②___ für die Familientour verkauft werden können.

①	
unterhalb der Geraden a	☐
unterhalb der Geraden b	☐
links von der Geraden c	☐

②	
höchstens 30 Kinderkarten	☐
höchstens 20 Kinderkarten	☐
mindestens 40 Karten	☐

Die Zielfunktion Z beschreibt den Erlös in Euro bei einer Familientour:

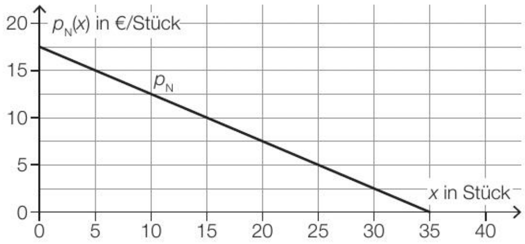
$Z(x, y) = 4 \cdot x + 6 \cdot y$
x ... Anzahl der verkauften Kinderkarten
y ... Anzahl der verkauften Erwachsenenkarten

Dieser Erlös soll maximiert werden.

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Gerade ein, auf der der optimale Wert der Zielfunktion im Lösungsbereich angenommen wird.
3) Lesen Sie aus der obigen Abbildung die optimalen Verkaufszahlen ab.
4) Ermitteln Sie den maximalen Erlös.

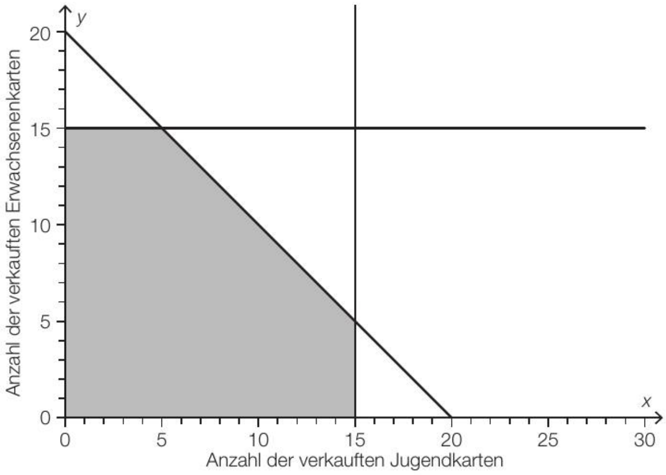
c) In den Sommerferien werden Abenteuertouren angeboten. Für diese Touren werden die möglichen Verkaufszahlen von Jugendkarten und Erwachsenenkarten untersucht.

Die tägliche Nachfrage nach Jugendkarten ist vom Preis der Karten abhängig. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Preisfunktion der Nachfrage p_N für die Jugendkarten.



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung diejenige Nachfrage nach Jugendkarten ab, bei der der Preis 12,50 €/Stück beträgt.

In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich für die Anzahl der verkauften Jugendkarten und Erwachsenenkarten bei Abenteuertouren dargestellt.



2) Überprüfen Sie nachweislich, ob die oben ermittelte Nachfrage nach Jugendkarten an einem Tag erfüllt werden kann, an dem 13 Erwachsenenkarten verkauft werden.

Sonnencreme * (B_547)

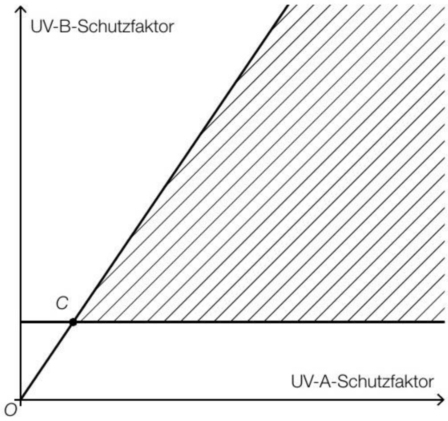
a) Sonnencreme soll vor den UV-A- und UV-B-Strahlen der Sonne schützen.
Für Sonnencremes gelten folgende zwei Kriterien:

I: Der UV-A-Schutzfaktor muss mindestens ein Drittel des UV-B-Schutzfaktors betragen.
II: Der UV-B-Schutzfaktor muss mindestens 6 betragen.

a ... UV-A-Schutzfaktor
b ... UV-B-Schutzfaktor

1) Stellen Sie die zwei Ungleichungen auf, die diesen beiden Kriterien entsprechen. *[0/1/2 P.]*

In der nachstehenden Abbildung ist der zugehörige Lösungsbereich dargestellt.



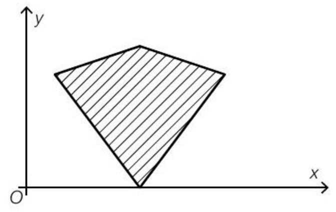
2) Geben Sie die Koordinaten des Punktes *C* an.

$C = (\_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_)$ *[0/1 P.]*

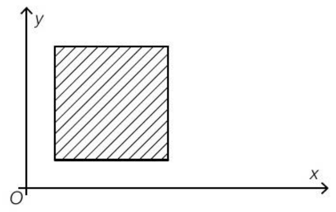
b) Die Produktionsmengen der Sonnencreme der Marken *Smile* und *Dance* werden durch vier lineare Ungleichungen eingeschränkt.

x ... Produktionsmenge der Marke *Smile*
y ... Produktionsmenge der Marke *Dance*

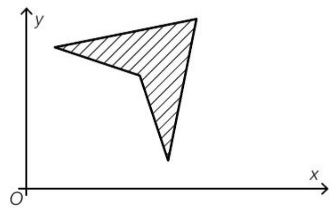
1) Kreuzen Sie diejenige Abbildung an, die <u>keinen</u> möglichen Lösungsbereich darstellt.
[1 aus 5] *[0/1 P.]*



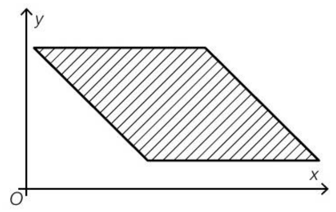
☐



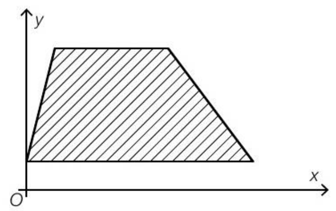
☐



☐



☐



☐

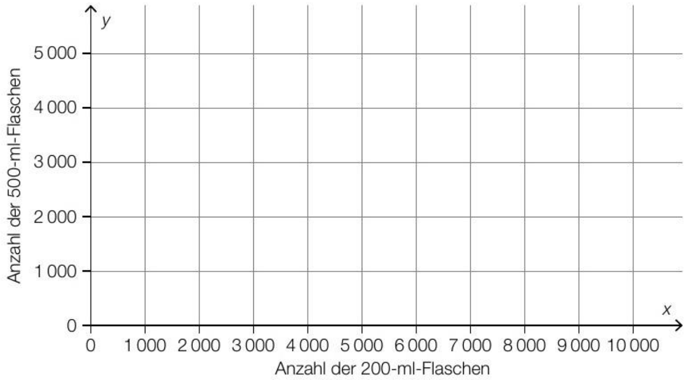
c) Die Sonnencreme der Marke *Sun Protect* soll in 200-ml-Flaschen und in 500-ml-Flaschen abgefüllt werden. Dabei gilt das folgende Ungleichungssystem:

I: $x + y \geq 5000$
II: $0{,}2 \cdot x + 0{,}5 \cdot y \leq 2000$
III: $y \geq 1500$

x ... Anzahl der 200-ml-Flaschen
y ... Anzahl der 500-ml-Flaschen

1) Interpretieren Sie die Ungleichung I im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

2) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Lösungsbereich des Ungleichungssystems ein. *[0/1 P.]*



Wenn die Nichtnegativitätsbedingungen ($x \geq 0$, $y \geq 0$) zum Ungleichungssystem hinzugefügt werden, ändert sich der Lösungsbereich des Ungleichungssystems nicht.

3) Begründen Sie, warum diese Aussage richtig ist. *[0/1 P.]*

Die 200-ml-Flaschen der Marke *Sun Protect* werden um 3,80 €/Stück verkauft.
Die 500-ml-Flaschen der Marke *Sun Protect* werden um 8,75 €/Stück verkauft.

4) Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion Z zur Beschreibung des Erlöses auf.

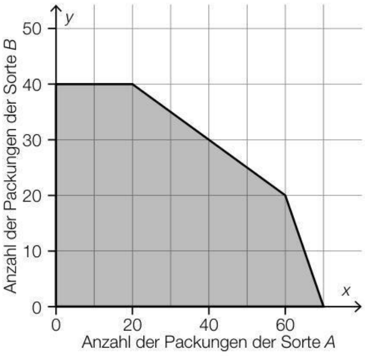
$Z(x, y) =$ ________________________________ *[0/1 P.]*

Muesli * (B_570)

a) Es werden x Packungen *Fruchtgenuss* und y Packungen *Knabbertraum* hergestellt.
Für die Herstellung einer Packung der Sorte *Fruchtgenuss* werden 250 g Fruchtmischung und 235 g Getreideflocken benötigt.
Für die Herstellung einer Packung der Sorte *Knabbertraum* werden 175 g Fruchtmischung und 300 g Getreideflocken benötigt.
Insgesamt können maximal 22 kg Fruchtmischung und maximal 28 kg Getreideflocken verarbeitet werden.
Es sollen mindestens 20 Packungen *Knabbertraum* hergestellt werden.
Insgesamt können maximal 100 Packungen Müsli hergestellt werden.

1) Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das den obigen Sachverhalt beschreibt.

b) Der Betrieb liefert regelmäßig zwei Sorten Müsli an einen bestimmten Supermarkt. Jede Lieferung besteht aus x Packungen der Sorte A und y Packungen der Sorte B. Die zulässigen Liefermengen sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für eine Packung der Sorte A beträgt der Verkaufspreis € 3,00.
Für eine Packung der Sorte B beträgt der Verkaufspreis € 2,50.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion Z zur Beschreibung des Erlöses auf.

$Z(x, y) =$ ____

2) Ermitteln Sie den maximalen Erlös in Euro.

Für die nächste Lieferung bestellt der Supermarkt 30 Packungen der Sorte B. Unter dieser Voraussetzung kann der Betrieb nur höchstens eine bestimmte Anzahl an Packungen der Sorte A liefern.

3) Vervollständigen Sie den nachstehenden Satz durch Eintragen der richtigen Zahl.

Der Betrieb kann unter dieser Voraussetzung höchstens __________ Packungen der Sorte A liefern.

c) Es werden zwei neue Sorten Müsli – *Knusperkorn* und *Fruchtstart* – produziert. Es werden x Packungen *Knusperkorn* und y Packungen *Fruchtstart* verkauft.

1) Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils die zutreffende Ungleichung aus A bis D zu.

Von *Knusperkorn* werden mindestens doppelt so viele Packungen wie von *Fruchtstart* verkauft.	
Von *Knusperkorn* werden höchstens halb so viele Packungen wie von *Fruchtstart* verkauft.	

A	$x \geq 2 \cdot y$
B	$2 \cdot x \leq y$
C	$y \leq 2 \cdot x$
D	$x \leq 2 \cdot y$

Vogelhäuschen * (B_582)

a) Lara und Julian wollen x Vogelhäuschen *Rustikal* und y Vogelhäuschen *Modern* herstellen.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Bedingung „sie wollen mindestens ______①______ Vogelhäuschen *Rustikal* wie Vogelhäuschen *Modern* herstellen" kann durch die Ungleichung ______②______ beschrieben werden.

①	
doppelt so viele	☐
halb so viele	☐
1,5-mal so viele	☐

②	
$3 \cdot x - 2 \cdot y \geq 0$	☐
$2 \cdot x - y \leq 0$	☐
$x - 2 \cdot y \geq 0$	☐

Für die Herstellung eines Vogelhäuschens *Rustikal* benötigen sie 1 h.
Für die Herstellung eines Vogelhäuschens *Modern* benötigen sie 1,5 h.

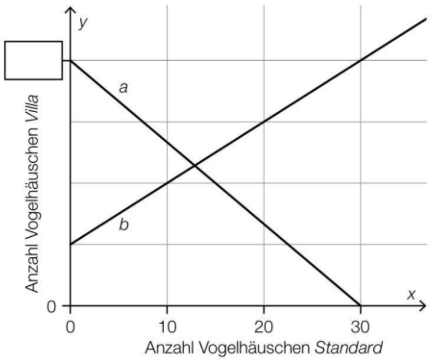
Insgesamt wollen sie höchstens 80 h für den Bau der Vogelhäuschen aufwenden.

2) Stellen Sie eine Ungleichung auf, die diese Bedingung für den Bau der Vogelhäuschen beschreibt.

b) Lara und Julian wollen x Vogelhäuschen *Standard* und y Vogelhäuschen *Villa* herstellen.

Die Bedingungen für die Herstellung dieser Vogelhäuschen können durch die Ungleichungen I, II und III und die Nichtnegativitätsbedingungen (IV und V) beschrieben werden (siehe nachstehende Tabelle und nachstehende Abbildung).

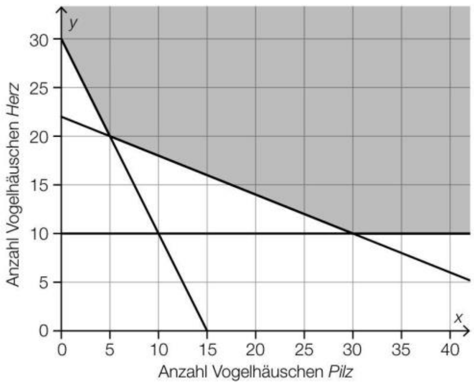
Ungleichung	Begrenzungsgerade
I: $2 \cdot x + 3 \cdot y \geq 60$	a
II: $y \geq$ ____________	b
III: $x \leq 20$	c
IV: $x \geq 0$	y-Achse
V: $y \geq 0$	x-Achse



1) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.
2) Vervollständigen Sie in der obigen Tabelle die Ungleichung II.
3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Begrenzungsgerade c ein.
4) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems.

c) Lara und Julian wollen x Vogelhäuschen *Pilz* und y Vogelhäuschen *Herz* herstellen.

Die Bedingungen für die Herstellung dieser Vogelhäuschen können durch ein Ungleichungssystem beschrieben werden. Der Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Die Vogelhäuschen werden aus Holzplatten gleicher Dicke hergestellt.
Für ein Vogelhäuschen *Pilz* benötigen Lara und Julian eine 20 cm × 100 cm große rechteckige Holzplatte.
Für ein Vogelhäuschen *Herz* benötigen sie eine 50 cm × 50 cm große quadratische Holzplatte.

Der Holzbedarf in cm^2 soll möglichst gering sein.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion Z zur Beschreibung des Holzbedarfs in cm^2 auf.

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Gerade ein, auf der im Lösungsbereich der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird.

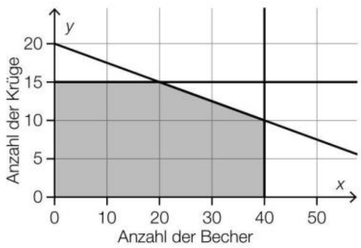
Keramik * (B_595)

a) Es sollen mindestens so viele Vasen wie Schüsseln hergestellt werden.

Für die Herstellung einer Vase werden 200 g Ton und für die Herstellung einer Schüssel 400 g Ton benötigt. Für Vasen und Schüsseln sollen insgesamt pro Woche nicht mehr als 16 kg Ton verbraucht werden.

1) Stellen Sie die beiden Ungleichungen auf, die diese Produktionseinschränkungen für x Vasen und y Schüsseln beschreiben.

b) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die wöchentliche Herstellung von x Bechern und y Krügen dargestellt.



In einer bestimmten Woche sollen so viele Becher wie möglich hergestellt werden.

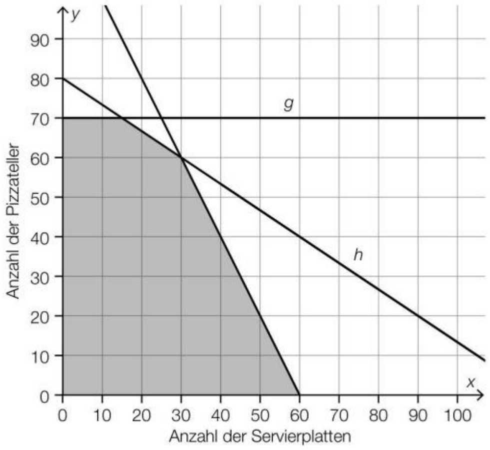
1) Geben Sie an, wie viele Krüge in dieser Woche maximal hergestellt werden können.

__________ Krüge

In einer Aktionswoche ist die Herstellung von 30 Bechern und 15 Krügen geplant.

2) Argumentieren Sie, dass diese Herstellung <u>nicht</u> möglich ist.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die wöchentliche Herstellung von x Servierplatten und y Pizzatellern dargestellt.



Der Preis für eine Servierplatte beträgt € 40 und der Preis für einen Pizzateller beträgt € 30.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion zur Beschreibung des Erlöses auf.

$E(x, y) =$ ____

Der maximale Erlös wird bei einer Produktion von 30 Servierplatten und 60 Pizzatellern erzielt.

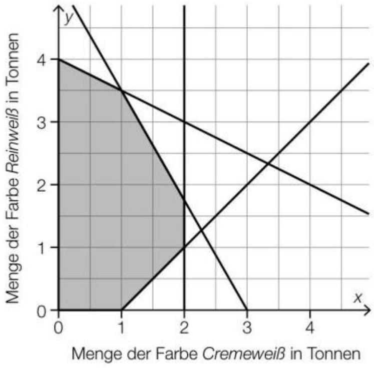
Das Hinzufügen oder Weglassen von Bedingungen kann zur Änderung der Produktionsmengen für den maximalen Erlös führen. Sowohl der Preis für eine Servierplatte als auch der Preis für einen Pizzateller bleiben unverändert.

2) Kreuzen Sie diejenige Änderung an, bei der sich die Produktionsmengen für den maximalen Erlös ändern. *[1 aus 5]*

Es gilt zusätzlich: $x \leq 50$	☐
Die zur Geraden g gehörende Bedingung wird weggelassen.	☐
Es gilt zusätzlich: $y \leq 60$	☐
Die zur Geraden h gehörende Bedingung wird weggelassen.	☐
Es gilt zusätzlich: $x \leq 40$	☐

Wandfarben * (B_606)

a) Täglich werden x Tonnen der Farbe *Cremeweiß* und y Tonnen der Farbe *Reinweiß* produziert.
In der nachstehenden Abbildung sind die Mengenbeschränkungen für die Produktion dieser beiden Farben dargestellt.



Beide Farben werden zum Preis von 4,50 Euro pro Kilogramm verkauft.
Die Zielfunktion Z beschreibt den Erlös beim Verkauf von x Tonnen der Farbe *Cremeweiß* und y Tonnen der Farbe *Reinweiß*.

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Gerade ein, auf der im Lösungsbereich der maximale Wert der Zielfunktion angenommen wird.

2) Berechnen Sie den maximalen Erlös.

Es wird vorgeschlagen, bei der Produktion folgende zusätzliche Bedingung zu berücksichtigen:
Von der Farbe *Cremeweiß* sollen täglich um höchstens 2 Tonnen mehr als von der Farbe *Reinweiß* produziert werden.

3) Überprüfen Sie nachweislich, ob der in der obigen Abbildung dargestellte Lösungsbereich durch diese zusätzliche Bedingung verkleinert wird.

b) Es sollen x Tonnen der Farbe *Ozeanblau* und y Tonnen der Farbe *Nachtblau* produziert werden.

Für die Produktion von 1 Tonne der Farbe *Ozeanblau* werden 0,16 ME blaues Farbpulver verbraucht.
Für die Produktion von 1 Tonne der Farbe *Nachtblau* werden 0,2 ME blaues Farbpulver verbraucht.
Insgesamt sollen höchstens 12 ME des blauen Farbpulvers verbraucht werden.
Von der Farbe *Ozeanblau* soll um mindestens ein Drittel mehr als von der Farbe *Nachtblau* produziert werden.

1) Stellen Sie die zwei Ungleichungen auf, die diesen Sachverhalt beschreiben.

All Star Level

Lösungen

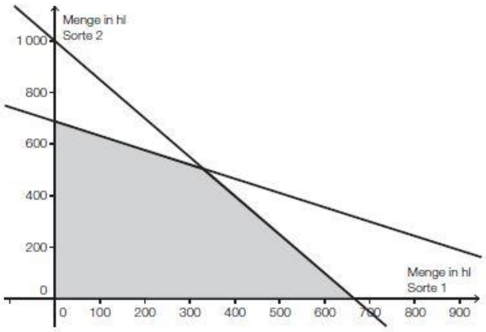
Rookie Level

Getraenkeproduktion (B_147) Lösung

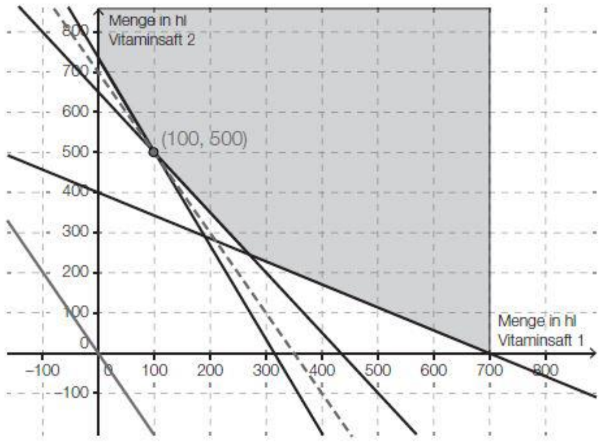
a)

	Kirschsaft	Apfelsaft
Sorte 1 (x hl)	60 %	25 %
Sorte 2 (y hl)	40 %	45 %
Maximalmenge	400 hl	310 hl

I: $0{,}6x + 0{,}4y \leq 400$
II: $0{,}25x + 0{,}45y \leq 310$
III: $x \geq 0$
IV: $y \geq 0$



b) $K(x, y) = 300x + 150y$ ... Zielfunktion



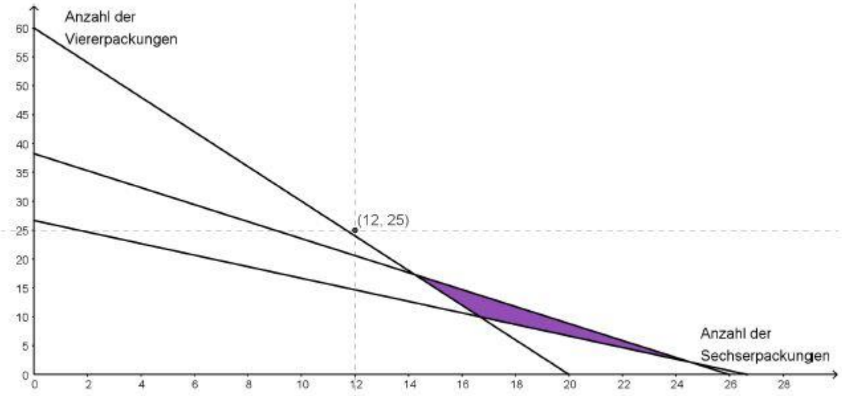
100 hl Vitaminsaft 1 gemischt mit 500 hl Vitaminsaft 2 sind am günstigsten.

$K_{min} = 300 \cdot 100 + 150 \cdot 500$
Die minimalen Kosten betragen € 105.000.

Huehnerfarm (B_184) Lösung

c) x ... Anzahl der Sechserpackungen
y ... Anzahl der Viererpackungen

$2{,}5x + 1{,}7y \leq 65$ $3x + y \geq 60$ $3x + 3y \geq 80$ $x \geq 0$ $y \geq 0$



Der Punkt (12|25) liegt nicht im Lösungsbereich. Daher ist es nicht möglich, 12 Sechserpackungen und 25 Viererpackungen zu kaufen.

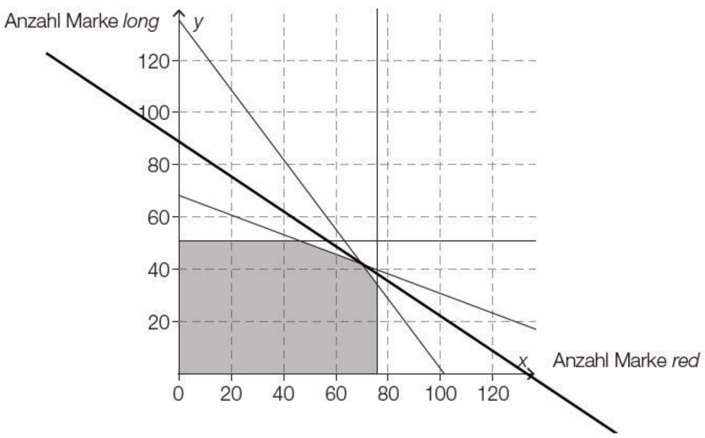
Guertelproduktion * (B_351) Lösung

a) $5 \cdot x + 2 \cdot y \leq 600$
$x + y \leq 200$

b) a: $y = -\frac{1}{2} \cdot x + 100$
b: $x = 120$

Auch eine Angabe als Ungleichung ist als richtig zu werten.

c)



optimale Produktionsmengen:

70 Stück der Marke *red*
Toleranzbereich: [67; 73]

42 Stück der Marke *long*
Toleranzbereich: [41; 45]

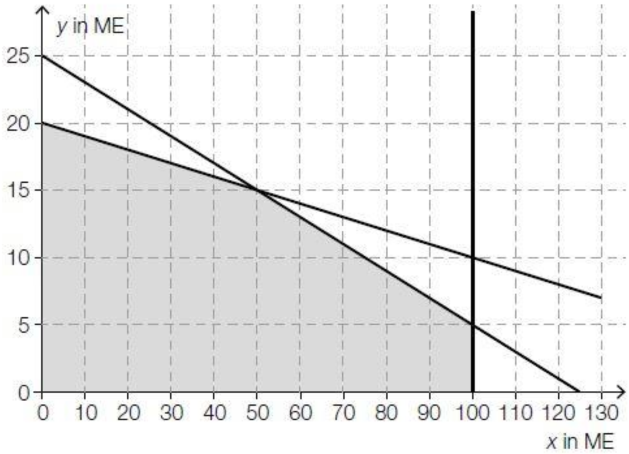
$2 \cdot 70 + 3 \cdot 42 = 266$
Der maximale Gewinn beträgt € 266.

d) Wenn 60 Gürtel der Marke *blue* und 120 Gürtel der Marke *deep* produziert und verkauft werden, kann der maximale Gewinn nicht erreicht werden, weil der Punkt (60|120) nicht am Rand des Lösungsbereichs liegt.

Fruchtsaefte * (B_400) Lösung

a) $x + y \leq 200$
$y \leq 40$

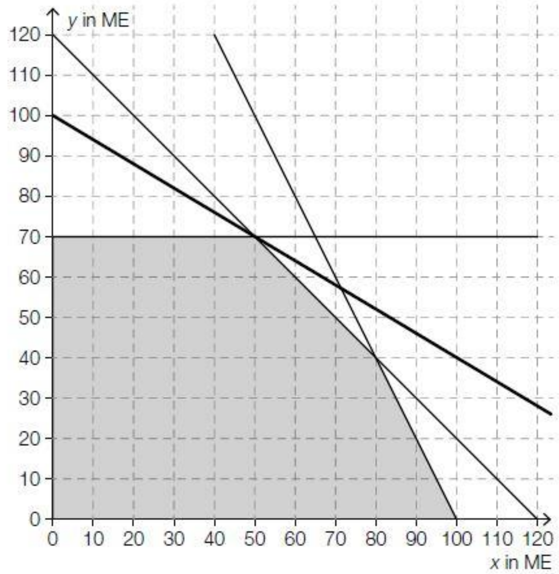
b)



c) $Z(x, y) = 120 \cdot x + 200 \cdot y$
x, y … Anzahl der ME Apfelsaft bzw. Orangensaft

oder:

$Z(x, y) = 0{,}12 \cdot x + 0{,}20 \cdot y$
x, y … Anzahl der Flaschen Apfelsaft bzw. Orangensaft



$120 \cdot 50 + 200 \cdot 70 = 20000$
Der maximale Gewinn pro Tag beträgt € 20.000.

Der maximale Gewinn pro Tag verändert sich nicht, weil der Eckpunkt (50|70) trotz dieser zusätzlichen Einschränkung immer noch im Lösungsbereich enthalten ist.

Konditorei * (B_317) Lösung

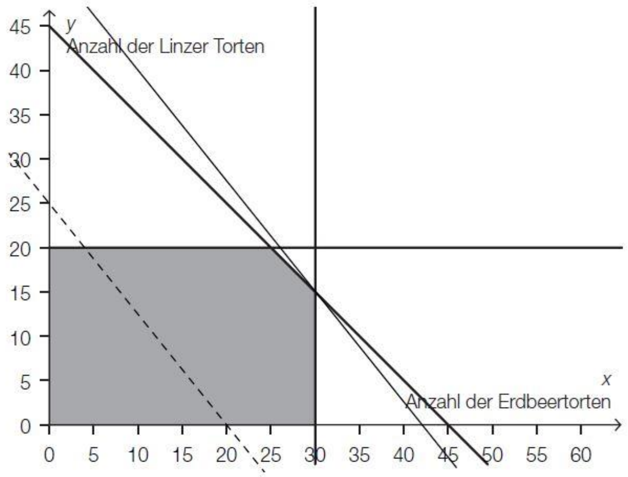
a) x … Anzahl der Sachertorten
y … Anzahl der Topfentorten

(1) $x \leq 10$
(2) $y \leq 25$
(3) $y \geq 2 \cdot x$

Nichtnegativitätsbedingungen: $x \geq 0$, $y \geq 0$
Es ist nicht gefordert, die Nichtnegativitätsbedingungen anzugeben.

b) $Z(x, y) = 23{,}5 \cdot x + 18 \cdot y$

c) (1) $x \geq 0$
(2) $y \geq 0$
(3) $x \leq 30$
(4) $y \leq 20$
(5) $x + y \leq 45$



gewinnmaximierende Menge: (30|15)

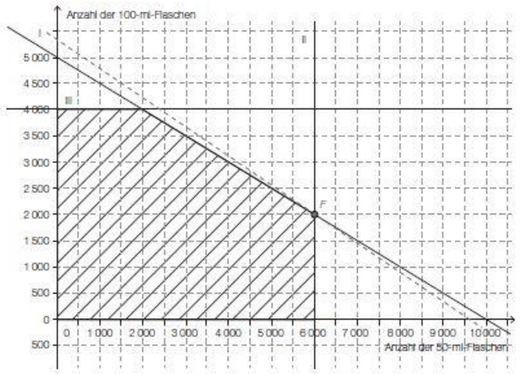
$25 \cdot 30 + 20 \cdot 15 = 1\,050$
Der maximale Gewinn beträgt € 1.050 pro Tag.

Hustensaft (B_138) Lösung

b) Ungleichung der einschränkenden Bedingung I: $y \leq 5\,000 - 0{,}5x$

$Z(x, y) = E = 5{,}4x + 9{,}6y$ … soll maximal werden

$z_0 = -\frac{5{,}4}{9{,}6}x$



$F = (6\,000|2\,000)$

Bei einem Verkauf von 6000 50-ml-Flaschen und 2000 100-ml-Flaschen ist maximaler Erlös zu erwarten.

(Ablesung genügt, Toleranz: ± 50 Flaschen)

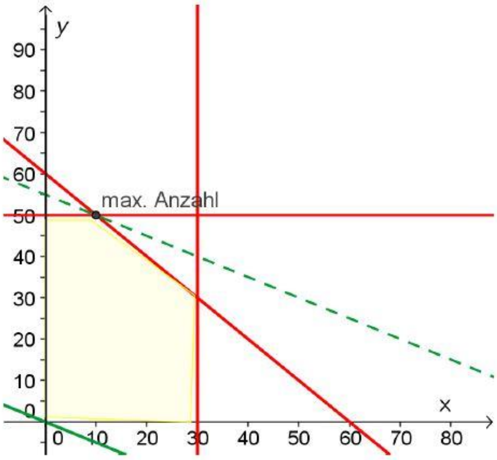
Weinhandel (B_121) Lösung

a) $x \geq 0$
$x \leq 20$
$y \geq 0$
$y \leq 20$
$\underline{x + y \leq 30}$
$Z(x,y) = 1{,}5x + 2{,}5y \rightarrow$ max.

b) $x \leq 30$ und $x \geq 0$
$y \leq 50$ und $y \geq 0$
$x + y \leq 60$

Fassbinder verkauft erfahrungsgemäß an diesem Festtag höchstens 30 Flaschen Weißwein und 50 Flaschen Rotwein.

c) Zielfunktion $Z(x,y) = 2x + 4y \rightarrow$ max.



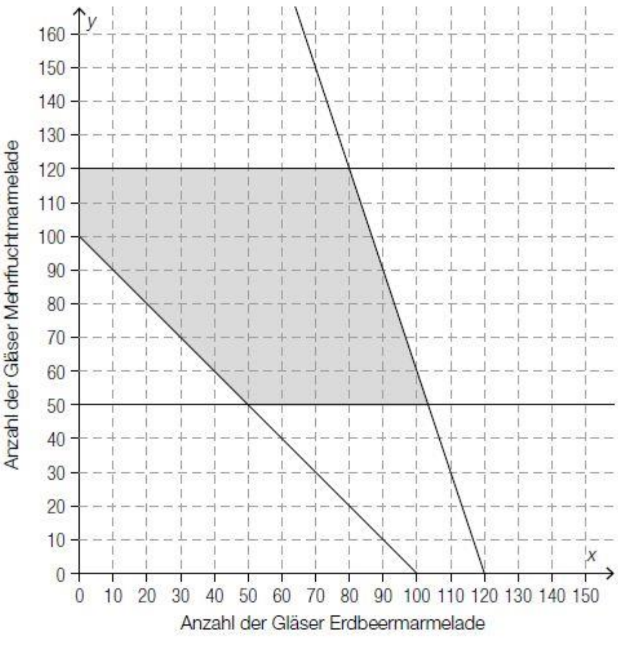
Lösung: (10|50) … gewinnmaximale Mengen

Die gewinnmaximalen Mengen betragen 10 Flaschen Weißwein und 50 Flaschen Rotwein. Dies führt an diesem Festtag zu einem maximalen Tagesgewinn von € 220.

Marmelade * (B_280) Lösung

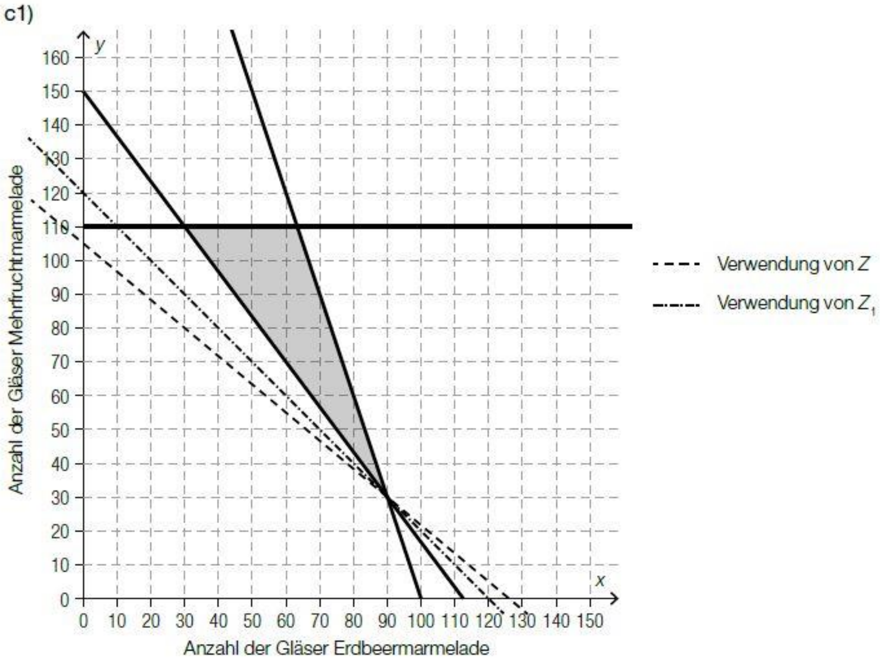
a1) I: $160 \cdot x + 60 \cdot y \leq 15000$
II: $60 \cdot y \leq 4000$
III: $40 \cdot y \leq 2000$
IV: $x \geq 70$

b1 und b2)



b3) Sie planen, mindestens 50 und höchstens 120 Gläser Mehrfruchtmarmelade zu produzieren.

c1)



c2) $Z_1(x, y) = 2{,}50 \cdot x + 2{,}50 \cdot y$

c3) Durch Einzeichnen derjenigen Geraden, für die der minimale Wert der Zielfunktion Z_1 angenommen wird, kann man feststellen, dass dieselben Produktionsmengen zu minimalen Kosten führen.

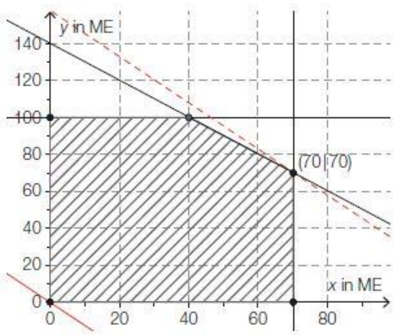
Kostenanalyse (B_141) Lösung

c) x … Menge von Produkt 1 in ME
y … Menge von Produkt 2 in ME

$z(x, y) = 30 \cdot x + 24 \cdot y$

Gerade durch den Koordinatenursprung:
$y = -\frac{30x}{24}$

Es sollen täglich 70 ME des 1. Produkts und 70 ME des 2. Produkts gefertigt werden.



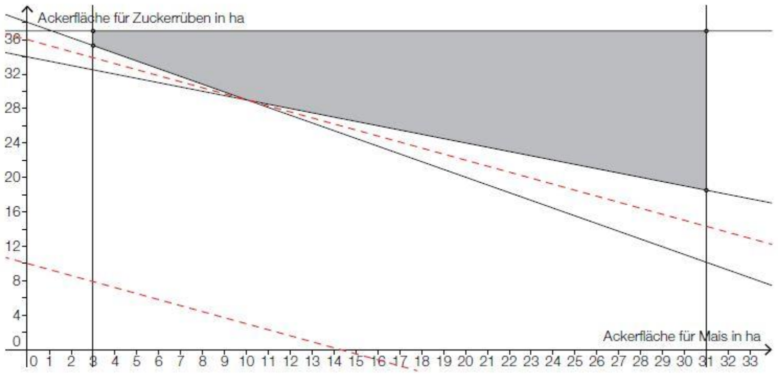
Pro Level

Biogas (B_174) Lösung

a) Zielfunktion: $Z(x,y) = 0{,}2 \cdot 6\,400 \cdot x + 0{,}25 \cdot 7\,000 \cdot y = 1\,280 \cdot x + 1\,750 \cdot y$

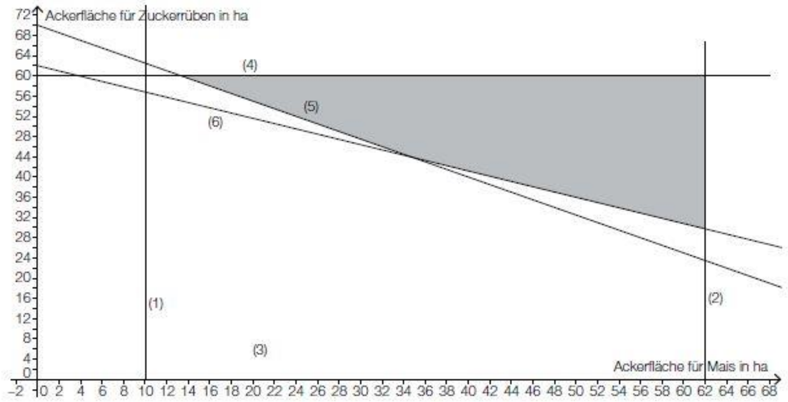
Ungleichungen:
$x \geq 5$
$y \geq 10$
$x + y \leq 40$
$11\,000 \cdot x + 12\,600 \cdot y \geq 480\,000$

b)



Der Lösungspunkt hat die Koordinaten (10|29).
Es werden auf einer Ackerfläche von 10 ha Mais und auf einer Ackerfläche von 29 ha Zuckerrüben angepflanzt. $\Rightarrow$ $Z(10, 29) = 1\,050 \cdot 10 + 1\,500 \cdot 29 = 54\,000$
Die minimalen Kosten betragen daher € 54.000.

c)



Vitrinen (B_124) Lösung

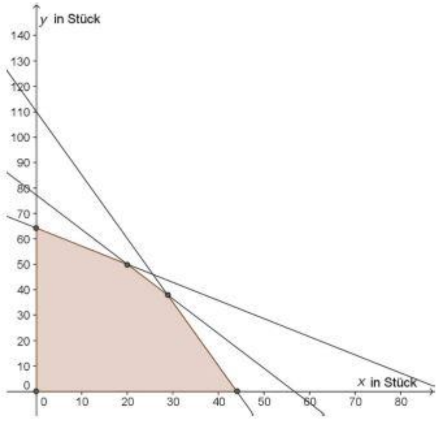
a) Übersichtstabelle (optional)

	Roma x	Vienna y	Stunden/Monat
M_1	6	4,5	650
M_2	5	1,2	400
M_3	1,5	3,3	320

Ungleichungssystem
$6x + 4{,}5y \leq 650$
$5x + 1{,}2y \leq 400$
$1{,}5x + 3{,}3y \leq 320$
$x \geq 0$
$y \geq 0$

Zielfunktion:
$Z(x,y) = 40x + 70y$

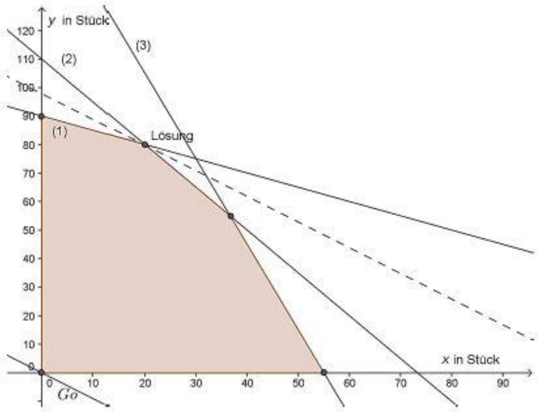
b)



Eckpunkte ablesen aus der Grafik:
(0 | 0)
(0 | 64)
(20 | 50)
(29 | 38)
(44 | 0)

Ableseungenauigkeiten werden toleriert. (Auch das genaue Berechnen mit Technologie ist möglich und zulässig!)

c)



20 Stück *Roma mini* und 80 Stück *Vienna mini* pro Monat bringen unter den vorgegebenen Bedingungen einen maximalen Gewinn. Er beträgt € 3.920.

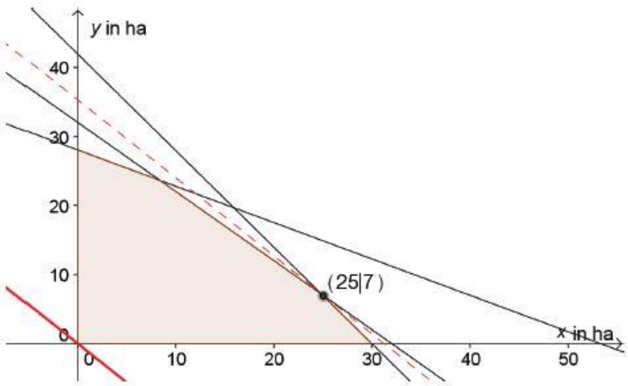
Weinbau und Weinkonsum (B_133) Lösung

a) x ... Anbaufläche für die Rebsorte A in Hektar (ha)
y ... Anbaufläche für die Rebsorte B in Hektar (ha)

a: $x + y \leq 30$
b: $500 \cdot x + 950 \cdot y \leq 24\,000$
c: $7{,}5 \cdot x + 5{,}3 \cdot y \leq 220$
d: $x \geq 0$
e: $y \geq 0$

$Z(x,y) = 6\,400 \cdot x + 7\,200 \cdot y \rightarrow$ Maximum

b) Bestimmen des für diese Bedingungen optimalen Schnittpunkts mit grafischer oder mit rechnerischer Methode mittels Technologieeinsatz



$x + y = 32$
$7 \cdot x + 5 \cdot y = 210$

Lösung des Gleichungssystems:
$x = 25$; $y = 7$

Die für einen maximalen Erlös günstigste Aufteilung erhält man mit 25 ha von Sorte C und 7 ha von Sorte D.

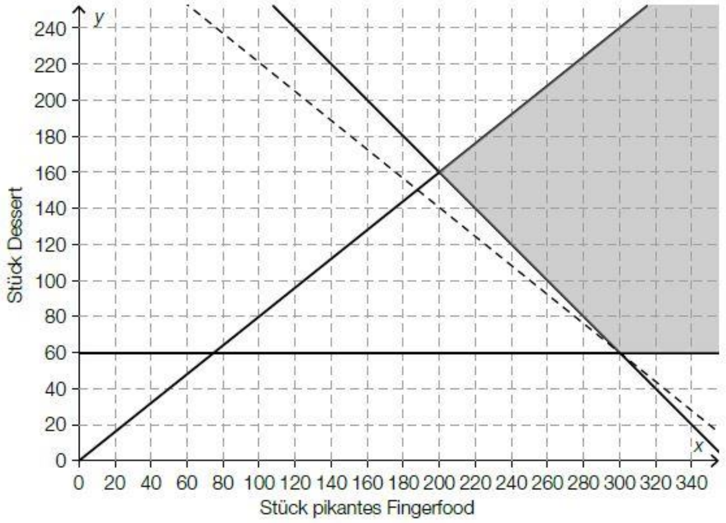
Catering * (B_410) Lösung

a) x ... Stück pikantes Fingerfood
y ... Stück Dessert

I: $x + y \geq 270$
II: $y \leq 100$
III: $x \geq 2 \cdot y$
IV: $x \geq 0$
V: $y \geq 0$

Die Angabe der Nichtnegativitätsbedingungen ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.

b) $Z(x, y) = 0{,}80 \cdot x + 1 \cdot y$



Die Gesamtproduktionskosten sind bei einer Produktion von 300 Stück pikantem Fingerfood und 60 Stück Dessert minimal.

c) P_1P_2: $y = -\frac{2}{7} \cdot x + 220$
P_3P_4: $y = -x + 360$

$-x + 360 = -\frac{2}{7} \cdot x + 220$

$140 = \frac{5}{7} \cdot x$

$x = 196 \Rightarrow y = 164$

Der maximale Gewinn wird bei einer Produktion von 196 Stück pikantem Fingerfood und 164 Stück Dessert erzielt.

Alkoholfreie Cocktails* (B_454) Lösung

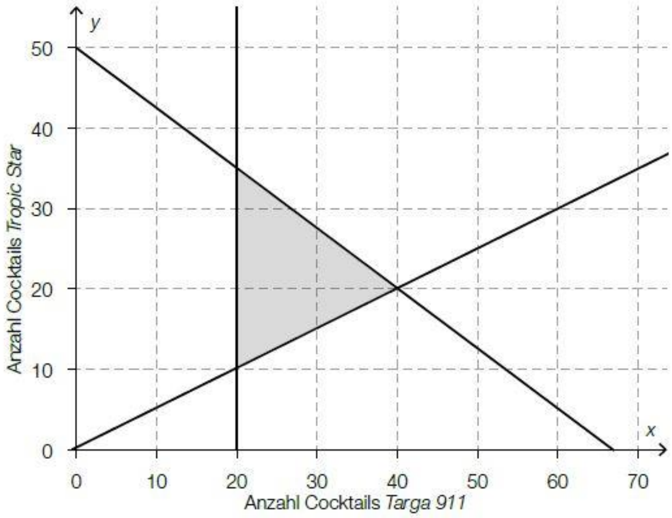
a1)

Einschränkung bezüglich Mangosaft	A
Einschränkung bezüglich Maracujasaft	C

A	$x + 2 \cdot y \leq 100$
B	$2 \cdot x + y \leq 100$
C	$y \leq -2 \cdot x + 50$
D	$x + 4 \cdot y \leq 200$

a2) $x \geq 2 \cdot y$

b1)

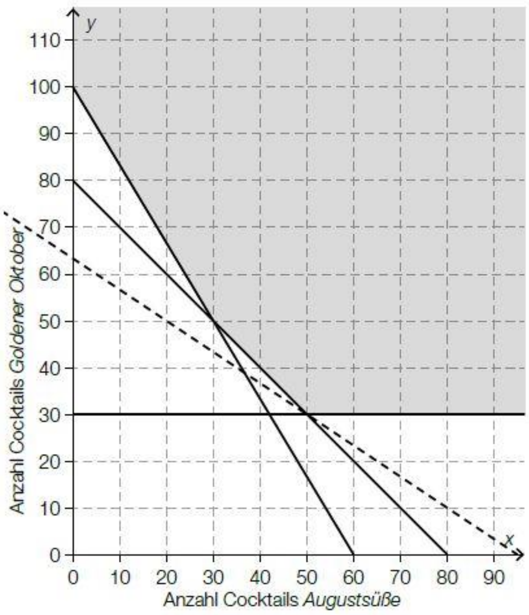


b2) Es sollen mindestens 20 Cocktails *Targa 911* zubereitet werden.

c1) $Z(x, y) = x + 1{,}5 \cdot y$

Auch eine Angabe der Zielfunktion als $Z(x, y) = k \cdot x + k \cdot 1{,}5 \cdot y$ *mit* $k \in \mathbb{R}^+$ *ist als richtig zu werten.*

c2)

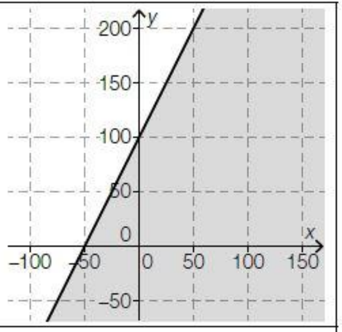
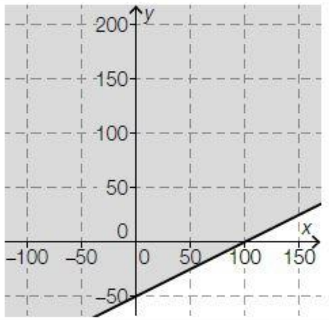


Fahrraeder * (B_460) Lösung

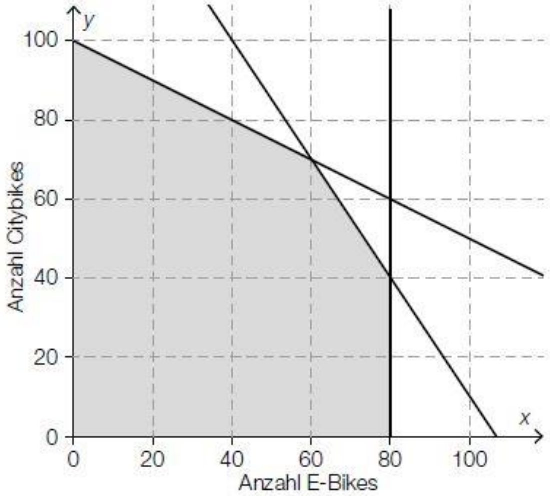
b1) $x + y \leq 100$
$x \geq y + 30$

c1)

$\frac{1}{2} \cdot x \leq y + 50$	D
$\frac{1}{2} \cdot y \leq x + 50$	A

A	
B	[...]
C	[...]
D	

d1 und d2)



e1) Die Gerade, für die die Zielfunktion im Lösungsbereich den maximalen Wert annimmt, ist identisch mit einer der Begrenzungsgeraden des Lösungsbereichs. Alle Punkte dieser Begrenzungsgeraden, die im Lösungsbereich liegen, sind mögliche Lösungen, daher gibt es keine eindeutige Lösung.

Strandbar * (B_488) Lösung

a1) I: $2 \cdot x + 3 \cdot y \leq 80$
II: $x + y \leq 30$

a2) Es ist nicht möglich, weil die Ungleichung I in diesem Fall nicht erfüllt ist.
$2 \cdot 5 + 3 \cdot 25 > 80$

b1) $p_2 = 1{,}2 \cdot p_1$

b2) $72 = p_1 \cdot 10 + (1{,}2 \cdot p_1) \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad p_1 = 4{,}5$
$p_2 = 1{,}2 \cdot 4{,}5 = 5{,}4$

c1) $x + \boxed{2} \cdot y = 80$

c2) $G(x, y) = 3{,}5 \cdot x + 4{,}5 \cdot y$

c3) $G(0, 35) = 157{,}5$
$G(10, 35) = 192{,}5$
$G(20, 30) = 205$
$G(50, 0) = 175$
Der maximale Gewinn wird bei einem Verkauf von 20 Eiskaffees und 30 Bananensplits erzielt.

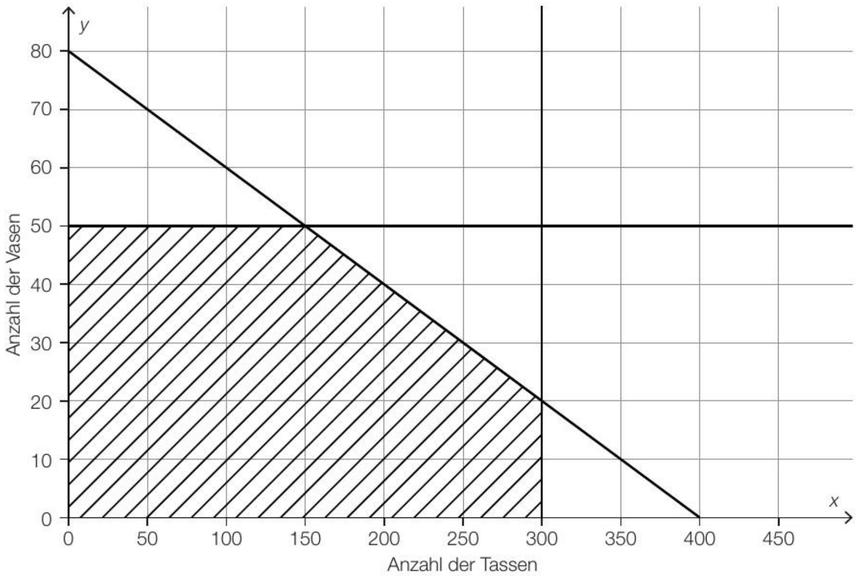
Eine grafische Lösungsmethode ist ebenfalls zulässig.

Porzellan * (B_514) Lösung

a1) I: $0{,}2 \cdot x + y \leq 80$
II: $x \leq 300$
III: $y \leq 50$

Die Nichtnegativitätsbedingungen $x \geq 0$ *und* $y \geq 0$ *sind für die Punktevergabe nicht relevant.*

a2)



a3) $0{,}2 \cdot 250 + 40 = 90$
Mit 90 kg Porzellanmasse ist es möglich, 250 Tassen und 40 Vasen zu produzieren.

Für die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, zu überprüfen, ob die Ungleichungen II und III erfüllt sind.

b1) $y = \boxed{-\frac{2}{35}} \cdot x + \boxed{30}$

b2)

Eine Gleichung der Geraden ist gegeben durch: $-x + 15 \cdot y = 700$	B
Die zugehörige Ungleichung beschreibt die Mindestproduktionsmenge für eines der beiden Produkte.	A

A	*a*
B	*b*
C	*c*
D	*d*

b3) $E(x, y) = 8 \cdot x + 12 \cdot y$

b4) $E(200, 60) = 2\,320$
$E(350, 40) = 3\,280$
Es müssen 350 Tassen und 40 Vasen produziert werden.

Waldfuehrungen * (B_526) Lösung

a1) I: $x + y \leq 30$

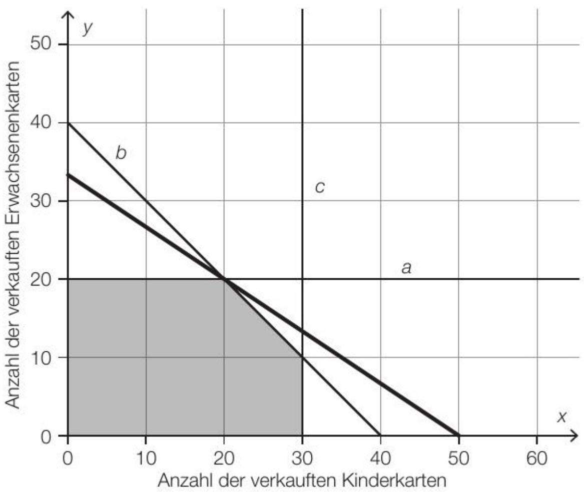
II: $x \leq y$

b1)

①	
links von der Geraden c	☒

②	
höchstens 30 Kinderkarten	☒

b2)



b3) optimale Verkaufszahlen:
20 Kinderkarten
20 Erwachsenenkarten

b4) $Z(20, 20) = 4 \cdot 20 + 6 \cdot 20 = 200$

Der maximale Erlös beträgt € 200.

c1) Bei einem Preis von 12,50 €/Stück beträgt die Nachfrage nach Jugendkarten 10 Stück.

c2) Bei einem Verkauf von 13 Erwachsenenkarten ist ein Verkauf von 10 Jugendkarten nicht möglich, da der Punkt $(10|13)$ nicht im Lösungsbereich liegt.

oder:

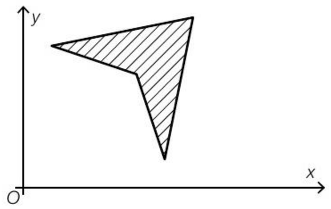
Beim einem Verkauf von 13 Erwachsenenkarten können nur mehr 7 Jugendkarten verkauft werden.

Sonnencreme * (B_547) Lösung

a1) I: $a \geq \frac{b}{3}$
II: $b \geq 6$

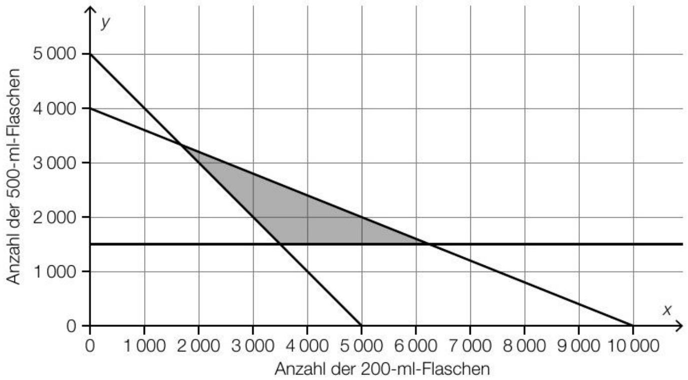
a2) $C = (2|6)$

b1)

	☒

c1) Es sollen mindestens 5 000 Flaschen abgefüllt werden.

c2)



c3) Der Lösungsbereich, der durch die Ungleichungen I bis III bestimmt wird, liegt bereits zur Gänze im 1. Quadranten des Koordinatensystems.

c4) $Z(x, y) = 3{,}80 \cdot x + 8{,}75 \cdot y$

Muesli * (B_570) Lösung

a1) I: $0{,}25 \cdot x + 0{,}175 \cdot y \leq 22$
II: $0{,}235 \cdot x + 0{,}3 \cdot y \leq 28$
III: $y \geq 20$
IV: $x + y \leq 100$

Die Angabe der Nichtnegativitätsbedingungen ist nicht erforderlich.

b1) $Z(x, y) = 3 \cdot x + 2{,}5 \cdot y$

b2) $Z(0, 40) = 3 \cdot 0 + 2{,}5 \cdot 40 = 100$
$Z(20, 40) = 3 \cdot 20 + 2{,}5 \cdot 40 = 160$
$Z(60, 20) = 3 \cdot 60 + 2{,}5 \cdot 20 = 230$
$Z(70, 0) = 3 \cdot 70 + 2{,}5 \cdot 0 = 210$
Der maximale Erlös beträgt € 230.

b3) Der Betrieb kann unter dieser Voraussetzung höchstens **40** Packungen der Sorte *A* liefern.

c1)

Von *Knusperkorn* werden mindestens doppelt so viele Packungen wie von *Fruchtstart* verkauft.	A
Von *Knusperkorn* werden höchstens halb so viele Packungen wie von *Fruchtstart* verkauft.	B

A	$x \geq 2 \cdot y$
B	$2 \cdot x \leq y$
C	$y \leq 2 \cdot x$
D	$x \leq 2 \cdot y$

Lösung: Vogelhäuschen * (B_582)

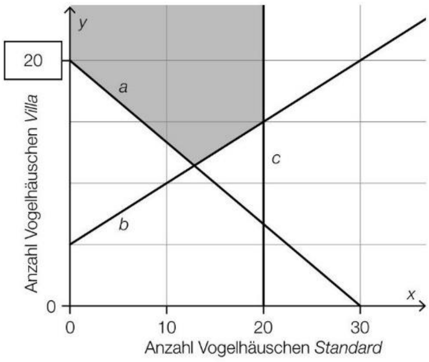
a1)

①	
doppelt so viele	☒

②	
$x - 2 \cdot y \geq 0$	☒

a2) $x + 1{,}5 \cdot y \leq 80$

b1, b3 und b4)

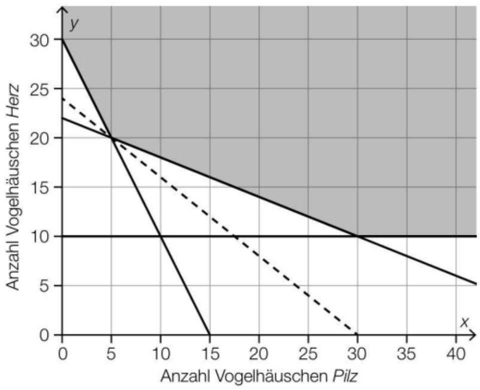


b2) $y \geq \frac{1}{2} \cdot x + 5$

c1) Holzbedarf für ein Vogelhäuschen *Pilz*: 20 cm × 100 cm = 2000 cm²
Holzbedarf für ein Vogelhäuschen *Herz*: 50 cm × 50 cm = 2500 cm²

$Z(x, y) = 2000 \cdot x + 2500 \cdot y$

c2)



Lösung: Keramik * (B_595)

a1) I: $x \geq y$
II: $0{,}2 \cdot x + 0{,}4 \cdot y \leq 16$ *oder* II: $200 \cdot x + 400 \cdot y \leq 16000$

b1) 10 Krüge

b2) Diese Herstellung ist nicht möglich, da der Punkt (30|15) nicht im Lösungsbereich liegt.

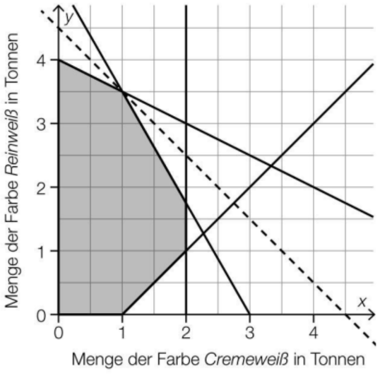
c1) $E(x, y) = 40 \cdot x + 30 \cdot y$

c2)

Die zur Geraden *h* gehörende Bedingung wird weggelassen.	☒

Lösung: Wandfarben * (B_606)

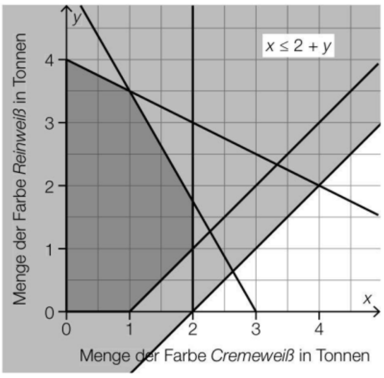
a1)



a2) $4500 \cdot 1 + 4500 \cdot 3{,}5 = 20250$

Der maximale Erlös beträgt 20.250 Euro.

a3) Die durch die Ungleichung $x \leq 2 + y$ festgelegte Halbebene enthält den Lösungsbereich zur Gänze (siehe nachstehende Abbildung).



Der Lösungsbereich wird daher durch die zusätzliche Bedingung nicht verkleinert.

b1) I: $0{,}16 \cdot x + 0{,}2 \cdot y \leq 12$

II: $x \geq \frac{4}{3} \cdot y$

All Star Level