Aufgabensammlung

Integralrechnung

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

Integralrechnung

Grundkompetenzen

Stammfunktionen* - 1_821, AN3.1, 2 aus 5

Gegeben ist eine Stammfunktion F einer Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Zwei der nachstehenden Funktionen G_1 bis G_5 sind für alle $c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ jedenfalls auch Stammfunktionen von f.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Funktionen an.

$G_1 = c \cdot F$	☐
$G_2 = c + F$	☐
$G_3 = F - c$	☐
$G_4 = c - F$	☐
$G_5 = \frac{F}{c}$	☐

Stammfunktion* - 1_797, AN3.1, Offenes Antwortformat

Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$.
Die Funktion $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto g(x)$ ist eine Stammfunktion von f.
Für eine Funktion $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto h(x)$ und $c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ gilt: $h(x) = g(x) + c$.

Geben Sie an, ob h ebenfalls eine Stammfunktion von f ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Ableitungsfunktion und Stammfunktion* - 1_723, AN3.1, 2 aus 5

Es sei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion.

Zwei der folgenden Aussagen über die Funktion f treffen auf jeden Fall zu.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Funktion f hat genau eine Stammfunktion F.	☐
Die Funktion f hat genau eine Ableitungsfunktion f'.	☐
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $f' = F$.	☐
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $F'' = f'$.	☐
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $\int_0^1 F(x)\,dx = f(1) - f(0)$.	☐

Stammfunktion* - 1_701, AN3.1, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^3$ mit $a \in \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie a so, dass die Funktion $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $F(x) = 5 \cdot x^4 - 2$ eine Stammfunktion von f ist!

a = ________________

Zusammenhang zwischen Funktion und Stammfunktionen* - 1_676, AN3.1, 2 aus 5

Die Funktionen g und h sind unterschiedliche Stammfunktionen einer Polynomfunktion f vom Grad $n \geq 1$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$g'(x) = h'(x)$	☐
$g(x) + h(x) = c,\ c \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	☐
$\int_0^2 g(x)\,dx = f(2) - f(0)$	☐
$\int_0^2 f(x)\,dx = h(2) - h(0)$	☐
$g(x) = c \cdot h(x),\ c \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$	☐

Beziehungen zwischen Funktion Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_629, AN3.1, Lückentext

Es sei f eine Polynomfunktion dritten Grades, f' ihre Ableitungsfunktion und F eine der Stammfunktionen von f.

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die zweite Ableitungsfunktion der Funktion ___①___ ist die Funktion ___②___.

①	
f	☐
f'	☐
F	☐

②	
f	☐
f'	☐
F	☐

Tiefe eines Gerinnes* - 1_550, AN3.1, Halboffenes Antwortformat

Zur Vorbeugung vor Hochwässern wurde in einer Stadt ein Gerinne (Wasserlauf) angelegt.

Die Funktion f beschreibt die Wassertiefe dieses Gerinnes bei einer Hochwasserentwicklung in Abhängigkeit von der Zeit t an einer bestimmten Messstelle für das Zeitintervall $[0; 2]$.

Die Gleichung der Funktion f lautet $f(t) = t^3 + 6 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 8$ mit $t \in [0; 2]$.

Dabei wird $f(t)$ in dm und t in Tagen gemessen.

Geben Sie eine Gleichung der Funktion g an, die die momentane Änderungsrate der Wassertiefe des Gerinnes (in dm pro Tag) in Abhängigkeit von der Zeit t beschreibt!

$g(t) =$ ______________________________

Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_527, AN3.1, 2 aus 5

Es sei f eine Polynomfunktion und F eine ihrer Stammfunktionen.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Eine Funktion F heißt Stammfunktion der Funktion f, wenn gilt: $f(x) = F(x) + c$ ($c \in \mathbb{R}$).	☐
Eine Funktion f' heißt Ableitungsfunktion von f, wenn gilt: $\int f(x)\,\mathrm{d}x = f'(x)$.	☐
Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 definiert ist, gibt $f'(x_0)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle an.	☐
Die Funktion f hat unendlich viele Stammfunktionen, die sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden.	☐
Wenn man die Stammfunktion F einmal integriert, dann erhält man die Funktion f.	☐

Bestimmtes Integral* - 1_845, AN3.2, 1 aus 6

Die Funktion F ist eine Stammfunktion der Polynomfunktion f.

Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der in jedem Fall mit $\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ übereinstimmt. *[1 aus 6]*

$\frac{F(5) - F(2)}{5 - 2}$	☐
$\frac{F(5) - F(2)}{F(2)}$	☐
$F(5) - F(2)$	☐
$F(5) + F(2)$	☐
$\frac{F(2) + F(5)}{2}$	☐
$\frac{F(5)}{F(2)}$	☐

Arbeit bei der Dehnung einer Schraubenfeder* - 1_823, AN4.2, Offenes Antwortformat

Eine Schraubenfeder mit der Federkonstanten $k = 40$ N/m wird aus der Gleichgewichtslage $s_0 = 0$ m um $h = 0{,}08$ m gedehnt.
Die dabei verrichtete Arbeit W (in Joule) wird mithilfe des nachstehenden Ausdrucks berechnet.

$W = \int_{s_0}^{s_0+h} k \cdot s\,\mathrm{d}s$

Berechnen Sie die bei der oben beschriebenen Dehnung verrichtete Arbeit.

Bestimmen eines Koeffizienten* - 1_726, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

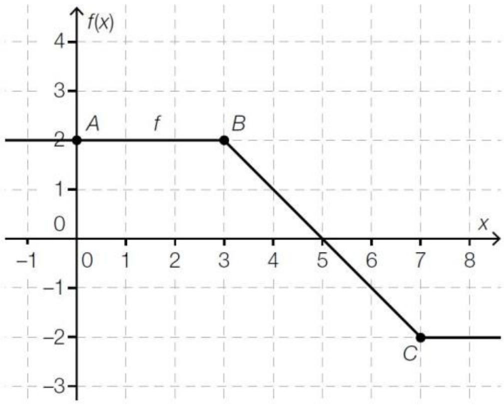
Gegeben ist die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2 + 2$ mit $a \in \mathbb{R}$.

Geben Sie den Wert des Koeffizienten a so an, dass die Gleichung $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ erfüllt ist.

$a =$ ______________________

Bestimmtes Integral* - 1_654, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer abschnittsweise linearen Funktion f dargestellt. Die Koordinaten der Punkte A, B und C des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.

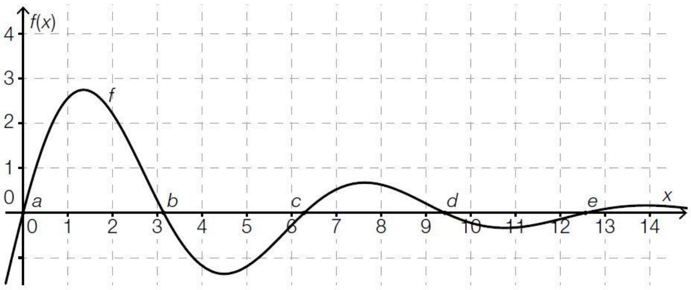


Ermitteln Sie den Wert des bestimmten Integrals $\int_0^7 f(x)\,dx$!

$\int_0^7 f(x)\,dx =$ ______________________

Bestimmtes Integral* - 1_606, AN4.2, 2 aus 5

Der Graph einer Funktion f schneidet die x-Achse in einem gewissen Bereich an den Stellen a, b, c, d und e.



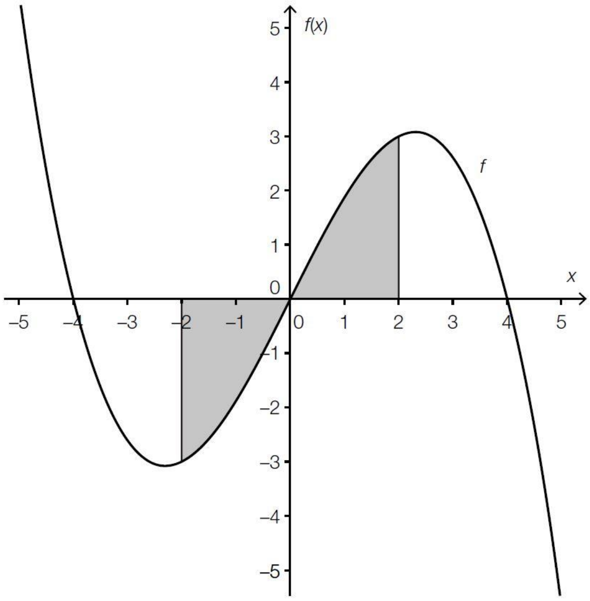
Welche der nachstehend angeführten bestimmten Integrale haben einen Wert, der größer als 0 ist?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden bestimmten Integrale an!

$\int_a^c f(x)\,dx$	☐
$\int_b^c f(x)\,dx$	☐
$\int_b^d f(x)\,dx$	☐
$\int_a^b f(x)\,dx$	☐
$\int_d^e f(x)\,dx$	☐

Flächeninhalt* - 1_525, AN4.2, Offenes Antwortformat

Abgebildet ist ein Ausschnitt des Graphen der Polynomfunktion f mit $f(x) = -\frac{x^3}{8} + 2 \cdot x$.

Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse im Intervall [–2; 2] ist grau markiert.



Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche!

Integral* - 1_501, AN4.2, 2 aus 5

Gegeben ist das bestimmte Integral $I = \int_0^a (25 \cdot x^2 + 3)\,\mathrm{d}x$ mit $a \in \mathbb{R}^+$.

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, die für alle $a > 0$ denselben Wert wie I haben!

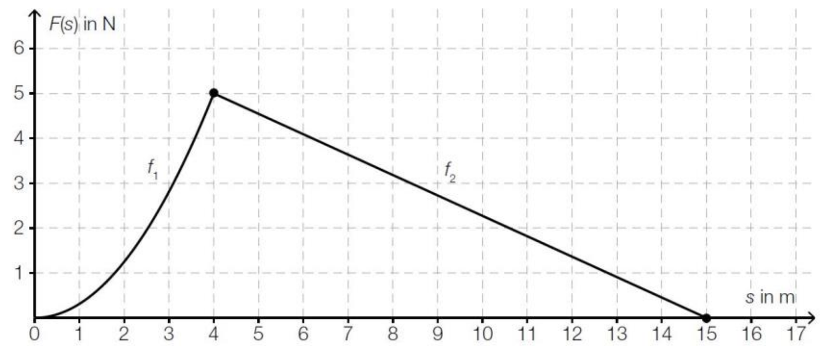
$25 \cdot \int_0^a x^2\,\mathrm{d}x + \int_0^a 3\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_0^a 25\,\mathrm{d}x \cdot \int_0^a x^2\,\mathrm{d}x + \int_0^a 3\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_0^a 25 \cdot x^2\,\mathrm{d}x + 3$	☐
$\frac{25 \cdot a^3}{3} + 3 \cdot a$	☐
$50 \cdot a$	☐

Arbeit beim Verschieben eines Massestücks* - 1_477, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

Ein Massestück wird durch die Einwirkung einer Kraft geradlinig bewegt. Die dazu erforderliche Kraftkomponente in Wegrichtung ist als Funktion des zurückgelegten Weges in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Der Weg s wird in Metern (m), die Kraft $F(s)$ in Newton (N) gemessen.

Im ersten Wegabschnitt wird $F(s)$ durch f_1 mit $f_1(s) = \frac{5}{16} \cdot s^2$ beschrieben. Im zweiten Abschnitt (f_2) nimmt sie linear auf den Wert null ab.

Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Ermitteln Sie die Arbeit W in Joule (J), die diese Kraft an dem Massestück verrichtet, wenn es von $s = 0$ m bis zu $s = 15$ m bewegt wird!

$W =$ ___________ J

Stammfunktion* - 1_453, AN4.2, 1 aus 6

Gegeben ist eine Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = e^{2 \cdot x}$.

Welche von den unten durch ihre Funktionsgleichungen angegebenen Funktionen F ist Stammfunktion von f und verläuft durch den Punkt $P = (0|1)$?
Kreuzen Sie die zutreffende Antwort an!

$F(x) = e^{2 \cdot x} + \frac{1}{2}$	☐
$F(x) = 2 \cdot e^{2 \cdot x} - 1$	☐
$F(x) = 2 \cdot e^{2 \cdot x}$	☐
$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2} + \frac{1}{2}$	☐
$F(x) = e^{2 \cdot x}$	☐
$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2}$	☐

Integrationsregeln* - 1_429, AN4.2, 2 aus 5

Zwei der nachstehend angeführten Gleichungen sind für alle Polynomfunktionen f und bei beliebiger Wahl der Integrationsgrenzen a und b (mit $a < b$) richtig.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\int_a^b (f(x) + x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b x\,dx$	☐
$\int_a^b f(2 \cdot x)\,dx = \frac{1}{2} \cdot \int_a^b f(x)\,dx$	☐
$\int_a^b (1 - f(x))\,dx = x - \int_a^b f(x)\,dx$	☐
$\int_a^b (f(x) + 2)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + 2$	☐
$\int_a^b (3 \cdot f(x))\,dx = 3 \cdot \int_a^b f(x)\,dx$	☐

Funktionsgleichungen* - 1_381, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 3x^2 + 2$.

Geben Sie die Funktionsgleichungen von zwei verschiedenen Funktionen F_1 und F_2 an, deren Ableitungsfunktion die Funktion f ist!

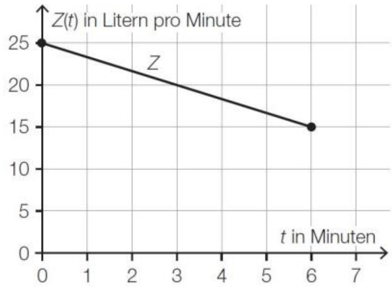
$F_1(x) =$ ____________________

$F_2(x) =$ ____________________

Wasserzufluss* - 1_847, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Ein Behälter wird innerhalb von 6 Minuten mit Wasser befüllt.
Die Zuflussrate gibt an, wie viel Liter Wasser pro Minute in den Behälter zufließen. Dabei nimmt die Zuflussrate $Z(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t linear ab.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion Z dargestellt (t in Minuten, $Z(t)$ in Litern pro Minute). Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



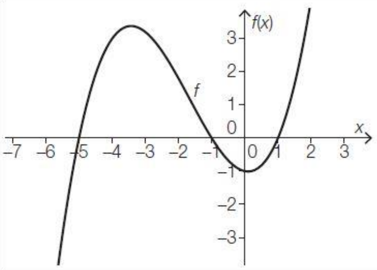
Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser in diesen 6 Minuten in den Behälter zufließen.

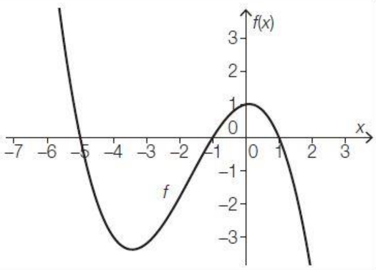
________________________________ Liter

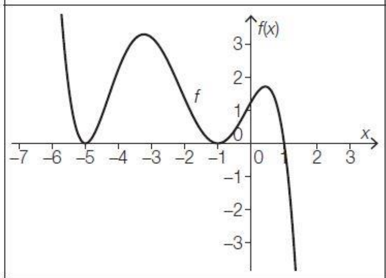
Vergleich bestimter Integrale* - 1_775, AN4.3, 2 aus 5

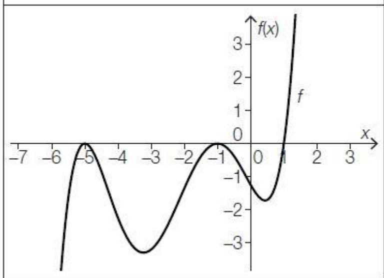
Gegeben sind fünf Abbildungen mit Graphen von Polynomfunktionen.

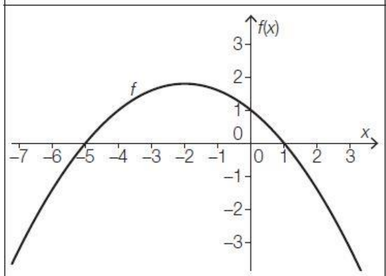
Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, für die gilt: $\int_{-5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x > \int_{-5}^{+1} f(x)\,\mathrm{d}x$.


☐


☐

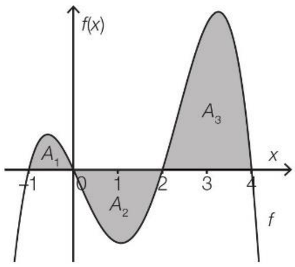

☐


☐


☐

Bestimmte Integrale* - 1_751, AN4.3, 2 aus 5

Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f mit den Nullstellen $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$ und $x_4 = 4$ dargestellt.
Für die mit A_1, A_2 und A_3 gekennzeichneten Flächeninhalte gilt:
$A_1 = 0{,}4$, $A_2 = 1{,}5$ und $A_3 = 3{,}2$.



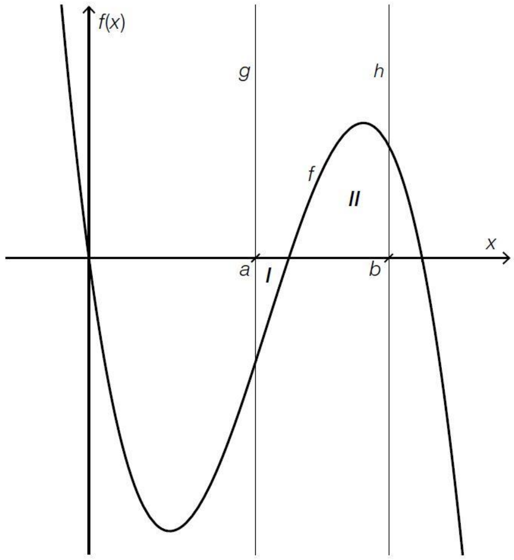
Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die wahre Aussagen sind.

$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = 1{,}9$	☐
$\int_{0}^{4} f(x)\,dx = 1{,}7$	☐
$\int_{-1}^{4} f(x)\,dx = 5{,}1$	☐
$\int_{0}^{2} f(x)\,dx = 1{,}5$	☐
$\int_{2}^{4} f(x)\,dx = 3{,}2$	☐

Flächeninhalte* - 1_703, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und zwei markierte Flächenstücke.

Der Graph der Funktion f, die x-Achse und die Gerade g mit der Gleichung $x = a$ schließen das Flächenstück ***I*** mit dem Inhalt A_1 ein.
Der Graph der Funktion f, die x-Achse und die Gerade h mit der Gleichung $x = b$ schließen das Flächenstück ***II*** mit dem Inhalt A_2 ein.

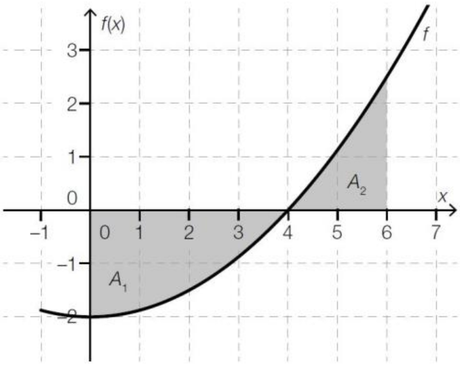


Geben Sie das bestimmte Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ mithilfe der Flächeninhalte A_1 und A_2 an!

$\int_a^b f(x)\,dx =$ ____

Wert eines bestimmten Integrals* - 1_679, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Nachstehend ist der Graph einer Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dargestellt. Zusätzlich sind zwei Flächen gekennzeichnet.
Die Fläche A_1 wird vom Graphen der Funktion f und von der x-Achse im Intervall $[0; 4]$ begrenzt und hat einen Flächeninhalt von $\frac{16}{3}$ Flächeneinheiten.
Die Fläche A_2 wird vom Graphen der Funktion f und von der x-Achse im Intervall $[4; 6]$ begrenzt und hat einen Flächeninhalt von $\frac{7}{3}$ Flächeneinheiten.

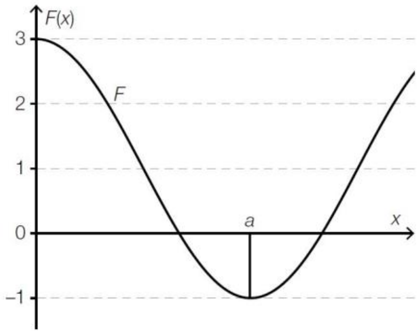


Geben Sie den Wert des bestimmten Integrals $\int_0^6 f(x)\,dx$ an!

$\int_0^6 f(x)\,dx =$ ____________

Wert eines bestimmten Integrals* - 1_631, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Von einer reellen Funktion f ist der Graph einer Stammfunktion F abgebildet.

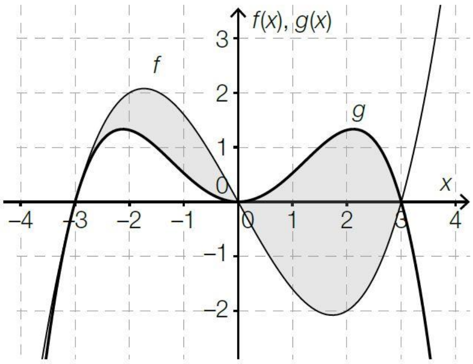


Geben Sie den Wert des bestimmten Integrals $I = \int_0^a f(x)\,dx$ an!

$I =$ ____

Flächeninhaltsberechnung* - 1_583, AN4.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Polynomfunktionen f und g dargestellt. Diese schneiden einander an den Stellen –3, 0 und 3 und begrenzen die beiden grau markierten Flächenstücke.



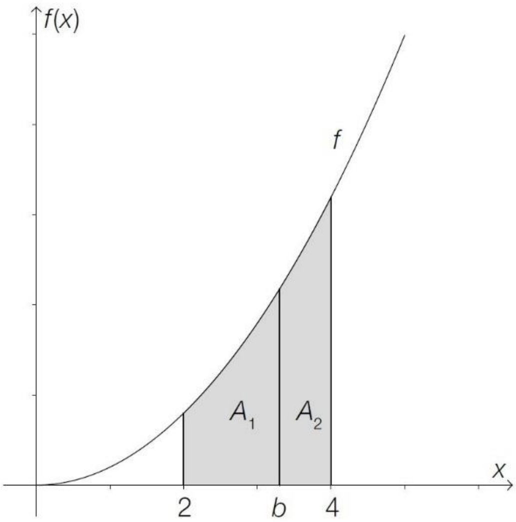
Welche der nachstehenden Gleichungen geben den Inhalt A der (gesamten) grau markierten Fläche an? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$A = \left\| \int_{-3}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\|$	☐
$A = 2 \cdot \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$	☐
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$	☐
$A = \left\| \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\| + \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$	☐
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \left\| \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\|$	☐

Halbierung einer Fläche* - 1_500, AN4.3, Offenes Antwortformat

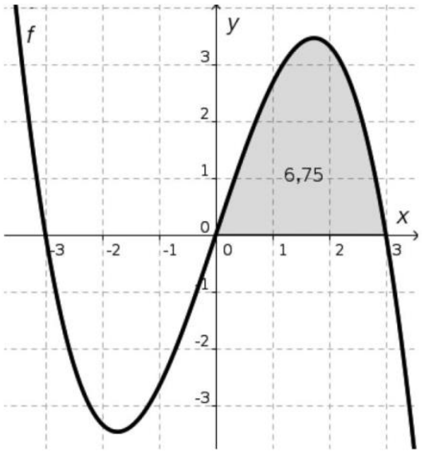
Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2$.

Berechnen Sie die Stelle b so, dass die Fläche zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion f im Intervall [2; 4] in zwei gleich große Flächen A_1 und A_2 geteilt wird (siehe Abbildung)!



Integral* - 1_380, AN4.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer punktsymmetrischen Funktion f (das bedeutet: $f(-x) = -f(x)$) dargestellt. Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse im Intervall [0; 3] ist grau unterlegt. Ihre Maßzahl beträgt 6,75.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\int_0^3 f(x)\,dx = 6{,}75$	☐
$\int_{-3}^3 f(x)\,dx = 13{,}5$	☐
$\int_{-3}^3 f(x)\,dx = -13{,}5$	☐
$\int_{-3}^3 f(x)\,dx = 0$	☐
$\int_{-3}^0 f(x)\,dx = 6{,}75$	☐

Bestimmtes Integral* - 1_894, AN4.2, Offenes Antwortformat

Die Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ hat eine bestimmte Stammfunktion F. Von dieser Stammfunktion F sind nachstehend einige Wertepaare gegeben.

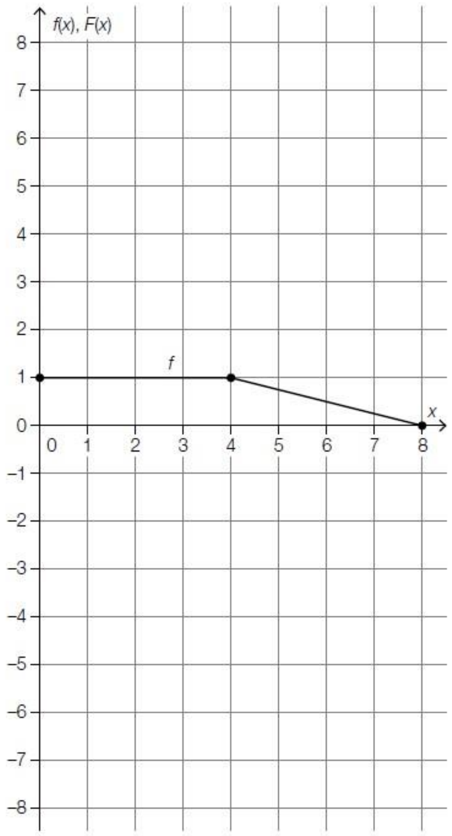
x	$F(x)$
0	0
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15

Weiters ist die Funktion $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = f(x) + 2$ gegeben.

Berechnen Sie $\int_1^4 g(x)\,dx$.

Stammfunktion* - 1_1194, AN3.2, Konstruktionsformat

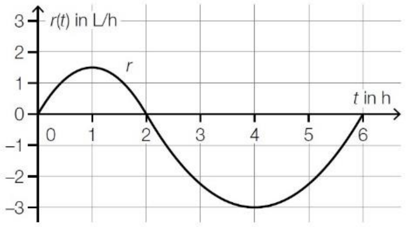
Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der reellen Funktion $f\colon [0; 8] \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$.
Die Funktion F mit $F(0) = 0$ ist eine Stammfunktion von f. Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen von F im Intervall $[0; 8]$ unter Verwendung der Funktionswerte $F(0)$, $F(4)$ und $F(8)$.

Zufluss und Abfluss* - 1_895, AN4.3, 2 aus 5

Die Flüssigkeitsmenge in einem bestimmten Gefäß ändert sich durch Zufluss und Abfluss.
Die reelle Funktion r ordnet jedem Zeitpunkt $t \in [0; 6]$ die momentane Änderungsrate $r(t)$ der Flüssigkeitsmenge in diesem Gefäß zu (t in h, $r(t)$ in L/h).



Dabei gilt:
$\int_0^2 r(t)\,\mathrm{d}t = 2$ und $\int_2^6 r(t)\,\mathrm{d}t = -8$

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

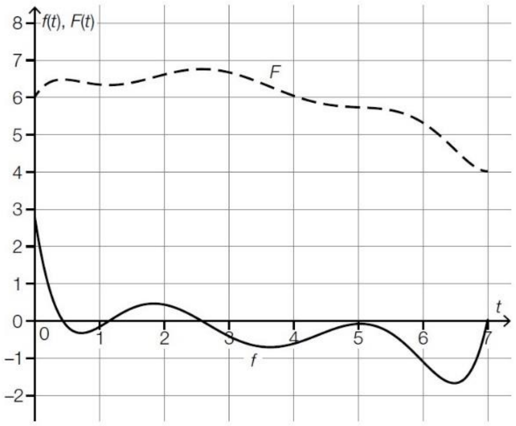
Es ist möglich, dass sich zum Zeitpunkt $t = 0$ genau 5 L Flüssigkeit im Gefäß befinden.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ befinden sich genau 2 L Flüssigkeit im Gefäß.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ ist die Flüssigkeitsmenge im Gefäß am größten.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 4$ befindet sich weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 6$.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich um 6 L weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 0$.	☐

Gartenteich* - 1_1196, AN4.3, Lückentext

Die Funktion f beschreibt modellhaft die momentane Änderungsrate des Wasserstands eines bestimmten Gartenteichs in Abhängigkeit von der Zeit t.

t ... Zeit in Tagen
$f(t)$ ... momentane Änderungsrate des Wasserstands zum Zeitpunkt t in mm/Tag

Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f.



Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Das Integral $\int_0^7 f(t)\,dt$ hat den Wert ___①___ und beschreibt die ___②___ des Wasserstands im Zeitintervall [0; 7].

①	
2	☐
–2	☐
0	☐

②	
mittlere Änderungsrate	☐
relative Änderung	☐
absolute Änderung	☐

Pilzsporen* - 1_1237, AN4.3, Offenes Antwortformat

Pilze vermehren sich mithilfe von Sporen.

Bei einem Experiment bedecken zum Zeitpunkt $t = 0$ die Sporen eines bestimmten Pilzes eine Fläche mit einem Inhalt von 5 μm^2.

Die Funktion f modelliert die Geschwindigkeit, mit der sich die bedeckte Fläche vergrößert, in Abhängigkeit von der Zeit t.

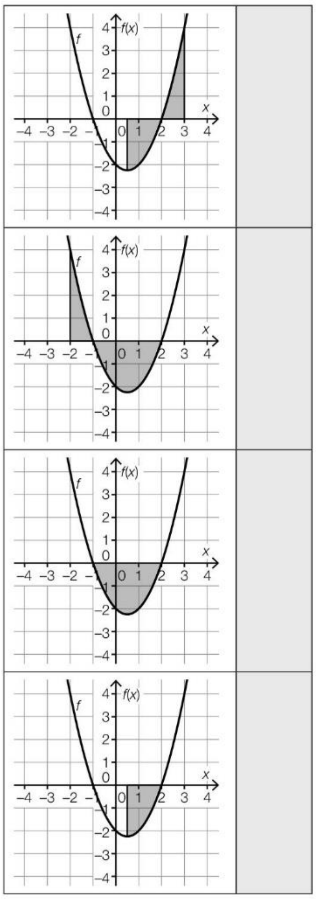
t ... Zeit in h
$f(t)$ ... Geschwindigkeit, mit der sich die bedeckte Fläche vergrößert, zum Zeitpunkt t in $\mu m^2/h$

Interpretieren Sie $5 + \int_0^3 f(t)\,dt$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Bestimmte Integrale* - 1_1261, AN4.3, Zuordnungsformat

Die vier unten stehenden Abbildungen zeigen jeweils den Graphen der quadratischen Funktion f. Der Graph von f schneidet die x-Achse an den Stellen $x = -1$ und $x = 2$. Die lokale Minimumstelle von f liegt bei $x = 0{,}5$.

Ordnen Sie den grau markierten Flächen in den vier Abbildungen jeweils den entsprechenden Ausdruck zur Berechnung ihres Flächeninhalts aus A bis F zu.

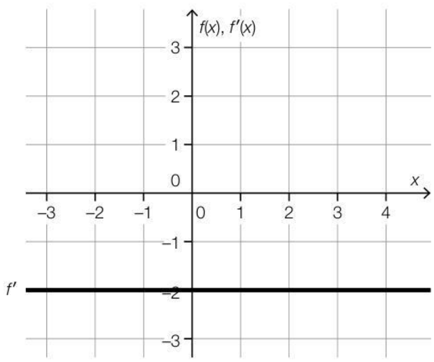


A	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
B	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$
C	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
D	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
E	$\int_{-2}^{0,5} f(x)\,\mathrm{d}x$
F	$-2 \cdot \int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$

Ableitungsfunktion* (1_1283) - AN3.2 - Konstruktionsformat

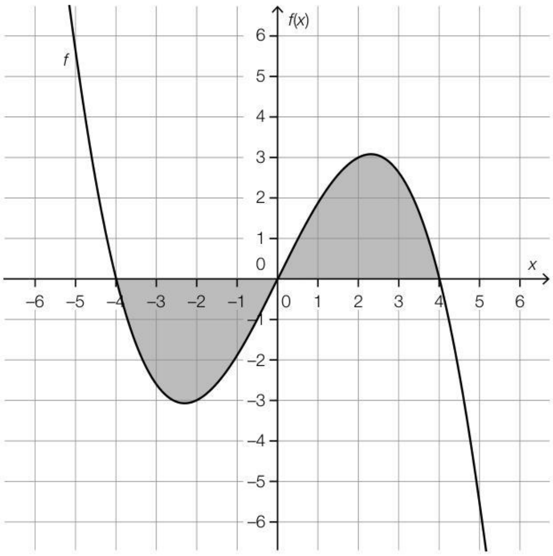
In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der konstanten Ableitungsfunktion f' einer Funktion f dargestellt. Für die Funktion f gilt: $f(0) = 2$

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion f ein.



Flächeninhalt* (1_1285) - AN4.3 -

Nachstehend ist der Graph der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit ganzzahligen Nullstellen dargestellt.



Die Flächeninhalte der beiden grau markierten Bereiche sind gleich groß.

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, mit denen der Flächeninhalt des gesamten grau markierten Bereichs berechnet werden kann. *[2 aus 5]*

$2 \cdot \int_0^4 f(x)\,dx$	☐
$\int_0^4 f(x)\,dx - \int_{-4}^0 f(x)\,dx$	☐
$2 \cdot \int_{-4}^0 f(x)\,dx$	☐
$\int_{-4}^0 f(x)\,dx - \int_0^4 f(x)\,dx$	☐
$\left\lvert \int_{-4}^4 f(x)\,dx \right\rvert$	☐

Wert eines bestimmten Integrals* (1_1307) - AN3.1 - Halboffenes Antwortformat

Die Funktion g ist eine Stammfunktion der Polynomfunktion f. Von der Funktion g sind einige Wertepaare gegeben:

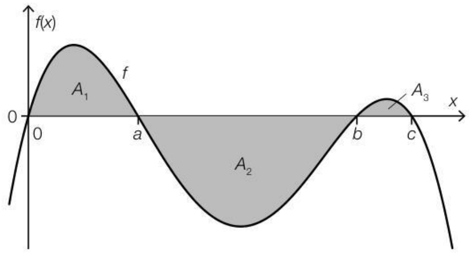
x	$g(x)$
–2	3
–1	0
0	–1
1	0
2	3
3	8
4	15

Geben Sie den Wert des nachstehenden Integrals an.

$\int_0^3 f(x)\,dx =$ ____________________

Integral und Flächeninhalt* (1_1309) - AN4.3 - Zuordnungsformat

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f, der die x-Achse an den Stellen 0, a, b und c schneidet.
Der Graph von f schließt mit der x-Achse drei Bereiche mit den Flächeninhalten $A_1 = 17$, $A_2 = 50$ sowie $A_3 = 2$ ein.



Ordnen Sie den vier Ausdrücken jeweils den zugehörigen Wert aus A bis F zu.

$\int_0^c f(x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + 100$	

A	–31
B	69
C	–33
D	52
E	67
F	152

Rookie Level

Ernteertrag (A_128)

a) Die Ableitungsfunktion E' der Ertragsfunktion E lautet wie folgt:

$E'(x) = -891 \cdot x^2 + 297 \cdot x$ mit $0 \leq x \leq 0{,}53$

x … Düngermenge in kg pro m²
$E'(x)$ … lokale Ertragsänderungsrate bei der Düngermenge x

Ohne Düngemittel erntet der Landwirt durchschnittlich 2,5 kg Gemüse pro Quadratmeter.

– Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Ertragsfunktion E.

Leistung einer Solaranlage * (A_212)

b) Eine andere Solaranlage wird an einem bestimmten Tag von 7 Uhr bis 19 Uhr betrieben und ihre Leistung durch die Funktion P beschrieben, wobei gilt:

$P(t) = 0{,}007 \cdot t^4 - 0{,}165 \cdot t^3 + 0{,}972 \cdot t^2 + 1{,}221$ mit $0 \leq t \leq 12$

t ... Zeit in Stunden (h), wobei $t = 0$ der Uhrzeit 7 Uhr entspricht
$P(t)$ ... Leistung der Solaranlage zur Zeit t in kW

Die in einem Zeitintervall von der Solaranlage gelieferte Energie wird mithilfe des Integrals der Leistung in diesem Zeitintervall berechnet.

– Berechnen Sie die an diesem Tag von der Solaranlage gelieferte Energie.

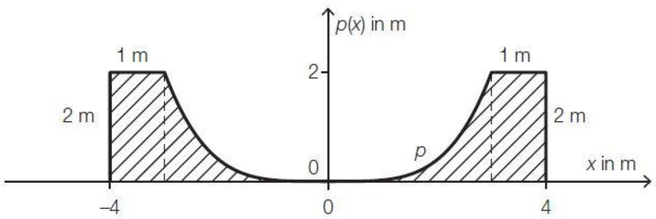
Skatepark (1) * (A_194)

c) Für eine *Halfpipe* soll in einem Skatepark Material aufgeschüttet werden. Ein Teil des Verlaufs der Halfpipe im Querschnitt lässt sich annähernd durch die Funktion p beschreiben:

$p(x) = \frac{2}{81} \cdot x^4$ mit $-3 \leq x \leq 3$

x ... horizontale Koordinate in Metern (m)
$p(x)$ ... Höhe an der Stelle x in m

Die nachstehende Abbildung zeigt die Querschnittsfläche der Halfpipe.



– Ermitteln Sie den Inhalt der schraffierten Querschnittsfläche.

Strahlenbelastung * (A_207)

b) An einer anderen Messstelle wurden ebenfalls Daten für die Dosisleistung in mSv/h erhoben. Dieser zeitliche Verlauf der Dosisleistung kann durch die Funktion g beschrieben werden:

$g(t) = 1{,}36 \cdot t^2 + 20{,}7 \cdot t + 0{,}003$

t ... Zeit in Stunden (h)
$g(t)$ ... Dosisleistung zum Zeitpunkt t in Millisievert pro Stunde (mSv/h)

Die Gesamtdosis in einem Zeitintervall in Millisievert wird mithilfe des Integrals der Dosisleistung in diesem Zeitintervall berechnet.

– Berechnen Sie die Gesamtdosis an diesem Tag, beginnend bei $t = 0$ h.
– Bestimmen Sie das ganzzahlig gerundete Ergebnis in Sievert (Sv).

Vergnuegungspark (1) * (A_208)

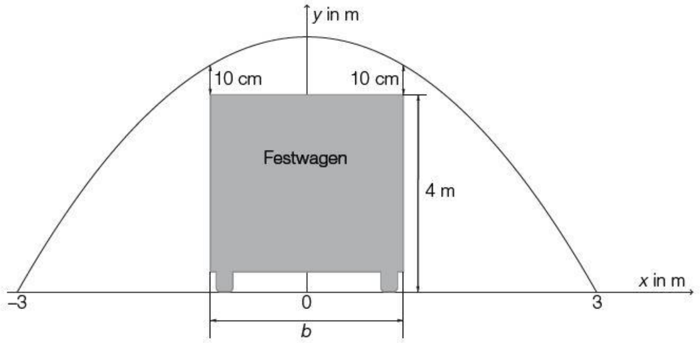
a) Beim Eingang zum Vergnügnungspark steht ein Torbogen. Dieser wird durch einen Teil des Graphen der Funktion mit folgender Gleichung beschrieben:

$y = 9 - x^2$

x, y ... Koordinaten in Metern (m)

Dabei wird der ebene Boden durch die x-Achse beschrieben.

Bei einer Parade muss ein 4 Meter hoher Festwagen durch den Torbogen geschoben werden. Nach oben hin muss ein senkrechter Minimalabstand von 10 cm eingehalten werden (siehe Skizze – nicht maßstabgetreu).



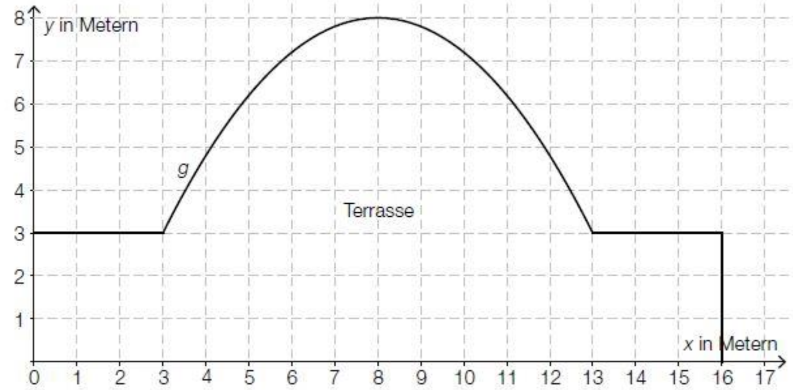
– Berechnen Sie, welche Breite b der Festwagen maximal haben darf.

Vor der Parade wird das Tor mit einer Folie verschlossen.

– Berechnen Sie den Flächeninhalt der dazu benötigten Folie.

Wellness * (A_144)

b) Im Außenbereich einer Sauna wird eine neue Terrasse mit folgender Grundfläche geplant (siehe Grafik):



In dem gegebenen Koordinatensystem wird die Rundung der Terrasse im Intervall [3; 13] durch den Graphen einer Funktion g beschrieben.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts der Grundfläche der Terrasse, wenn die Funktion g bekannt ist.

$A =$ ____

Für die Verlegung von Sandsteinfliesen auf der Terrasse werden 90 m² Fliesen eingekauft. Die Sandsteinfliesen kosten netto (ohne 20 % Umsatzsteuer) pro Quadratmeter € 56.

– Berechnen Sie die Gesamtkosten für die Sandsteinfliesen inklusive Umsatzsteuer, wenn ein Preisnachlass von 3 % gewährt wird.

Feinstaubemissionen (A_180)

b) Die Feinstaubemissionswerte der Industrie lassen sich annähernd durch die Funktion E mit $E(t) = 2{,}5 \cdot t^2 - 50 \cdot t + 12\,500$ beschreiben.

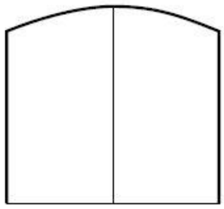
t … Zeit in Jahren nach Jahresbeginn 1990 mit $0 \leq t \leq 20$
$E(t)$ … Emission zur Zeit t in Tonnen pro Jahr

F ist derjenige Flächeninhalt, der vom Graphen der Funktion E und der horizontalen Achse im Intervall [0; 20] eingeschlossen wird.

– Berechnen Sie den Flächeninhalt F.
– Interpretieren Sie die Bedeutung des Flächeninhalts F im gegebenen Sachzusammenhang.

Scheunentor * (A_277)

Ein Scheunentor besteht aus 2 symmetrischen Flügeln. Die Vorderseite des Scheunentors (Rechteck mit einem aufgesetzten Bogen) ist in der nachstehenden Abbildung vereinfacht dargestellt.



b) Für ein anderes Scheunentor, dessen Flügel jeweils 2,5 m breit sind, lässt sich der Bogen näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion f beschreiben:

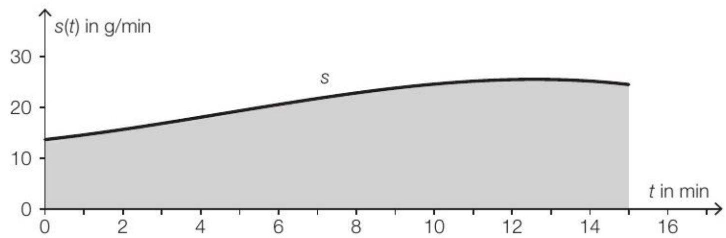
$f(x) = -0{,}08 \cdot x^2 + 4$

x ... Koordinate in m
$f(x)$ ... Höhe des Scheunentors an der Stelle x in m

1) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Vorderseite des Scheunentors.

Sauna * (A_297)

b) Die Funktion s, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist, beschreibt die momentane Schweißabsonderung eines Saunagasts zur Zeit t bei einem 15-minütigen Saunagang.



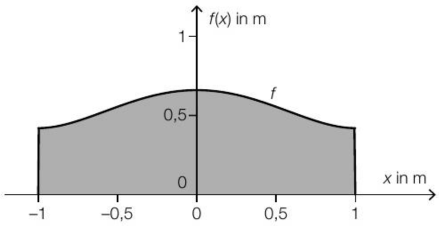
1) Erstellen Sie mithilfe der Funktion s eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$A =$ ____________________________

2) Beschreiben Sie die Bedeutung von A im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

Zirbenholzbetten * (A_309)

a) Die nachstehende Abbildung zeigt ein Modell des Kopfteils eines Bettes. Die obere Begrenzungslinie kann näherungsweise durch die Funktion *f* beschrieben werden.



$f(x) = 0{,}24 \cdot x^4 - 0{,}48 \cdot x^2 + 0{,}66$ mit $-1 \leq x \leq 1$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

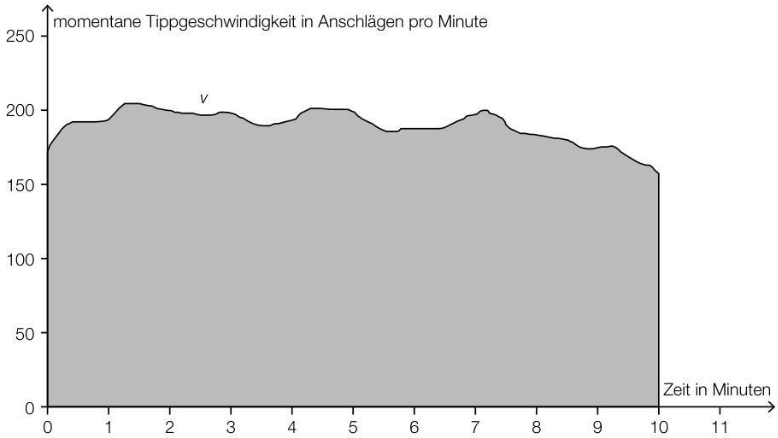
1) Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche. *[0/1 P.]*

Das Kopfteil wird aus einer 50 mm dicken Platte aus Zirbenholz angefertigt. Die Dichte des verwendeten Holzes beträgt $\varrho = 400$ kg/m³.
Die Masse *m* ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen *V*, also $m = \varrho \cdot V$.

2) Berechnen Sie die Masse *m* des Kopfteils. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. *[0/1 P.]*

Zehnfingersystem * (A_322)

c) Die momentane Tippgeschwindigkeit während einer 10-Minuten-Abschrift kann näherungsweise durch die Funktion *v* beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Interpretieren Sie den Inhalt der grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

Pro Level

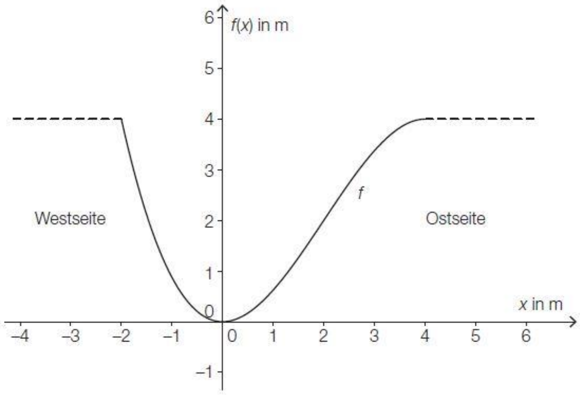
Am Fluss * (A_229)

a) Das Querschnittsprofil eines künstlichen Flusslaufes kann annähernd durch den Graphen der Polynomfunktion f beschrieben werden:

$f(x) = -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{3}{4} \cdot x^2$ mit $-2 \leq x \leq 4$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in Metern (m)

Der Graph dieser Funktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



– Berechnen Sie diejenige Stelle, an der das Querschnittsprofil auf der Ostseite am stärksten ansteigt.

Gegeben ist das folgende Integral:

$\int_{-2}^{4} (4 - f(x))\,dx$

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mithilfe dieses Integrals berechnet werden kann.

Staatseinnahmen und -ausgaben * (B_352)

Die Statistik Austria gibt u. a. Auskunft über die Einnahmen und Ausgaben des Staates Österreich (vgl. Statistik Austria: Struktur der Einnahmen und Ausgaben des Staates, konsolidiert, Jahresdaten – erstellt am 30.09.2013).

c) Die Vermögenseinkommen auf der Einnahmenseite für die Jahre 1976 bis 2012 können näherungsweise durch die folgende quadratische Funktion V beschrieben werden:

$V(t) = -0{,}0027 \cdot t^2 + 0{,}1732 \cdot t + 0{,}8381$

t ... Anzahl der Jahre ab 1976, d. h., für das Jahr 1976 gilt: $t = 0$
$V(t)$ ... Vermögenseinkommen im Jahr t in Milliarden Euro

– Argumentieren Sie anhand der Funktionsgleichung, dass der Graph dieser Funktion einen Hochpunkt hat.
– Ermitteln Sie die Stelle dieses Maximums.
– Berechnen Sie das Integral $\int_0^{36} V(t)\,dt$.
– Interpretieren Sie den Wert dieses Integrals im gegebenen Sachzusammenhang.

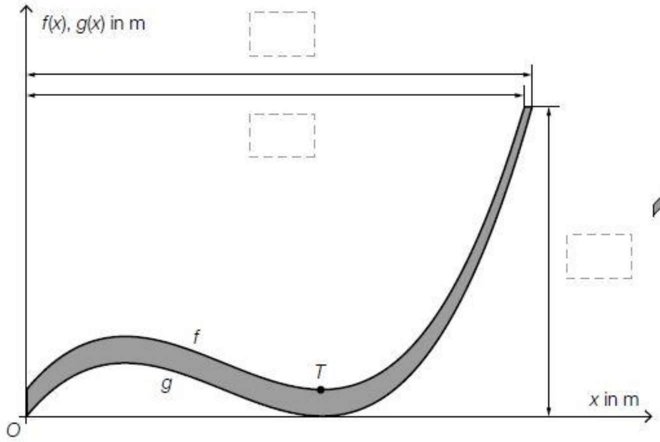
Im Moebelhaus * (B_427)

a) Der Profilverlauf einer Liege kann mithilfe der Funktionen f und g näherungsweise beschrieben werden.

Mit folgendem Ausdruck kann der Inhalt der in der nachstehenden Abbildung grau dargestellten Fläche berechnet werden:

$$\int_0^a (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + (b - a) \cdot c - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$$

– Tragen Sie die fehlenden Beschriftungen a, b und c in der nachstehenden Abbildung in die entsprechenden Kästchen ein.



Es gilt:

$f(x) = 1{,}033 \cdot x^3 - 2{,}26 \cdot x^2 + 1{,}237 \cdot x + 0{,}1$

$g(x) = 1{,}033 \cdot x^3 - 2{,}26 \cdot x^2 + 1{,}237 \cdot x$

x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in m

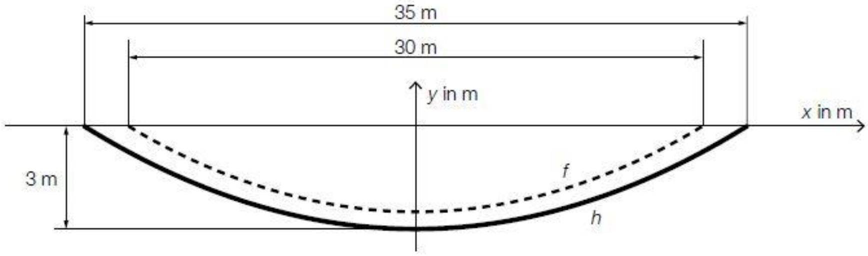
– Berechnen Sie die Koordinaten des Tiefpunkts T des Graphen der Funktion f.

– Berechnen Sie den Steigungswinkel von f an der Stelle $x_0 = 1{,}6$.

– Begründen Sie, warum die Funktion f an jeder Stelle die gleiche Steigung wie die Funktion g hat.

Flusslaeufe und Pegelstaende * (A_266)

b) Auf einem annähernd geradlinig verlaufenden Abschnitt eines Flusses soll das Flussbett verbreitert und vertieft werden. In der nachstehenden Abbildung ist das Flussbett im Querschnitt dargestellt.



f ... Profillinie des ursprünglichen Flussbetts
h ... Profillinie des neuen Flussbetts

f und h sind Polynomfunktionen 2. Grades mit zur y-Achse symmetrischen Graphen.

Ein Teilstück des Flussbetts mit der Länge L (in m) wird ausgebaggert.

– Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem folgenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird:
$2 \cdot \left| \int_0^{17{,}5} h(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{15} f(x)\,\mathrm{d}x \right| \cdot L$
– Erstellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Gleichung der Funktion h.

Betonschutzwand (A_171)

b) Die Abbildung 2 zeigt den Querschnitt einer anderen Betonschutzwand.

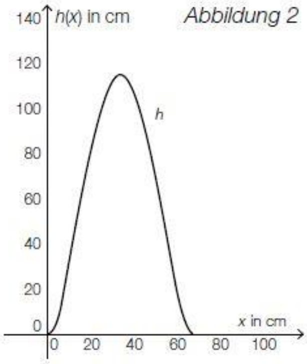
$h(x) = \frac{1}{11560} \cdot x^4 - \frac{1}{85} \cdot x^3 + \frac{2}{5} \cdot x^2$ mit $0 \leq x \leq 68$
x, $h(x)$ … Koordinaten in cm

– Berechnen Sie den Flächeninhalt der Querschnittsfläche dieser Betonschutzwand.

Die Betonschutzwand hat eine Länge von 4 m und eine Dichte von 2400 kg/m³ (Masse = Dichte × Volumen).

– Berechnen Sie die Masse dieser Betonschutzwand in Tonnen.

Abbildung 2

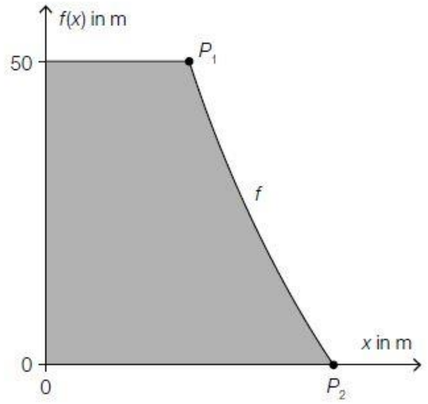


Staudamm (1) * (B_441)

a) Ein Staudamm hat den unten – nicht maßstabgetreu – dargestellten Querschnitt mit den Punkten $P_1 = (10|50)$ und $P_2 = (20|0)$. Alle Angaben erfolgen in Metern. Der Verlauf zwischen den Punkten P_1 und P_2 wird durch den Graphen der Funktion f beschrieben:

$f(x) = 216{,}1 - 72{,}1 \cdot \ln(x)$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in Metern (m)



1) Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche des Staudamms (graue Fläche).

Bahnsteige (2)* (B_451)

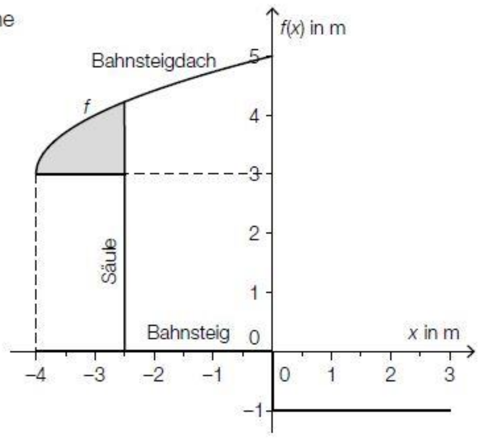
a) Auf dem Bahnhof Linz wird eine Betonkonstruktion zur Überdachung eines Bahnsteigs verwendet.

Bildquelle: BMBWF

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine vereinfachte Darstellung der Betonkonstruktion.

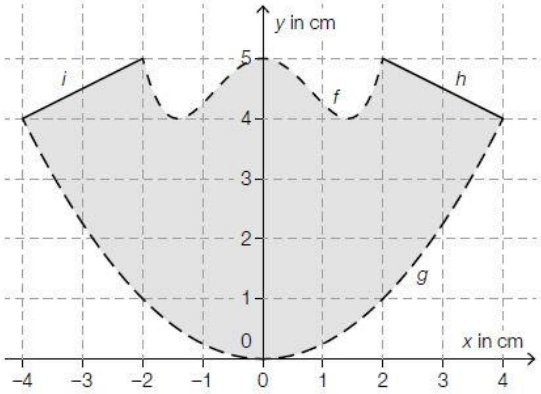
1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$A =$ ______________________



Skulptur * (B_464)

Eine Skulptur wird von oben betrachtet. Die Deckfläche ist waagrecht und eben. Sie ist in der nachstehenden Abbildung in einem Koordinatensystem dargestellt. Dabei ist die Deckfläche symmetrisch zur y-Achse und wird durch die Graphen der Funktionen f, g, h und i begrenzt.

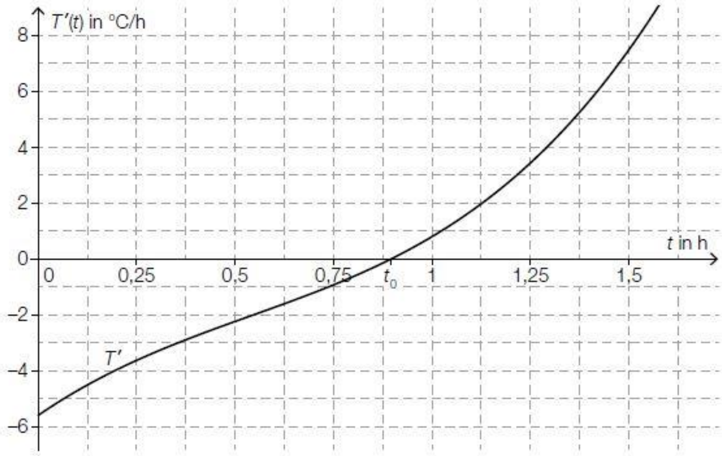


a) 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A der grau markierten Deckfläche.

$A =$ ____________________________________

Gewitter * (A_071)

c) Während eines Nachmittags, an dem es ein Gewitter gab, wurde die Veränderung der Temperatur ermittelt. Die Funktion T' beschreibt die momentane Änderungsrate der Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit t (siehe nachstehende Abbildung).



t … Zeit seit Beginn der Messung in h
$T'(t)$ … momentane Änderungsrate der Temperatur zur Zeit t in °C/h

Die Funktion T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle (siehe obige Abbildung).

1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine positive Steigung.	☐

Die absolute Temperaturänderung in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ kann durch das Integral $\int_{t_1}^{t_2} T'(t)\,dt$ berechnet werden.

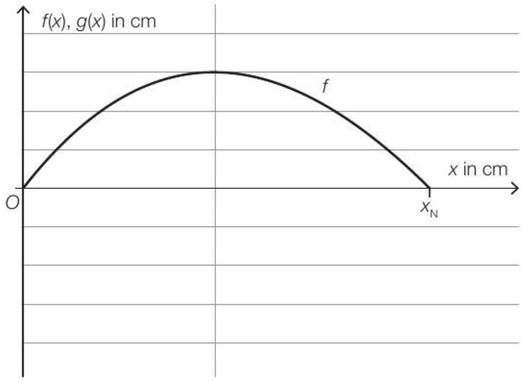
2) Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung näherungsweise die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall [1,25; 1,5].

Baeume * (A_299)

a) Die Form des Blattes einer Buche lässt sich in einem Koordinatensystem näherungsweise durch die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und dem Graphen der Funktion g beschreiben.

$f(x) = 0{,}0047 \cdot x^3 - 0{,}2 \cdot x^2 + 1{,}28 \cdot x$ mit $0 \leq x \leq x_N$
$g(x) = -f(x)$
x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

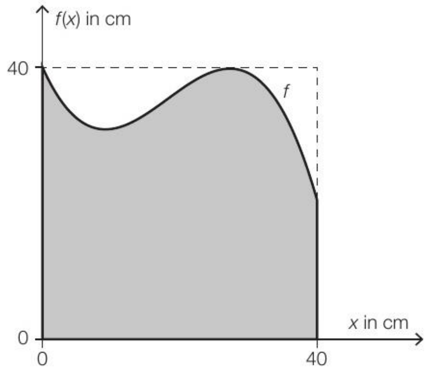
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f dargestellt.



1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Funktion g im Intervall $[0; x_N]$ ein.
2) Berechnen Sie die Nullstelle x_N.
3) Berechnen Sie gemäß diesem Modell den Flächeninhalt dieses Blattes.

Baumhaus * (A_116)

b) Die Fenster des Baumhauses sollen eine spezielle Form haben (siehe grau markierte Fläche in der nachstehenden Abbildung).



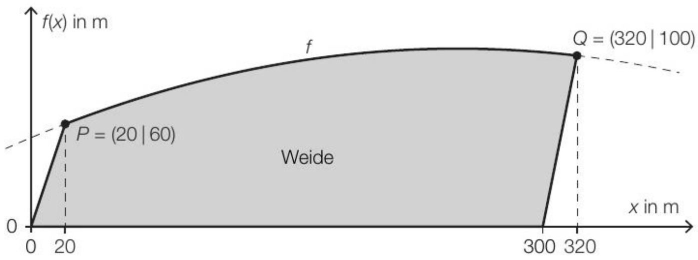
Die obere Begrenzungslinie des Fensters kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = -0{,}003 \cdot x^3 + 0{,}164 \cdot x^2 - 2{,}25 \cdot x + 40$ mit $0 \leq x \leq 40$
x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Fensterfläche in der dargestellten Form kleiner als die Fensterfläche eines quadratischen Fensters mit der Seitenlänge 40 cm ist.

Kuehe auf der Weide * (A_141)

a) In der nachstehenden Abbildung ist eine Weide modellhaft dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann mithilfe einer Funktion f beschrieben werden. Die anderen drei Begrenzungslinien verlaufen geradlinig.



1) Erstellen Sie mithilfe von f eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A dieser Weide.

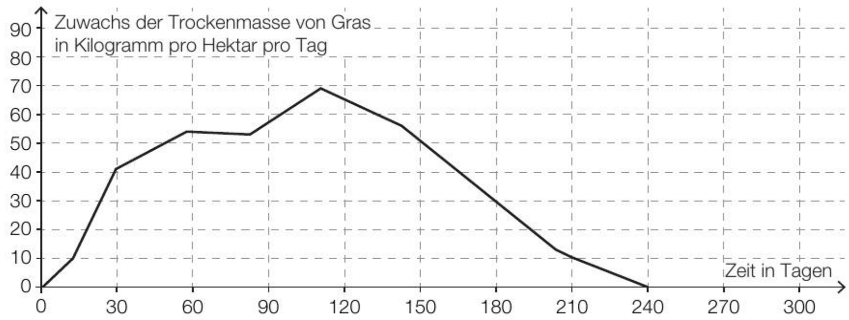
$A =$ ____________________________

Für die Funktion f gilt: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 52$

2) Erstellen Sie unter Verwendung der in der obigen Abbildung angegebenen Koordinaten ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a und b.

b) Um zu ermitteln, wie viele Kühe auf einer Weide gehalten werden können, ist der Zuwachs der Trockenmasse von Gras auf dieser Weide von Bedeutung.

Für eine bestimmte Weide wurde auf Basis mehrjähriger Messungen der nachstehend dargestellte Graph erstellt.



1 Hektar (ha) = 10 000 m^2

1) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht. *[Lückentext]*

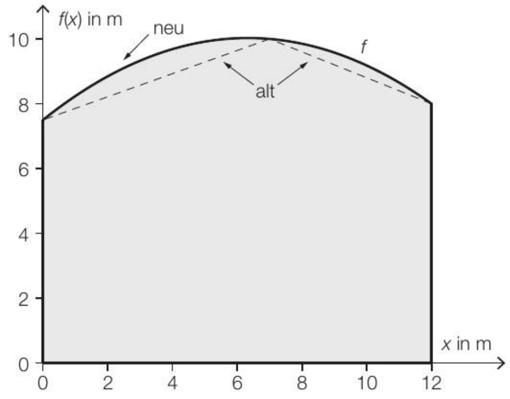
Im Zeitintervall [0; 240] liefert diese Weide rund ___①___ ___②___ Trockenmasse von Gras.

①	
90	☐
900	☐
9 000	☐

②	
kg/m^2	☐
kg/ha	☐
t/ha	☐

Asymmetrisches Satteldach * (B_500)

b) Es wird ein neuer Entwurf mit einer anderen Dachform erstellt. In der unten stehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche des Hauses modellhaft dargestellt.
Die obere Begrenzungslinie verläuft dabei durch die Punkte $A = (0|7{,}5)$, $B = (7|10)$ und $C = (12|8)$. Dieser Verlauf soll durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.



1) Erstellen Sie mithilfe der Koordinaten von A, B und C ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

2) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c.

3) Berechnen Sie den Inhalt Q_{neu} der grau markierten Querschnittsfläche des Hauses.

Der Inhalt der Querschnittsfläche des Hauses im alten Entwurf mit Satteldach (Erstentwurf) wird mit Q_{alt} bezeichnet.

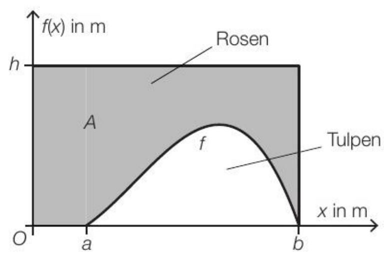
Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$\frac{Q_{neu} - Q_{alt}}{Q_{alt}} \approx 0{,}046$$

4) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

Schlosspark * (B_507)

b) Ein rechteckiges Blumenbeet mit den Seitenlängen b und h ist in einen Bereich für Rosen und einen Bereich für Tulpen unterteilt. Die Begrenzungslinie zwischen diesen Bereichen kann modellhaft durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Stellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

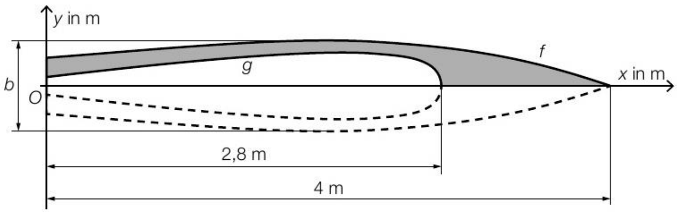
$A =$ ____________________

f ist eine Polynomfunktion 3. Grades mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$.
Folgende Punkte liegen auf dem Graphen von f: $(3|0{,}8)$, $(5|2{,}7)$, $(7|3{,}7)$, $(9|2{,}3)$.

2) Berechnen Sie mithilfe dieser Punkte die Koeffizienten a, b, c und d.

Stand-up-Paddling (1) * (A_317)

a) In der nachstehenden Abbildung ist der Entwurf für ein zweifärbiges Board in der Ansicht von oben dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe der Funktionen f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ________________________________ *[0/1 P.]*

Der Entwurf ist symmetrisch bezüglich der x-Achse.
Für die Funktion f gilt:

$f(x) = -0{,}0125 \cdot x^3 + 0{,}02 \cdot x^2 + 0{,}07 \cdot x + 0{,}2 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 4$

2) Berechnen Sie die maximale Breite b des Boards. *[0/1 P.]*

Kleingartensiedlung * (A_318)

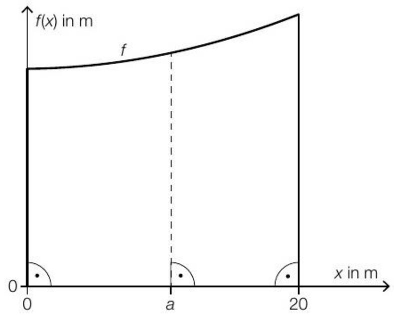
a) In einem Plan ist ein Grundstück durch 3 gerade Seiten und durch den Graphen der Funktion f begrenzt (siehe unten stehende Abbildung).

$f(x) = 0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}01 \cdot x + 16 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 20$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

Das Grundstück soll so halbiert werden, dass 2 Kleingärten mit gleich großem Flächeninhalt entstehen.

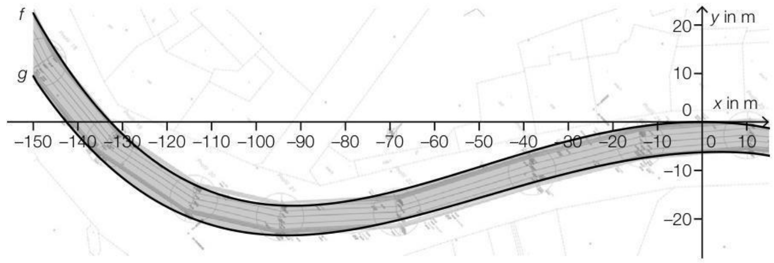
Die Halbierung soll – wie in der nachstehenden Abbildung dargestellt – an der Stelle a erfolgen.



1) Berechnen Sie die Stelle a. *[0/1/2 P.]*

Der Grazbach * (B_561)

c) In der nachstehenden Abbildung ist ein Abschnitt des Kanals des Grazbachs in einem Vermessungsplan modellhaft dargestellt.



Ein Vermesser modelliert die Begrenzungslinien des Kanals im Intervall [–150; 15] mit den Graphen der Funktionen f und g.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche auf.

A = ________________________________

Für die Polynomfunktion 4. Grades f gilt: $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2$

Der Graph von f hat den Tiefpunkt $T = (-92{,}2 \mid -17{,}6)$ und schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -133{,}5$.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

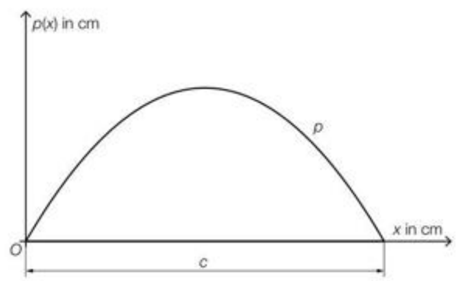
Die Funktion g ist ebenfalls eine Polynomfunktion 4. Grades.

3) Kreuzen Sie diejenige Aussage an, die auf die Funktion g im Intervall [–150; 15] zutrifft. *[1 aus 5]*

g hat genau 2 Nullstellen.	☐
g ändert genau 1-mal das Monotonieverhalten.	☐
g hat nur negative Funktionswerte.	☐
g hat genau 1 lokale Extremstelle.	☐
g ändert genau 1-mal das Krümmungsverhalten.	☐

Tischplatte * (B_554)

b) Im zweiten Entwurf wird die Begrenzungslinie der Tischplatte durch die Strecke c und den Graphen der quadratischen Funktion p modelliert (siehe nachstehende Abbildung).



1) Markieren Sie in der obigen Abbildung eine Fläche, deren Inhalt durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

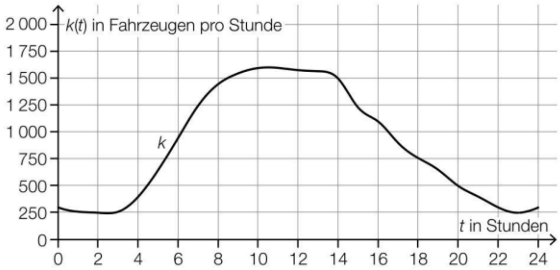
$\frac{c}{2} \cdot p\left(\frac{c}{2}\right) - \int_0^{\frac{c}{2}} p(x)\,dx$

Alpentransit * (A_333)

b) An einer Messstelle der Inntalautobahn wird die Anzahl der vorbeifahrenden Fahrzeuge erhoben.

Eine Auswertung der Messung für einen bestimmten Tag kann näherungsweise durch die Funktion k beschrieben werden.

t ... Zeit in Stunden mit $t = 0$ für 0 Uhr
$k(t)$ ... Anzahl der Fahrzeuge pro Stunde zur Zeit t



Datenquelle: https://www.tirol.gv.at/fileadmin/themen/verkehr/verkehrsplanung/downloads/verkehrsberichte/VB_2017_web.pdf [25.10.2022].

1) Schätzen Sie mithilfe der obigen Abbildung, wie viele Fahrzeuge in der Zeit von 8 Uhr bis 14 Uhr an dieser Messstelle vorbeifahren.

≈ ____________________ Fahrzeuge

2) Ordnen Sie den beiden Zeitpunkten jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu.

$t = 8$	
$t = 14$	

A	$k'(t) > 0$ und $k''(t) > 0$
B	$k'(t) > 0$ und $k''(t) < 0$
C	$k'(t) < 0$ und $k''(t) > 0$
D	$k'(t) < 0$ und $k''(t) < 0$

Schwimmbecken* (2_125)

b) Zum Füllen eines anderen Schwimmbeckens werden p Pumpen verwendet, die pro Stunde jeweils die gleiche Wassermenge in das Schwimmbecken pumpen. Für $p = 2$ beträgt die Fülldauer 19 h.

1) Stellen Sie unter Verwendung der Anzahl p der Pumpen eine Formel zur Berechnung der Fülldauer T (in h) auf.

$T =$ ____

Die Wassermenge in diesem Schwimmbecken nimmt durch Verdunstung und durch betriebsbedingte Ursachen ab. Dabei beschreibt die Funktion $W\colon [0; 10] \to \mathbb{R}$ mit $W(t) = -\frac{1}{96} \cdot t^3 + \frac{1}{4} \cdot t^2 - \frac{35}{24} \cdot t$ modellhaft die momentane Änderungsrate der Wassermenge zum Zeitpunkt t an einem bestimmten Tag (t in h, $W(t)$ in m^3/h).

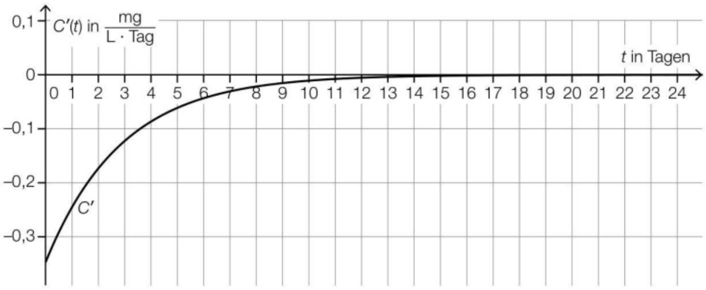
2) Ermitteln Sie die Abnahme der Wassermenge (in m^3) im Zeitintervall [0; 6].

Pflanzenschutzmittel * (A_337)

c) Die zeitliche Entwicklung der Konzentration eines bestimmten Pflanzenschutzmittels im Boden kann näherungsweise durch die Funktion C beschrieben werden.

t ... Zeit nach dem Anwenden des Pflanzenschutzmittels in Tagen
$C(t)$ ... Konzentration des Pflanzenschutzmittels im Boden zur Zeit t in mg/L
$C'(t)$ ... momentane Änderungsrate der Konzentration des Pflanzenschutzmittels im Boden zur Zeit t in $\frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{Tag}}$

Die nachstehende Abbildung zeigt die momentane Änderungsrate der Konzentration dieses Pflanzenschutzmittels im Boden.



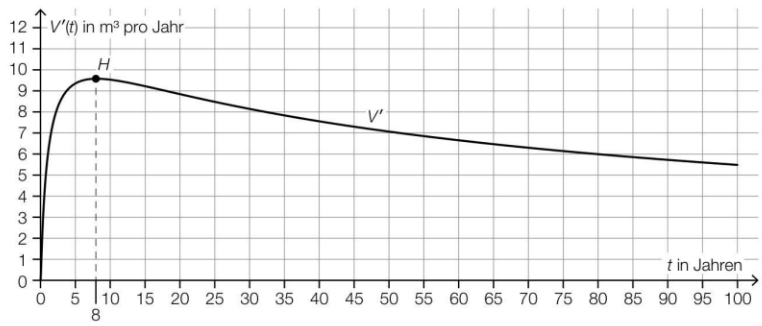
1) Veranschaulichen Sie $\int_0^2 C'(t)\,dt$ in der obigen Abbildung.

Es gilt: $\int_0^2 C'(t)\,dt = -0{,}5$ mg/L

2) Interpretieren Sie das Ergebnis $-0{,}5$ mg/L im gegebenen Sachzusammenhang.

Walnüsse * (B_600)

c) In einer Studie wurde die zeitliche Entwicklung des Holzvolumens einer bestimmten Walnussplantage ermittelt.
In der nachstehenden Abbildung ist die momentane Änderungsrate des Holzvolumens als Graph der Funktion V' mit dem Hochpunkt H dargestellt.



t ... Zeit ab Beginn der Studie in Jahren
$V'(t)$ ... momentane Änderungsrate des Holzvolumens zur Zeit t in m^3 pro Jahr

1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage über die zugehörige Stammfunktion V für das Zeitintervall [0; 100] an. *[1 aus 5]*

V hat bei $t = 8$ einen Hochpunkt.	☐
V ist monoton fallend.	☐
V hat an der Stelle $t = 8$ die kleinste Steigung.	☐
V ist monoton steigend.	☐
V ist an der Stelle $t = 8$ negativ gekrümmt.	☐

2) Ermitteln Sie näherungsweise den Flächeninhalt zwischen dem Graphen von V' und der Zeitachse im Zeitintervall [50; 80].

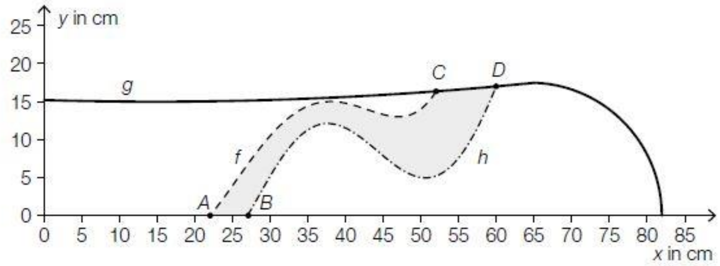
Flächeninhalt: ____________________

3) Interpretieren Sie diesen Flächeninhalt im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

All Star Level

Snowboard (1) * (B_392)

b) Die geschwungene Farbfläche des Snowboards wird durch die Graphen der Funktionen f, g und h sowie die x-Achse begrenzt:



$A = (22|0)$
$B = (27|0)$
$C = (52|16,5)$
$D = (60|17)$

Im nachstehenden Ansatz zur Berechnung des Inhalts dieser grau markierten Fläche in cm^2 wurde eine Teilfläche nicht berücksichtigt.

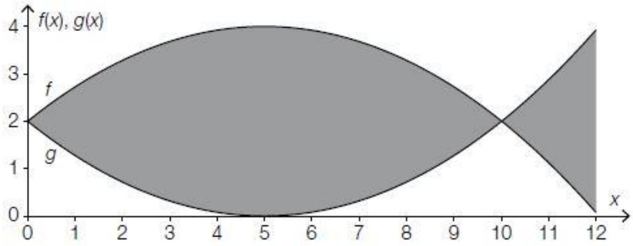
$A_1 = \int_{22}^{27} f(x)\,dx \qquad A_2 = \int_{27}^{52} \left[f(x) - h(x)\right] dx$

– Kennzeichnen Sie in der obigen Grafik die fehlende Teilfläche.
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A_3 dieser Teilfläche auf.

$A_3 =$ ____

Glaubensrichtungen und -symbole (A_187)

c) Ein Fisch-Symbol, dargestellt durch zwei gekrümmte Linien (siehe nachstehende Abbildung), spielte schon im Urchristentum eine wichtige Rolle.



Die beiden im Intervall [0; 12] dargestellten, zur Geraden $y = 2$ symmetrischen Linien wurden durch die quadratischen Funktionen f und g erzeugt.

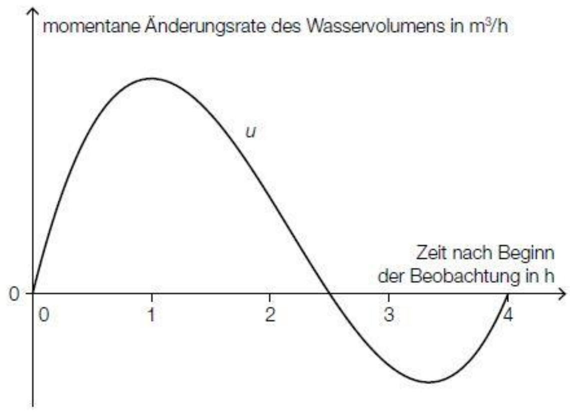
– Stellen Sie mithilfe der obigen Abbildung die Gleichung der Funktion f auf.
– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, mit dem der Inhalt der in der obigen Abbildung eingefärbten Fläche berechnet werden kann. *[1 aus 5]*

$48 - \int_0^{12} f(x)\,dx$	☐
$2 \cdot \left(\int_0^{10} g(x)\,dx + \int_{10}^{12} f(x)\,dx\right)$	☐
$\int_0^{12} (f(x) - g(x))\,dx$	☐
$2 \cdot \int_0^{12} (2 - g(x))\,dx$	☐
$2 \cdot \left(24 - \int_0^{10} g(x)\,dx - \int_{10}^{12} f(x)\,dx\right)$	☐

Stausee * (A_271)

a) Das Wasservolumen in einem Stausee ändert sich aufgrund von verschiedenen Einflüssen, wie z. B. Niederschlägen, Zuflüssen und Wasserentnahmen.

Zu Beginn einer Beobachtung beträgt das Wasservolumen im Stausee $1{,}5 \cdot 10^8$ m³. Die momentane Änderungsrate des Wasservolumens kann im Zeitintervall [0; 4] näherungsweise durch eine Funktion u beschrieben werden, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist.



1) Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem folgenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird:
$1{,}5 \cdot 10^8 + \int_0^4 u(t)\,dt$

2) Argumentieren Sie mithilfe des Funktionsgraphen, dass das Wasservolumen im Stausee im Zeitintervall [1; 2] zunimmt.

Blutdruck* (B_448)

a) Durch die Einnahme eines Medikaments zur Regulierung des Blutdrucks gelangen Wirkstoffe ins Blut.

Die Wirkstoffmenge im Blut kann näherungsweise durch eine Funktion m beschrieben werden, deren 1. Ableitung bekannt ist:

$m'(t) = 1{,}2 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} - 0{,}1$ mit $t \geq 0$

t ... Zeit in min
$m'(t)$ ... momentane Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Blut zur Zeit t in mg/min

Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Wirkstoffmenge im Blut 10 mg.

1) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion m.

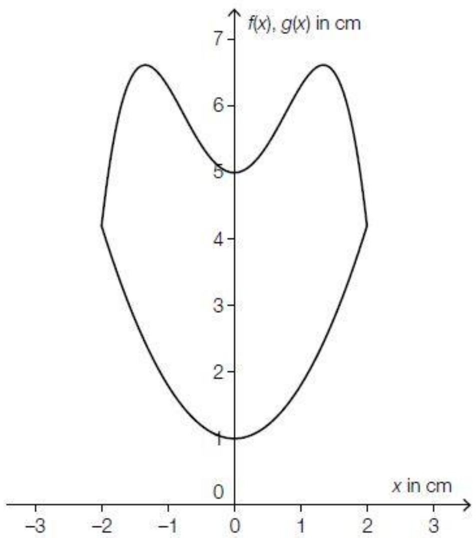
2) Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Wirkstoff vollständig abgebaut ist.

Bastelarbeit im Kindergarten * (B_336)

Als Werkarbeit in einem Kindergarten sollen Katzenköpfe aus Modelliermasse gestaltet werden. Als Vorlage dazu dient eine Ausstechform. Die Begrenzungslinien dieser Ausstechform können durch die Graphen der Funktionen f und g beschrieben werden:

$f(x) = -0{,}5 \cdot x^4 + 1{,}8 \cdot x^2 + 5$
$g(x) = 0{,}8 \cdot x^2 + 1$
x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

Die Graphen dieser Funktionen sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



b) Modelliermasse erhält man in quaderförmigen Packungen mit folgenden Maßen:
(B) 95 mm × (T) 25 mm × (H) 200 mm

1) Berechnen Sie das Volumen einer Packung Modelliermasse in cm^3.

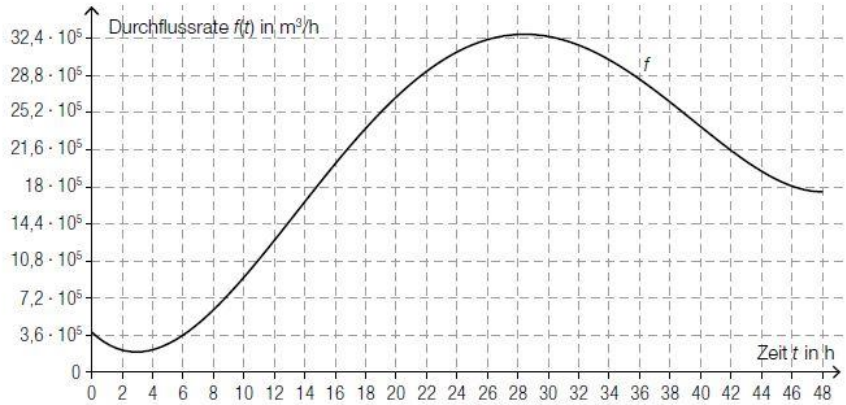
Jedes Kind soll mithilfe der Form einen 2 cm dicken Katzenkopf ausstechen können.

2) Berechnen Sie, wie viele Packungen Modelliermasse man mindestens benötigt, damit alle 24 Kinder der Gruppe jeweils einen Katzenkopf basteln können.

Der Genfer See * (A_222)

b) Der Genfer See wird durch mehrere Flüsse gespeist. Der Wasserstand des Sees wird beim Abfluss reguliert.

Die nachstehende Grafik zeigt den Verlauf der Durchflussrate des Wassers beim Abfluss innerhalb von 48 Stunden.



– Beschreiben Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem Ausdruck $\int_0^{48} f(t)\,dt$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

Die Funktion F ist eine Stammfunktion der in der obigen Grafik dargestellten Funktion f.

– Kreuzen Sie die für F zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

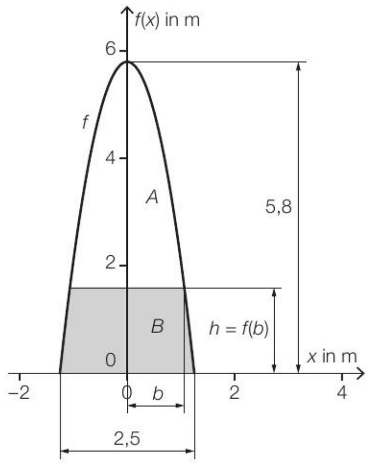
F hat die Stelle mit dem größten Anstieg im Intervall [14; 18].	☐
F hat eine Maximumstelle im Intervall [26; 30].	☐
F ist monoton fallend im Intervall [32; 44].	☐
F ist monoton steigend im Intervall [4; 26].	☐
F ist im Intervall [0; 16] positiv gekrümmt (linksgekrümmt).	☐

Veranstaltungszentrum (B_036)

d) Die nebenstehende Abbildung zeigt die Form eines Fensters des Veranstaltungszentrums. Die bogenförmige Begrenzungslinie des Fensters hat die Form einer Parabel.

– Erstellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen quadratischen Funktion f.

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts B auf. Verwenden Sie darin die Längen b und $f(b)$ und den allgemeinen Funktionsterm $f(x)$ der Parabel.



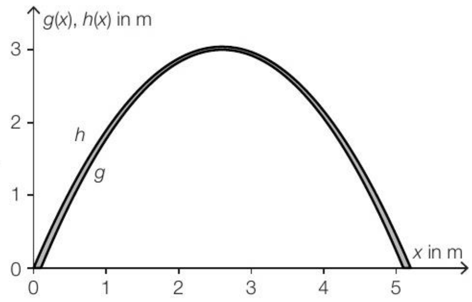
$B =$ ______________________________

Die Flächeninhalte A und B verhalten sich zueinander im Verhältnis des Goldenen Schnitts $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

– Berechnen Sie, in welcher Höhe h die horizontale Trennungslinie verläuft.

Tunnelzelte (A_131)

b) In der nebenstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche eines Tunnelzelts dargestellt. Die Querschnittsfläche der Innenhaut wird durch den Graphen der Funktion g, jene der Außenhaut durch den Graphen der Funktion h beschrieben.



$g(x) = -0{,}48 \cdot x^2 + 2{,}496 \cdot x - 0{,}2448$
$h(x) = -0{,}45 \cdot x^2 + 2{,}34 \cdot x$

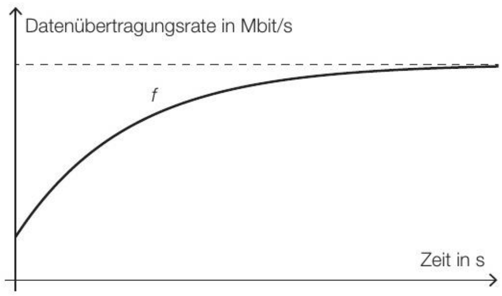
x, $g(x)$, $h(x)$ … Koordinaten in m

Der Bereich zwischen der Innen- und der Außenhaut muss mit Luft gefüllt werden.

– Berechnen Sie das zum Aufblasen benötigte Luftvolumen bei einer Zeltlänge von 5 m.

W-LAN * (B_475)

d) In der nachstehenden Abbildung ist die Datenübertragungsrate in Abhängigkeit von der Zeit bei einem bestimmten Downloadvorgang dargestellt.



Dabei gilt:

$f(t) = 15 - 12 \cdot e^{-0{,}3 \cdot t}$ mit $t \geq 0$

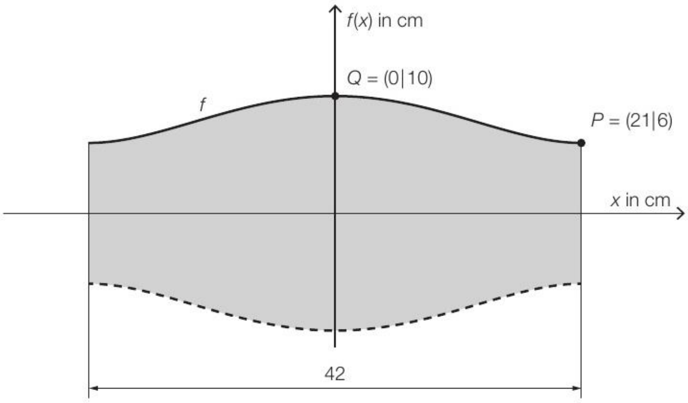
t ... Zeit in s
$f(t)$ ... Datenübertragungsrate zur Zeit t in Mbit/s

1) Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion f monoton steigend ist.

2) Ermitteln Sie die gesamte Datenmenge in Mbit, die im Zeitintervall [0; 8] heruntergeladen wurde.

Hochstuhl für Kinder * (B_476)

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Modell der Rückenlehne eines bestimmten Hochstuhls dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie lässt sich näherungsweise durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$ beschreiben. Im Punkt P verläuft die Tangente an den Graphen der Funktion f waagrecht.

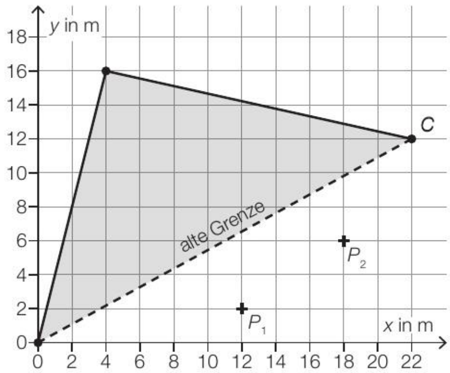
1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu P und Q ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.
2) Berechnen Sie diese Koeffizienten.

Die untere Begrenzungslinie entsteht durch Spiegelung des Graphen der Funktion f an der x-Achse.

3) Ermitteln Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

Grundstuecke * (B_518)

b) Ein anderes dreieckiges Grundstück wird erweitert.
Die neue Grenze soll nun nicht mehr direkt vom Koordinatenursprung zum Punkt C verlaufen, sondern über die beiden markierten Punkte P_1 und P_2
(siehe nachstehende Abbildung).



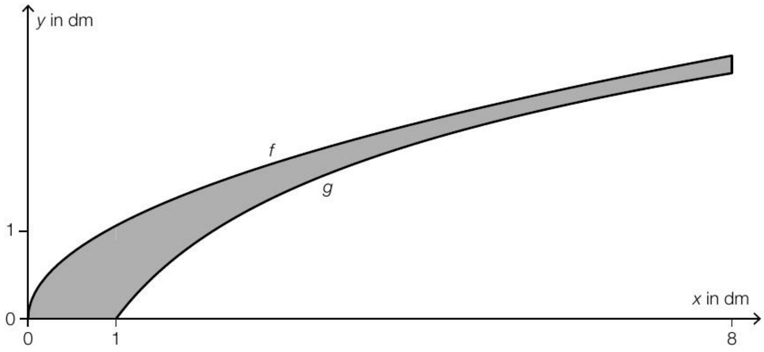
Der Verlauf dieser neuen Grenze soll durch den Graphen einer Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.
2) Berechnen Sie die Koeffizienten von f.
3) Berechnen Sie, um wie viele Quadratmeter der Flächeninhalt des Grundstücks durch die Erweiterung zunimmt.

Seifenkisten * (B_535)

c) Die Seitenflächen einer Seifenkiste werden bemalt. Die bemalte Fläche ist in der unten stehenden Abbildung grau markiert.

Die obere Begrenzungslinie der bemalten Fläche wird im Intervall [0; 8] mithilfe der Funktion f beschrieben.
Die untere Begrenzungslinie der bemalten Fläche wird im Intervall [1; 8] mithilfe der Funktion g beschrieben.



1) Stellen Sie mithilfe von f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ______________________ *[0/1 P.]*

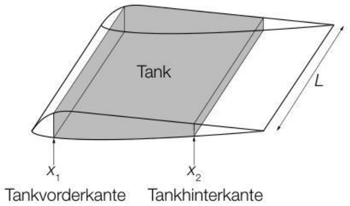
Die Funktion g mit $g(x) = a \cdot \ln(x)$ hat an der Stelle 5 den Funktionswert $\frac{13}{6}$.

2) Ermitteln Sie den Parameter a. *[0/1 P.]*

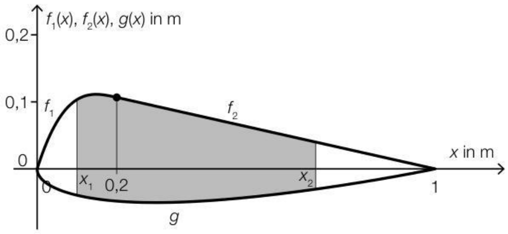
3) Berechnen Sie diejenige Stelle, an der die Funktion g einen Steigungswinkel von 30° hat. *[0/1 P.]*

Flugzeuge (2) * (B_562)

a) Bei einem bestimmten Kleinflugzeug befindet sich in jedem der beiden Flügel ein Tank (siehe nebenstehende Abbildung).



Der Querschnitt eines Flügels dieses Kleinflugzeugs kann durch die Graphen der Funktionen f_1, f_2 und g modelliert werden.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ____

Es gilt:

$f_1(x) = \frac{50}{3} \cdot x^3 - 10 \cdot x^2 + \frac{28}{15} \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 0{,}2$

$f_2(x) = \frac{2}{15} \cdot (1 - x) \quad \text{mit} \quad 0{,}2 \leq x \leq 1$

$g(x) = 0{,}051 \cdot x^4 - 0{,}142 \cdot x^3 + 0{,}176 \cdot x^2 + 0{,}063 \cdot x - 0{,}148 \cdot \sqrt{x} \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 1$

x, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in m

$L = 5$ m
$x_1 = 0{,}1$ m
$x_2 = 0{,}7$ m

2) Berechnen Sie das Volumen eines Tanks dieses Kleinflugzeugs.

Die beiden Tanks des Kleinflugzeugs sind gleich groß.
Auf einem Sportflughafen sind 210 000 L Treibstoff gelagert.

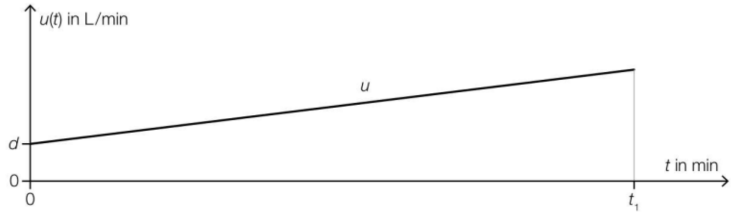
3) Berechnen Sie, wie oft man mit dieser Treibstoffmenge die beiden Tanks des Kleinflugzeugs vollständig befüllen könnte.

Sauerstoffverbrauch von Säugetieren* (2_127)

c) Für ein Säugetier, das sich bewegt, wird die momentane Änderungsrate des Sauerstoffverbrauchs in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch die lineare Funktion $u\colon [0; t_1] \to \mathbb{R}$ mit $t_1 \in \mathbb{R}^+$ beschrieben (t in min, $u(t)$ in L/min).

Es gilt: $u(0) = d$ mit $d \in \mathbb{R}^+$

Der Graph von u ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von $\int_0^{t_1} u(t)\,dt$ auf. Verwenden Sie dabei t_1, $u(t_1)$ und d.

$\int_0^{t_1} u(t)\,dt =$ ____

2) Interpretieren Sie $\int_0^{t_1} u(t)\,dt$ im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

Federung von Mountainbikes * (B_576)

c) Ein Labor untersuchte die Federgabel eines Vorderrads. Dabei wurde die Federkraft in Abhängigkeit von der Längenänderung (Stauchung) der Feder gemessen und modellhaft durch die Funktion F beschrieben. Die Funktion F und die zugehörige 1. Ableitungsfunktion f sind in den unten stehenden Abbildungen dargestellt.

x ... Längenänderung der Feder in mm
$F(x)$ ... Federkraft in Abhängigkeit von x in Newton (N)
$f(x)$ ... 1. Ableitung von F in Abhängigkeit von x in N/mm

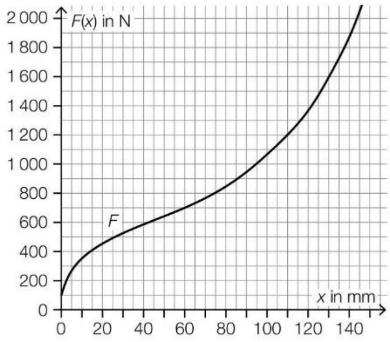


Abbildung 1

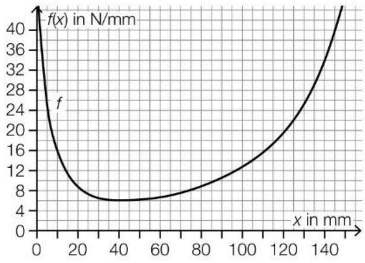


Abbildung 2

1) Ermitteln Sie mithilfe von Abbildung 1 die mittlere Änderungsrate von F im Intervall [60 mm; 95 mm]. Geben Sie das Ergebnis mit der zugehörigen Einheit an.

2) Lesen Sie aus der Abbildung 1 das Ergebnis des nachstehenden Ausdrucks ab.

$\int_{110}^{130} f(x)\,dx =$ ____________________ N

Der Graph der linearen Funktion t mit $t(x) = 16 \cdot x + d$ ist an der Stelle x_1 mit $0 \leq x_1 \leq 40$ Tangente an den Graphen der Funktion F.

3) Lesen Sie aus der Abbildung 2 die Stelle x_1 ab.

$x_1 =$ ____________________ mm

4) Ordnen Sie auf Basis von Abbildung 2 den beiden Stellen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu.

$x = 40$	
$x = 20$	

A	$f(x) = 0$
B	$f(x) < 0$
C	$f'(x) < 0$
D	$f'(x) = 0$

Spirometrie * (B_590)

Die sogenannte *Spirometrie* ist ein Verfahren zur Beurteilung der Lungenfunktion anhand des ein- bzw. ausgeatmeten Luftvolumens.

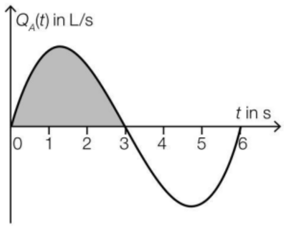
Dabei wird das Luftvolumen in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion V beschrieben.

Die momentane Änderungsrate des Luftvolumens wird als Durchflussrate $Q(t)$ bezeichnet, also $Q(t) = V'(t)$.

a) Im Modell A wird die Durchflussrate durch die Funktion Q_A beschrieben:

$Q_A(t) = a \cdot t \cdot (t - 3) \cdot (t - 6)$
t ... Zeit in s mit $t = 0$ für den Beginn des Einatmens
$Q_A(t)$ ... Durchflussrate zur Zeit t in L/s
a ... Parameter

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion Q_A bei einmaligem Ein- und Ausatmen dargestellt.



1) Interpretieren Sie den Inhalt der markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

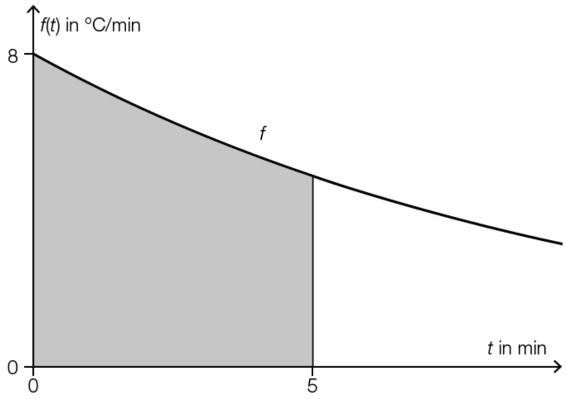
Es gilt: $\int_0^3 Q_A(t)\,\mathrm{d}t = 0{,}5$

2) Ermitteln Sie den Parameter a.

Kompensationsprüfungsaufgaben

BHS Jänner 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 2

a) Die momentane Änderungsrate der Temperatur des Wassers wird ermittelt und in der nachstehenden Abbildung durch den Graphen der Funktion f dargestellt.



t ... Zeit in min
$f(t)$ ... momentane Änderungsrate der Temperatur zur Zeit t in °C/min

1) Beschreiben Sie die Bedeutung des Inhalts der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an.

BHS Jänner 2022 Kompensationsprüfung 4 Aufgabe 2

In der unten stehenden Abbildung 1 ist ein Teil eines Gehsteigs dargestellt.
Der Rand des Gehsteigs kann zwischen den Punkten Q und P modellhaft durch den Graphen der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 2 ist dies in einer Ansicht von oben dargestellt.


Abbildung 1 (Quelle: BMBWF)

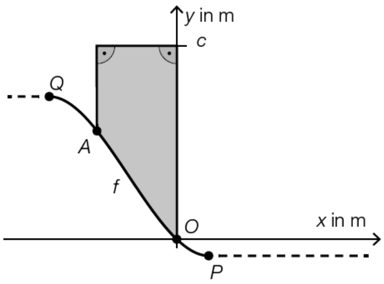


Abbildung 2

a) In Abbildung 2 ist ein Teil des Gehsteigs grau markiert.
Der Punkt $A = (x_A \mid y_A)$ liegt auf dem Graphen der Funktion f.

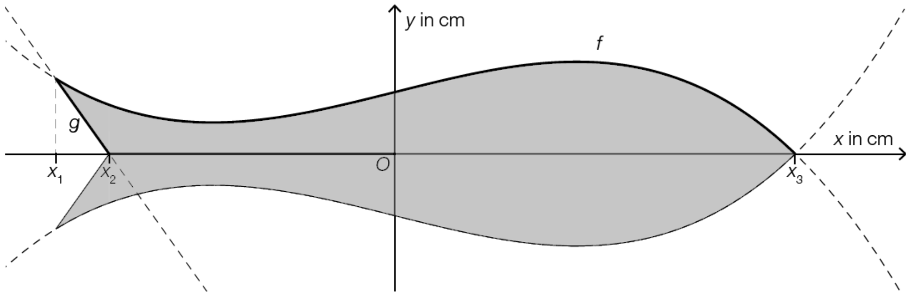
1) Erstellen Sie mithilfe von x_A, c und f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

A = ____

BHS Oktober 2021 Kompensationsprüfung 3 Aufgabe 2

a) Die unten stehende Abbildung zeigt den Entwurf für das Logo eines Fischzüchters.

Die Abbildung des Logos ist symmetrisch bezüglich der x-Achse. Die obere Begrenzungslinie des Logos wird durch die Graphen der linearen Funktion g und der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben.



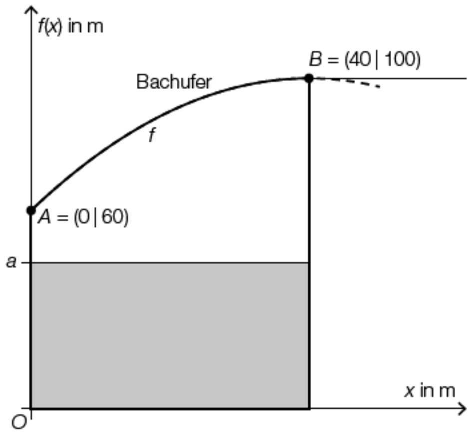
x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Erstellen Sie mithilfe von x_1, x_2, x_3, f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche dieses Logos.

$A =$ ________________________________

AHS Oktober 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 3

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Grundstück in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Das Grundstück wird auf einer Seite durch ein Bachufer begrenzt. Der Verlauf dieses Bachufers kann im Intervall [0; 40] näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = -0{,}025 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 60$

Die Hälfte des gesamten Grundstücks soll begrünt werden. Daher wird ein rechteckiger Teil des Grundstücks eingezäunt (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie die Seitenlänge a des Rechtecks.

BHS Mai 2020 Kompensationsprüfung 3 Aufgabe 3

In der nachstehenden Abbildung 1 ist die momentane Änderungsrate des Wasservolumens im Zwischenspeicher für ein bestimmtes Zeitintervall dargestellt.

Abbildung 1

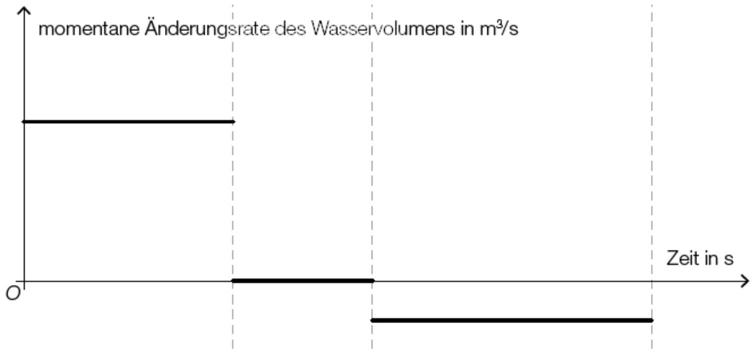
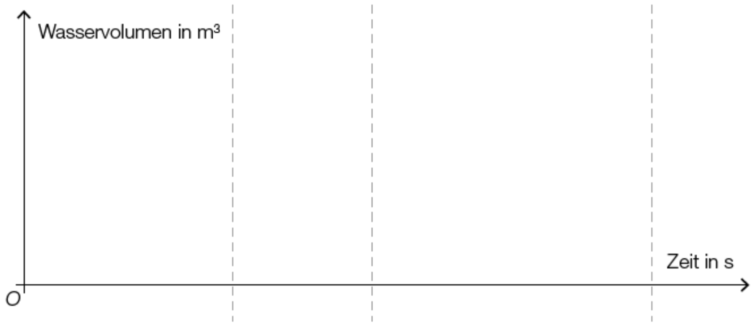


Abbildung 2

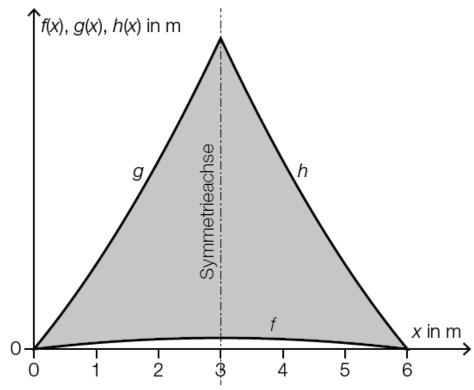


Der Zwischenspeicher ist zu Beginn ($t = 0$) leer.

– Skizzieren Sie in der obigen Abbildung 2 den Graphen derjenigen Funktion, die das Wasservolumen im Zwischenspeicher in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. (A)

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 2

a) Für die Beschattung einer Terrasse wird ein symmetrisches Sonnensegel aus Stoff angefertigt. Die Begrenzungslinien können mithilfe der Graphen der Funktionen f, g und h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



Der Flächeninhalt A der grau markierten Fläche soll berechnet werden.

1) Tragen Sie in die nachstehende Formel die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$A = 2 \cdot \int_0^{\boxed{}} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\boxed{}} \boxed{}\,\mathrm{d}x$$

Lösungen

Grundkompetenzen

Lösungserwartung: Stammfunktionen* - 1_821, AN4.3, 2 aus 5

$G_2 = c + F$	☒
$G_3 = F - c$	☒

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_797, AN4.3, 2 aus 5

Ja, h ist ebenfalls eine Stammfunktion von f.

mögliche Begründungen:
Zwei differenzierbare Funktionen, die sich nur um eine additive Konstante unterscheiden, haben die gleiche Ableitung.

oder:

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $h'(x) = g'(x) = f(x)$

Lösungserwartung: Ableitungsfunktion und Stammfunktion* - 1_723, AN4.3, 2 aus 5

Die Funktion f hat genau eine Ableitungsfunktion f'.	☒
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $F'' = f'$.	☒

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_701, AN4.3, 2 aus 5

mögliche Vorgehensweise:
$f(x) = F'(x) = 20 \cdot x^3$
$a = 20$

Lösungserwartung: Zusammenhang zwischen Funktion und Stammfunktionen* - 1_676, AN4.3, 2 aus 5

$g'(x) = h'(x)$	☒
$\int_0^2 f(x)\,dx = h(2) - h(0)$	☒

Lösungserwartung: Beziehungen zwischen Funktion Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_629, AN4.3, 2 aus 5

①	
F	☒

②	
f'	☒

Lösungserwartung: Tiefe eines Gerinnes* - 1_550, AN4.3, 2 aus 5

$g(t) = 3 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 12$

oder:

$g(t) = f'(t)$

Lösungserwartung: Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_527, AN4.3, 2 aus 5

Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 definiert ist, gibt $f'(x_0)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle an.	☒
Die Funktion f hat unendlich viele Stammfunktionen, die sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden.	☒

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_845, AN4.3, 2 aus 5

$F(5) - F(2)$	☒

Lösungserwartung: Arbeit bei der Dehnung einer Schraubenfeder* - 1_823, AN4.3, 2 aus 5

mögliche Vorgehensweise:

$W = \int_0^{0,08} 40 \cdot s\,ds = 20 \cdot s^2 \,\big|_0^{0,08} = 0,128$

$\Rightarrow \quad W = 0,128$ Joule

Lösungserwartung: Bestimmen eines Koeffizienten* - 1_726, AN4.3, 2 aus 5

$a = -3$

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_654, AN4.3, 2 aus 5

$\int_0^7 f(x)\,dx = 6$

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_606, AN4.3, 2 aus 5

$\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$	☒
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	☒

Lösungserwartung: Flächeninhalt* - 1_525, AN4.3, 2 aus 5

Mögliche Berechnung:

$2 \cdot \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 7$

Lösungserwartung: Integral* - 1_501, AN4.3, 2 aus 5

$25 \cdot \int_0^a x^2\,\mathrm{d}x + \int_0^a 3\,\mathrm{d}x$	☒
$\frac{25 \cdot a^3}{3} + 3 \cdot a$	☒

Lösungserwartung: Arbeit beim Verschieben eines Massestücks* - 1_477, AN4.3, 2 aus 5

$W = \int_0^4 \frac{5}{16} \cdot s^2\,\mathrm{d}s + \frac{5 \cdot 11}{2}$

$W \approx 34{,}17\ \mathrm{J}$

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_453, AN4.3, 2 aus 5

$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2} + \frac{1}{2}$	☒

Lösungserwartung: Integrationsregeln* - 1_429, AN4.3, 2 aus 5

$\int_a^b (f(x) + x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b x\,\mathrm{d}x$	☒
$\int_a^b (3 \cdot f(x))\,\mathrm{d}x = 3 \cdot \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	☒

Lösungserwartung: Funktionsgleichungen* - 1_381, AN4.3, 2 aus 5

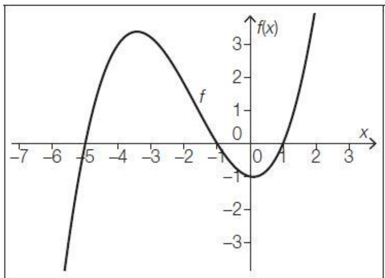
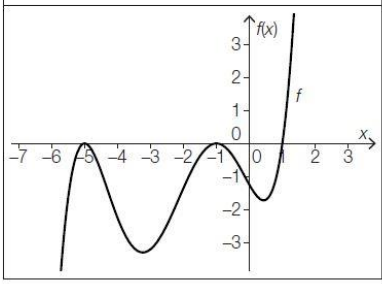
$F_1(x) = x^3 + 2x$

$F_2(x) = x^3 + 2x + 1$

Lösungserwartung: Wasserzufluss* - 1_847, AN4.3, 2 aus 5

120 Liter

Lösungserwartung: Vergleich bestimter Integrale* - 1_775, AN4.3, 2 aus 5

	☒		
			☒

Lösungserwartung: Bestimmte Integrale* - 1_751, AN4.3, 2 aus 5

$\int_0^4 f(x)\,dx = 1{,}7$	☒
$\int_2^4 f(x)\,dx = 3{,}2$	☒

Lösungserwartung: Flächeninhalte* - 1_703, AN4.3, 2 aus 5

$\int_a^b f(x)\,dx = A_2 - A_1$

Lösungserwartung: Wert eines bestimmten Integrals* - 1_679, AN4.3, 2 aus 5

$\int_0^6 f(x)\,dx = -3$

Lösungserwartung: Wert eines bestimmten Integrals* - 1_631, AN4.3, 2 aus 5

$I = -4$

Lösungserwartung: Flächeninhaltsberechnung* - 1_583, AN4.3, 2 aus 5

$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,dx + \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\,dx$	☒
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,dx + \left\| \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\,dx \right\|$	☒

Lösungserwartung: Halbierung einer Fläche* - 1_500, AN4.3, 2 aus 5

Mögliche Berechnung:

$\int_2^b x^2\,dx = \int_b^4 x^2\,dx \;\Rightarrow\; \frac{b^3}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{4^3}{3} - \frac{b^3}{3}$

$b = \sqrt[3]{36}$

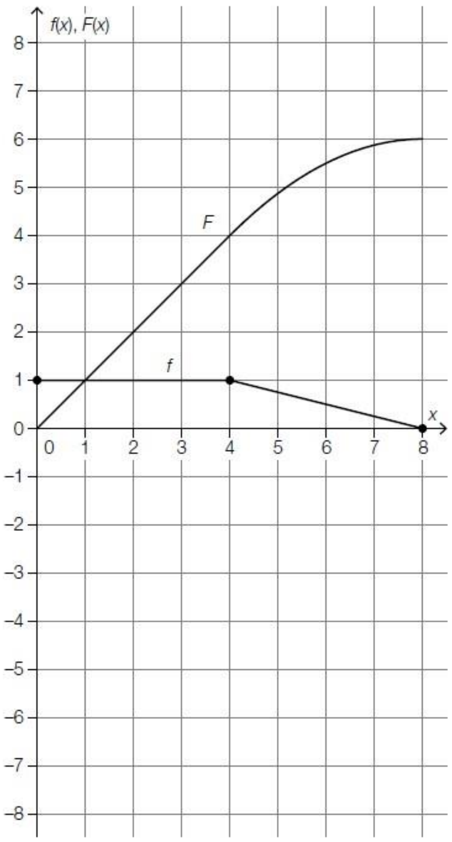
Lösungserwartung: Integral* - 1_380, AN4.3, 2 aus 5

$\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6{,}75$	☒
$\int_{-3}^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 0$	☒

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_894, AN4.3, 2 aus 5

$$\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^4 (f(x) + 2)\,\mathrm{d}x = (F(x) + 2 \cdot x)\Big|_1^4 = F(4) + 8 - (F(1) + 2) = 15$$

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_1194, AN4.3, 2 aus 5



Lösungserwartung: Zufluss und Abfluss* - 1_895, AN4.3, 2 aus 5

Zum Zeitpunkt $t = 2$ ist die Flüssigkeitsmenge im Gefäß am größten.	☒
Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich um 6 L weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 0$.	☒

Lösungserwartung: Gartenteich* - 1_1196, AN4.3, 2 aus 5

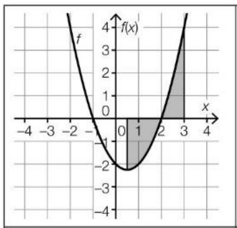
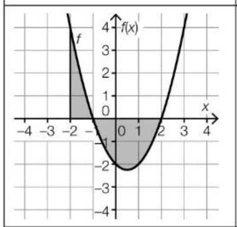
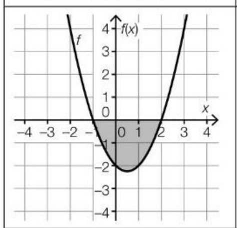
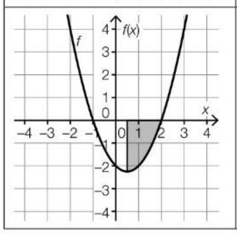
①	
–2	☒

②	
absolute Änderung	☒

Lösungserwartung: Pilzsporen* - 1_1237, AN1.3, 1 aus 6

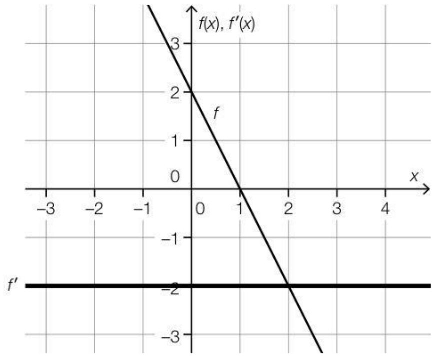
Der Ausdruck beschreibt den Inhalt der Fläche, die von den Sporen dieses Pilzes 3 h nach Beginn der Beobachtung bedeckt wird (in µm²).

Lösungserwartung: Bestimmte Integrale* - 1_1261, AN3.2, 2 aus 5

	B
	D
	F
	A

A	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,dx$
B	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,dx + \int_{2}^{3} f(x)\,dx$
C	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,dx + \int_{-1}^{2} f(x)\,dx$
D	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,dx - \int_{-1}^{2} f(x)\,dx$
E	$\int_{-2}^{0,5} f(x)\,dx$
F	$-2 \cdot \int_{0,5}^{2} f(x)\,dx$

Lösung: Ableitungsfunktion* (1_1283)



Lösung: Flächeninhalt* (1_1285)

$2 \cdot \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$	☒
$\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-4}^0 f(x)\,\mathrm{d}x$	☒

Lösung: Wert eines bestimmten Integrals* (1_1307)

$\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 9$

Lösung: Integral und Flächeninhalt* (1_1309)

$\int_0^c f(x)\,\mathrm{d}x$	A
$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	C
$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$	B
$\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + 100$	D

A	–31
B	69
C	–33
D	52
E	67
F	152

Rookie Level

Ernteertrag (A_128) Lösung

a) $E(x) = -297 \cdot x^3 + 148{,}5 \cdot x^2 + 2{,}5$

Leistung einer Solaranlage * (A_212) Lösung

b) $\int_0^{12} (0{,}007 \cdot t^4 - 0{,}165 \cdot t^3 + 0{,}972 \cdot t^2 + 1{,}221)\mathrm{d}t = 67{,}5288$

Skatepark (1) * (A_194) Lösung

c) Inhalt der Querschnittsfläche zwischen $x = 0$ und $x = 3$:

$$\int_0^3 \frac{2}{81} \cdot x^4\,\mathrm{d}x = \frac{2}{81} \cdot \frac{x^5}{5}\Big|_0^3 = 1{,}2$$

Inhalt der gesamten Querschnittsfläche: $A = 2 \cdot (2 + 1{,}2) = 6{,}4$

Der Inhalt der Querschnittsfläche beträgt 6,4 m².

Strahlenbelastung * (A_207) Lösung

b) $\int_0^{24} g(t)\mathrm{d}t = 12\,229$ mSv

Das sind ganzzahlig gerundet 12 Sv.

Vergnuegungspark (1) * (A_208) Lösung

a) $4{,}1 = 9 - x^2$
$x^2 = 4{,}9$
$x = \pm 2{,}213\ldots$

Der Festwagen darf rund 4,42 m breit sein.

$\int_{-3}^{3} (9 - x^2)\mathrm{d}x = 36$

Der Flächeninhalt der benötigten Folie beträgt 36 m².

Wellness * (A_144) Lösung

b) $A = 18 + \int_3^{13} g(x)\,\mathrm{d}x$

$90 \cdot 56 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}97 = 5\,866{,}56$

Die Gesamtkosten betragen € 5.866,56.

Feinstaubemissionen (A_180) Lösung

b) $F = \int_0^{20} (2{,}5 \cdot t^2 - 50 \cdot t + 12\,500)\,\mathrm{d}t = 246\,666{,}6\ldots \approx 246\,667$

Im Zeitintervall [0; 20] sind insgesamt rund 246 667 Tonnen Feinstaub angefallen.

Scheunentor * (A_277) Lösung

b1) $A = 2 \cdot \int_0^{2{,}5} (-0{,}08 \cdot x^2 + 4)\,\mathrm{d}x = \frac{115}{6} \approx 19{,}17$

Der Flächeninhalt beträgt rund 19,17 m².

Sauna * (A_297) Lösung

b1) $A = \int_0^{15} s(t)\,\mathrm{d}t$

b2) A ist die Schweißmenge in Gramm, die der Saunagast während des Saunagangs abgesondert hat.

Zirbenholzbetten * (A_309) Lösung

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 1{,}096$
Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt 1,096 m^2.

a2) $m = 400 \cdot 1{,}096 \cdot 0{,}05 = 21{,}92$
Die Masse des Kopfteils beträgt 21,92 kg.

Zehnfingersystem * (A_322) Lösung

c1) Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der Gesamtzahl der Anschläge bei dieser 10-Minuten-Abschrift.

Auch eine sinngemäße Interpretation als „geschriebener Text bei dieser 10-Minuten-Abschrift“ ist als richtig zu werten.

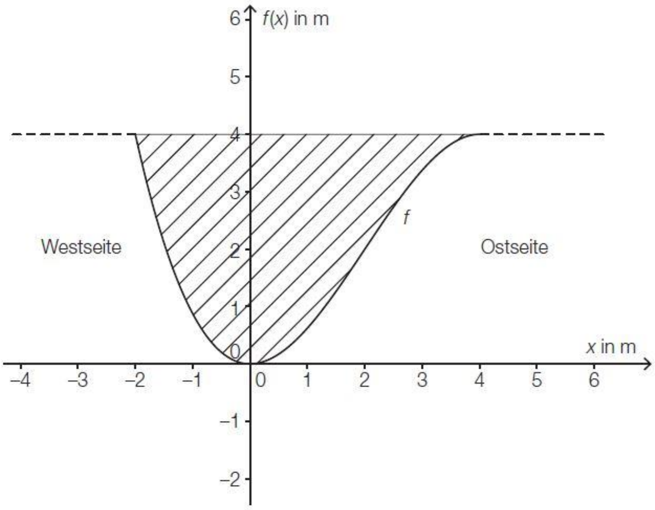
Pro Level

Am Fluss * (A_229) Lösung

a) $f''(x) = -\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{2}$

$0 = -\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = 2$

An der Stelle $x = 2$ steigt das Querschnittsprofil auf der Ostseite am stärksten an.



Staatseinnahmen und -ausgaben * (B_352) Lösung

c) Da der Koeffizient $a = -0{,}0027$ negativ ist, ist der Graph dieser quadratischen Funktion eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitel dieser Parabel ist daher ein Hochpunkt.

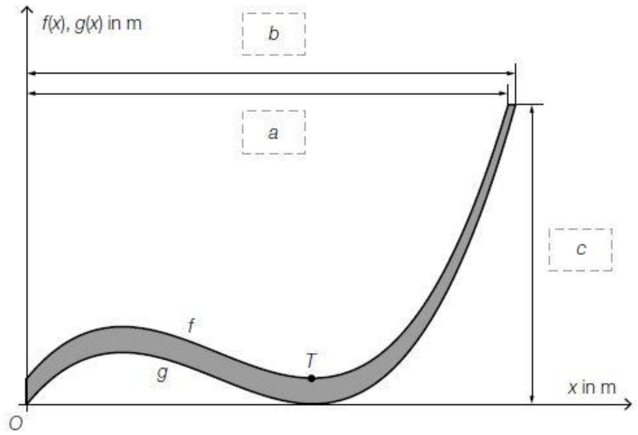
$V'(t) = -0{,}0054 \cdot t + 0{,}1732$
$V'(t) = 0 \Rightarrow t = 32{,}07\ldots \approx 32{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $\int_0^{36} V(t)\,dt = 100{,}4148$

Dieses Integral beschreibt näherungsweise die Summe der Vermögenseinkommen der Jahre 1976 bis 2012.

Im Moebelhaus * (B_427) Lösung

a)



$f'(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(x_1 = 0{,}365...)$, $x_2 = 1{,}093...$
$f(x_2) = 0{,}100...$
$T \approx (1{,}09\,|\,0{,}10)$

$\alpha = \arctan(f'(1{,}6)) = \arctan(1{,}938...) = 62{,}711...° \approx 62{,}71°$
Auch eine Berechnung des Winkels im Bogenmaß ist als richtig zu werten.

Die ersten Ableitungen der beiden Funktionen sind identisch, also haben die beiden Funktionen an jeder Stelle die gleiche Steigung.

Flusslaeufe und Pegelstaende * (A_266) Lösung

b) Mit dem Ausdruck wird das Volumen des dabei anfallenden Aushubs in m³ berechnet.

$h(x) = a \cdot x^2 + b$
$h(0) = -3$
$h(17{,}5) = 0$

oder:

$-3 = a \cdot 0^2 + b$
$0 = a \cdot 17{,}5^2 + b$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$h(x) = \frac{12}{1225} \cdot x^2 - 3$

Betonschutzwand (A_171) Lösung

b) $A = \int_0^{68} h(x)\,dx$

$A = 4192{,}4\ldots \text{ cm}^2 = 0{,}41924\ldots \text{ m}^2$
$m = V \cdot \rho = 0{,}41924\ldots \cdot 4 \cdot 2400 = 4024{,}72\ldots$
$m \approx 4$ t

Die Masse dieser Betonschutzwand beträgt rund 4 t.

Staudamm (1) * (B_441) Lösung

a1) $A = 10 \cdot 50 + \int_{10}^{20} (216{,}1 - 72{,}1 \cdot \ln(x))\,dx = 722{,}31\ldots \approx 722{,}3$
Der Inhalt der Querschnittsfläche beträgt rund 722,3 m².

Bahnsteige (2) * (B_451) Lösung

a1) $A = \int_{-4}^{-2{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x - 3 \cdot 1{,}5$

Skulptur * (B_464) Lösung

a1) $A = 2 \cdot \left(\int_0^2 (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_2^4 (h(x) - g(x))\,\mathrm{d}x\right)$

oder:

$A = \int_{-4}^{-2} (i(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{-2}^{2} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_2^4 (h(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

Gewitter * (A_071) Lösung

c1)

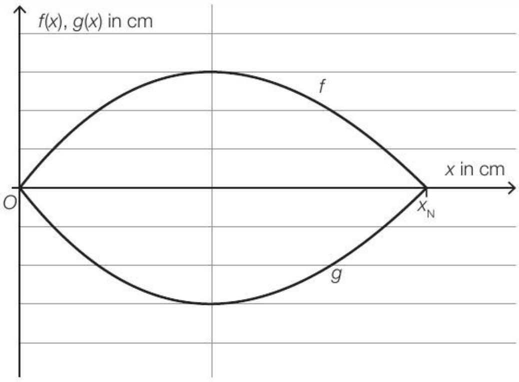
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	☒

c2) Die dem Integral $\int_{1{,}25}^{1{,}5} T'(t)\,dt$ entsprechende Fläche wird von rund 10,5 Kästchen mit einem Flächeninhalt von jeweils 0,125 überdeckt.
Gesamtflächeninhalt: $10{,}5 \cdot 0{,}125 \approx 1{,}3$

Die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall [1,25; 1,5] beträgt rund 1,3 °C.
Toleranzbereich: [1,2 °C; 1,45 °C]

Baeume * (A_299) Lösung

a1)



a2) $f(x) = 0$ *oder* $0{,}0047 \cdot x^3 - 0{,}2 \cdot x^2 + 1{,}28 \cdot x = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 0$, $x_2 = 7{,}84...$, $x_3 = 34{,}70...$
$x_N = 7{,}84...$

a3) $2 \cdot \int_0^{7{,}84...} f(x)\,\mathrm{d}x = 23{,}30...$
Der Flächeninhalt dieses Blattes beträgt rund 23,3 cm².

Baumhaus * (A_116) Lösung

b1) Flächeninhalt zwischen den Achsen und dem Graphen der Funktion in cm²:
$\int_0^{40} f(x)\,\mathrm{d}x = 1\,378{,}66\ldots$

Flächeninhalt des Quadrats in cm²: $A = 1\,600$

prozentueller Unterschied: $\frac{1\,378{,}66\ldots - 1\,600}{1\,600} = -0{,}1383\ldots$

Die Fensterfläche ist um rund 13,8 % kleiner als die Fensterfläche eines quadratischen Fensters mit der Seitenlänge 40 cm.

Kuehe auf der Weide * (A_141) Lösung

a1) $A = \frac{60 \cdot 20}{2} + \int_{20}^{320} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{100 \cdot 20}{2}$ *oder* $A = \int_{20}^{320} f(x)\,\mathrm{d}x - 400$

a2) I: $f(20) = 60$
II: $f(320) = 100$

oder:

I: $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 52 = 60$
II: $a \cdot 320^2 + b \cdot 320 + 52 = 100$

b1)

①	
9000	☒

②	
kg/ha	☒

Asymmetrisches Satteldach * (B_500) Lösung

b1) $f(0) = 7{,}5$
$f(7) = 10$
$f(12) = 8$

oder:

$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 7{,}5$
$a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 10$
$a \cdot 12^2 + b \cdot 12 + c = 8$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{53}{840} = -0{,}063...$
$b = \frac{671}{840} = 0{,}798...$
$c = 7{,}5$

b3) $Q_{\text{neu}} = \int_0^{12} f(x)\,\mathrm{d}x = 111{,}17...$

Der Inhalt der Querschnittsfläche beträgt rund 111,2 m².

b4) Die Querschnittsfläche im neuen Entwurf ist um rund 4,6 % größer als im alten Entwurf.

Schlosspark * (B_507) Lösung

b1) $A = b \cdot h - \int_a^b f(x)\,dx$

b2) I: $f(3) = 0{,}8$
II: $f(5) = 2{,}7$
III: $f(7) = 3{,}7$
IV: $f(9) = 2{,}3$

oder:

I: $a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 0{,}8$
II: $a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 2{,}7$
III: $a \cdot 7^3 + b \cdot 7^2 + c \cdot 7 + d = 3{,}7$
IV: $a \cdot 9^3 + b \cdot 9^2 + c \cdot 9 + d = 2{,}3$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{1}{32} = -0{,}03125$

$b = \frac{57}{160} = 0{,}35625$

$c = -\frac{59}{160} = -0{,}36875$

$d = -\frac{73}{160} = -0{,}45625$

Stand-up-Paddling (1) * (A_317) Lösung

a1) $A = \int_0^4 f(x)\,dx - \int_0^{2{,}8} g(x)\,dx$

a2) Berechnung der Extremstellen von f mittels Technologieeinsatz:

$f'(x) = 0$ *oder* $-0{,}0375 \cdot x^2 + 0{,}04 \cdot x + 0{,}07 = 0$
$x_1 = 2$ $(x_2 = -0{,}933...)$
$f(2) = 0{,}32$
$b = 2 \cdot f(2)$
$b = 0{,}64$ m

In der Abbildung ist erkennbar, dass der Hochpunkt von f an der Stelle x_1 ist. Ein (rechnerischer) Nachweis, dass x_1 eine Maximumstelle ist, und eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.

Kleingartensiedlung * (A_318) Lösung

a1) $\frac{1}{2} \cdot \int_0^{20} f(x)\,dx = 174{,}3...$

$\int_0^a f(x)\,dx = 174{,}3...$

oder:

$\int_0^a f(x)\,dx = \int_a^{20} f(x)\,dx$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 10{,}61...$

Der Grazbach * (B_561) Lösung

c1) $A = \int_{-150}^{15} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

c2) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x$

I: $f(-92{,}2) = -17{,}6$
II: $f(-133{,}5) = 0$
III: $f'(-92{,}2) = 0$

oder:

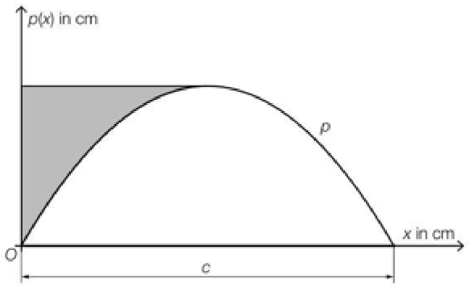
I: $a \cdot (-92{,}2)^4 + b \cdot (-92{,}2)^3 + c \cdot (-92{,}2)^2 = -17{,}6$
II: $a \cdot (-133{,}5)^4 + b \cdot (-133{,}5)^3 + c \cdot (-133{,}5)^2 = 0$
III: $4 \cdot a \cdot (-92{,}2)^3 + 3 \cdot b \cdot (-92{,}2)^2 + 2 \cdot c \cdot (-92{,}2) = 0$

c3)

g ändert genau 1-mal das Krümmungsverhalten.	☒

Tischplatte * (B_554) Lösung

b1)



Lösung: Alpentransit * (A_333)

b1) ≈ 9300 Fahrzeuge
Toleranzbereich: [9000; 10000]

b2)

$t = 8$	B
$t = 14$	D

A	$k'(t) > 0$ und $k''(t) > 0$
B	$k'(t) > 0$ und $k''(t) < 0$
C	$k'(t) < 0$ und $k''(t) > 0$
D	$k'(t) < 0$ und $k''(t) < 0$

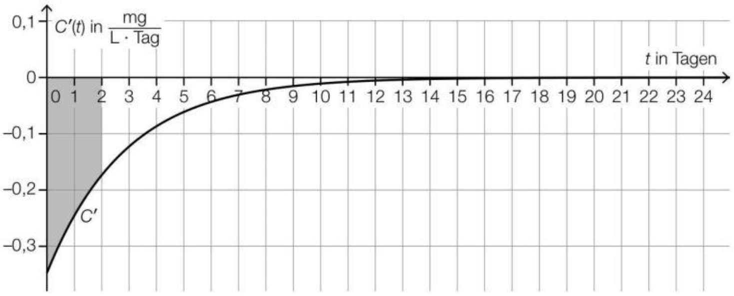
Lösung: Schwimmbecken* (2_125)

b1) $T = \frac{38}{p}$

b2) $\left|\int_0^6 W(t)\,\mathrm{d}t\right| = 11{,}625$
Die Abnahme der Wassermenge im Zeitintervall [0; 6] beträgt 11,625 m^3.

Lösung: Pflanzenschutzmittel * (A_337)

c1)



c2) In den ersten zwei Tagen nimmt die Konzentration des Pflanzenschutzmittels um 0,5 mg/L ab.

Lösung: Walnüsse * (B_600)

c1)

V ist monoton steigend.	☒

c2) Flächeninhalt: 195

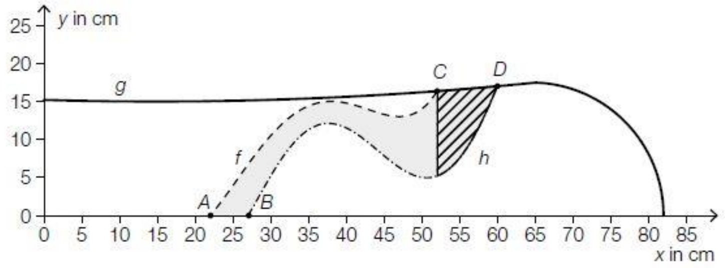
Toleranzbereich: [185; 205]

c3) Im Zeitintervall [50; 80] hat das Holzvolumen um 195 m^3 zugenommen.

All Star Level

Snowboard (1) * (B_392) Lösung

b)



$A_3 = \int_{52}^{60} \left[g(x) - h(x)\right] dx$

Glaubensrichtungen und -symbole (A_187) Lösung

c) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$f(0) = 2$
$f(5) = 4$
$f(10) = 2$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$a = -0{,}08$, $b = 0{,}8$, $c = 2$

$f(x) = -0{,}08 \cdot x^2 + 0{,}8 \cdot x + 2$

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$2 \cdot \left(24 - \int_0^{10} g(x)\,dx - \int_{10}^{12} f(x)\,dx\right)$	☒

Stausee * (A_271) Lösung

a1) Mit dem Ausdruck wird das Wasservolumen in Kubikmetern im Stausee 4 Stunden nach Beginn der Beobachtung berechnet.

a2) Die Funktionswerte von u sind im Zeitintervall [1; 2] positiv, daher nimmt das Wasservolumen zu.

Blutdruck * (B_448) Lösung

a1) $\int m'(t)\,dt = -30 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} - 0{,}1 \cdot t + C$

$m(0) = 10$ *oder* $-30 + C = 10 \Rightarrow C = 40$

$m(t) = -30 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} - 0{,}1 \cdot t + 40$

a2) $m(t) = 0$ *oder* $-30 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} - 0{,}1 \cdot t + 40 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$(t_1 = -7{,}6...)$
$t_2 = 399{,}9...$

Nach etwa 400 min ist der Wirkstoff vollständig abgebaut.

Bastelarbeit im Kindergarten * (B_336) Lösung

b1) Volumen einer Packung Modelliermasse in cm³:
$V = 9{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 20 = 475$

Das Volumen einer Packung Modelliermasse beträgt 475 cm³.

b2) Volumen eines modellierten Katzenkopfes in cm³: $V = 2 \cdot \int_{-2}^{2} [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \frac{448}{15} \approx 29{,}87$

Volumen von 24 modellierten Katzenköpfen in cm³: $24 \cdot \frac{448}{15} = 716{,}8$

Da eine Packung 475 cm³ beinhaltet, benötigt man also mindestens 2 Packungen Modelliermasse.

Der Genfer See * (A_222) Lösung

b) Mit dem Ausdruck wird die gesamte Wassermenge in m³ berechnet, die innerhalb dieser 48 Stunden den See durch den Abfluss verlassen hat.

F ist monoton steigend im Intervall [4; 26].	☒

Veranstaltungszentrum (B_036) Lösung

d) $f(x) = a \cdot x^2 + c$
$f(0) = 5{,}8 \quad \Rightarrow \quad c = 5{,}8$
$f(1{,}25) = 0 \quad \Rightarrow \quad a \cdot 1{,}252 + 5{,}8 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -3{,}712$

$f(x) = -3{,}712 \cdot x^2 + 5{,}8$

$$B = 2 \cdot \left(b \cdot f(b) + \int_b^{1{,}25} f(x)\,\mathrm{d}x\right)$$

$$\frac{\int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x - b \cdot f(b)}{b \cdot f(b) + \int_b^{1{,}25} f(x)\,\mathrm{d}x} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $b = 1{,}064\ldots$ m
$f(b) = 1{,}591\ldots$ m

Die Höhe h der horizontalen Trennungslinie beträgt rund 1,59 m.

Tunnelzelte (A_131) Lösung

b) Berechnung der Nullstellen von g und h mittels Technologieeinsatz:
Nullstellen von g: $x_1 = 0{,}1$, $x_2 = 5{,}1$
Nullstellen von h: $x_3 = 0$, $x_4 = 5{,}2$

Flächeninhalt der Querschnittsfläche zwischen der Innen- und der Außenhaut:
$$\int_0^{5{,}2} h(x)\,\mathrm{d}x - \int_{0{,}1}^{5{,}1} g(x)\,\mathrm{d}x = 0{,}5456$$

Luftvolumen: $0{,}5456 \cdot 5 = 2{,}728$ m³

Das benötigte Luftvolumen beträgt 2,728 m³.

W-LAN * (B_475) Lösung

d1) $f'(t) = 3{,}6 \cdot e^{-0{,}3 \cdot t}$

Für alle $t \geq 0$ gilt: $f'(t) \geq 0$, weil $e^{-0{,}3 \cdot t} > 0$.
Daher ist die Funktion f für alle $t \geq 0$ monoton steigend.

d2) $\int_0^8 (15 - 12 \cdot e^{-0{,}3 \cdot t})\,\mathrm{d}t = 83{,}6...$
Die gesamte Datenmenge beträgt rund 84 Mbit.
Die Angabe der Einheit „Mbit" ist für die Punktevergabe nicht relevant.

Hochstuhl für Kinder * (B_476) Lösung

b1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$
I: $f(0) = 10$
II: $f(21) = 6$
III: $f'(21) = 0$

oder:

I: $10 = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c$
II: $6 = a \cdot 21^4 + b \cdot 21^2 + c$
III: $0 = 4 \cdot a \cdot 21^3 + 2 \cdot b \cdot 21$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{4}{194\,481} = 0{,}00002056...$

$b = -\frac{8}{441} = -0{,}01814...$

$c = 10$

b3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$2 \cdot \int_{-21}^{21} f(x)\,\mathrm{d}x = 683{,}2$

Der Flächeninhalt beträgt 683,2 cm².

Grundstuecke * (B_518) Lösung

b1) I: $f(0) = 0$
II: $f(12) = 2$
III: $f(18) = 6$
IV: $f(22) = 12$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
II: $a \cdot 12^3 + b \cdot 12^2 + c \cdot 12 + d = 2$
III: $a \cdot 18^3 + b \cdot 18^2 + c \cdot 18 + d = 6$
IV: $a \cdot 22^3 + b \cdot 22^2 + c \cdot 22 + d = 12$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{1}{396} = 0{,}00252...$
$b = -\frac{19}{396} = -0{,}0479...$
$c = \frac{25}{66} = 0{,}378...$
$d = 0$

b3) $A = \frac{22 \cdot 12}{2} - \int_0^{22} f(x)\,\mathrm{d}x = 62{,}7...$
Der Flächeninhalt des Grundstücks nimmt durch die Erweiterung um rund 63 m² zu.

Seifenkisten * (B_535) Lösung

c1) $A = \int_0^8 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^8 g(x)\,\mathrm{d}x$

c2) $g(5) = \frac{13}{6}$ *oder* $a \cdot \ln(5) = \frac{13}{6}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 1{,}3462\ldots$

c3) $g(x) = 1{,}3462\ldots \cdot \ln(x)$
$g'(x) = \tan(30°)$ *oder* $\frac{1{,}3462\ldots}{x} = \tan(30°)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x = 2{,}3\ldots$

Flugzeuge (2) * (B_562) Lösung

a1) $A = \left(\int_{x_1}^{0{,}2} (f_1(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{0{,}2}^{x_2} (f_2(x) - g(x))\,\mathrm{d}x\right)$

a2) $\left(\int_{0{,}1}^{0{,}2} (f_1(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{0{,}2}^{0{,}7} (f_2(x) - g(x))\,\mathrm{d}x\right) \cdot 5 = 0{,}3693\ldots$
Das Volumen eines Tanks dieses Kleinflugzeugs beträgt rund 0,369 m^3.

a3) $0{,}3693\ldots\ m^3 = 369{,}3\ldots\ L$
$\frac{210\,000}{2 \cdot 369{,}3\ldots} = 284{,}2\ldots$
Man könnte die beiden Tanks des Kleinflugzeugs mit dieser Treibstoffmenge 284-mal vollständig befüllen.

Lösung: Sauerstoffverbrauch von Säugetieren* (2_127)

c1) $\int_0^{t_1} u(t)\,\mathrm{d}t = \frac{(u(t_1) + a) \cdot t_1}{2}$

c2) Der Ausdruck gibt den Sauerstoffverbrauch in L im Intervall $[0; t_1]$ an.

Lösung: Federung von Mountainbikes * (B_576)

c1) $\frac{1\,000 - 700}{95 - 60} = 8{,}571\ldots$
Die mittlere Änderungsrate beträgt rund 8,57 N/mm.

c2) $\int_{110}^{130} f(x)\,\mathrm{d}x = 400\ \text{N}$

c3) $x_1 = 10$ mm

c4)

$x = 40$	D
$x = 20$	C

A	$f(x) = 0$
B	$f(x) < 0$
C	$f'(x) < 0$
D	$f'(x) = 0$

Lösung: Spirometrie * (B_590)

a1) Der Flächeninhalt entspricht dem (in den ersten 3 Sekunden) eingeatmeten Luftvolumen in Litern.

a2) $\int_0^3 a \cdot t \cdot (t - 3) \cdot (t - 6)\,\mathrm{d}t = 0{,}5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{2}{81} = 0{,}0246\ldots$

BHS Jänner 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 2

a1) Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der Temperaturzunahme in °C in den ersten 5 min.

oder:

Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der absoluten Änderung der Temperatur in °C in den ersten 5 min.

BHS Jänner 2022 Kompensationsprüfung 4 Aufgabe 2

a1) $A = \int_{x_A}^{0} (c - f(x))\,dx$

oder:

$A = |x_A| \cdot c - \int_{x_A}^{0} f(x)\,dx$

BHS Oktober 2021 Kompensationsprüfung 3 Aufgabe 2

a1) $A = 2 \cdot \left(\int_{x_1}^{x_3} f(x)\,dx - \int_{x_1}^{x_2} g(x)\,dx\right)$ *oder* $A = 2 \cdot \left(\int_{x_1}^{x_3} f(x)\,dx - \frac{1}{2} \cdot g(x_1) \cdot (x_2 - x_1)\right)$

AHS Oktober 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 3

a1) gesamter Flächeninhalt:

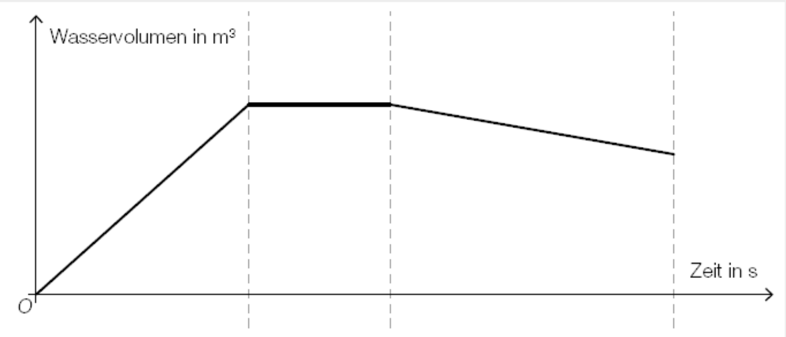
$\int_0^{40} f(x)\,dx = 3\,466{,}6...$

$a = \frac{3\,466{,}6...}{2 \cdot 40} = 43{,}3...$

Die Seitenlänge a beträgt rund 43 m.

BHS Mai 2020 Kompensationsprüfung 3 Aufgabe 3

(A):



Aus der Skizze soll ersichtlich sein, dass die Wassermenge im 1. Intervall linear steigt, im 2. Intervall unverändert bleibt und im 3. Intervall linear abnimmt.
Der Betrag der Steigung im 1. Intervall soll eindeutig größer als jener im 3. Intervall sein.

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 2

a1) $A = 2 \cdot \int_0^{\boxed{3}} g(x)\,dx - \int_0^{\boxed{6}} \boxed{f(x)}\,dx$