Aufgabensammlung

Differentialrechnung Umkehraufgaben

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

Differentialrechnung Umkehraufgaben

Rookie Level

Angry Birds (1) * (B_377)

c) Die Flugbahn des Vogels *Matilda* kann durch den Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades beschrieben werden.
Der Funktionsgraph schneidet die vertikale Achse bei 12. Er verläuft durch die Punkte $A = (1|16)$ und $B = (5|32)$. A ist ein Hochpunkt des Funktionsgraphen.

– Stellen Sie mithilfe der angegebenen Informationen ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion berechnet werden können.

Kraftstoffverbrauch (B_176)

a) Die nachstehende Tabelle zeigt den bei einer Testfahrt festgestellten Kraftstoffverbrauch eines LKWs bei verschiedenen Geschwindigkeiten.

v in km/h	30	50	60
$K(v)$ in L/100 km	10	9,4	11,8

Der Kraftstoffverbrauch bei dieser Testfahrt kann in einem Bereich von 30 km/h bis 70 km/h annähernd durch eine quadratische Funktion der Form $K(v) = a \cdot v^2 + b \cdot v + c$ beschrieben werden.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem für die Berechnung der Koeffizienten a, b und c auf.
– Ermitteln Sie die Funktionsgleichung $K(v)$.

Ortsumfahrung (A_013)

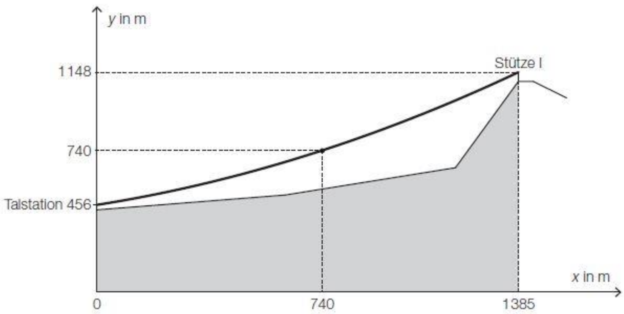
Eine große Ortschaft $P = (2|2)$ liegt auf einer geraden Straße zwischen den Dörfern $W = (0|4)$ und $S = (4|0)$. Es soll um die Ortschaft P eine Umfahrungsstraße gebaut werden, die über den Punkt $D = (2|1)$ führt und bei W bzw. S wieder in die gerade Straße einmündet. Die Koordinatenwerte sind in Kilometern angegeben.

b) Eine Umfahrungsvariante soll im Definitionsbereich $0 \leq x \leq 4$ durch eine quadratische Funktion beschrieben werden.

– Stellen Sie die Funktion 2. Grades auf, die die Punkte W, D und S enthält.

Gondelbahn auf den Untersberg * (A_224)

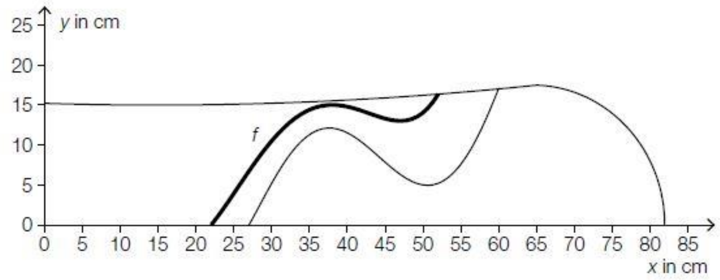
c) Aufgrund des Eigengewichts hängt das Tragseil zwischen der Talstation und der Stütze I durch. Sein Verlauf kann näherungsweise als Graph einer quadratischen Funktion mit der Gleichung $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten a, b und c ermittelt werden können.
– Ermitteln Sie a, b und c.

Snowboard (1) * (B_392)

a) Das Snowboard-Design setzt sich aus 4 zueinander symmetrischen Elementen zusammen. Eines dieser Elemente ist in folgender Grafik dargestellt:



Die in der obigen Grafik markierte Kurve kann als Graph einer Polynomfunktion 4. Grades mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ dargestellt werden. Von dieser Funktion sind folgende Eigenschaften bekannt:

Bei $x = 22$ hat die Funktion f eine Nullstelle.
Der Punkt $(38|15)$ ist ein Hochpunkt.
Der Punkt $(47|13)$ ist ein Tiefpunkt.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem man die Koeffizienten dieser Polynomfunktion 4. Grades berechnen kann.

Strahlenbelastung * (A_207)

a) An einem bestimmten Tag wurden folgende Messwerte aufgezeichnet:

Uhrzeit in Stunden (h)	Dosisleistung in Millisievert pro Stunde (mSv/h)
0	0,0092
12	350
24	1050

Der zeitliche Verlauf der Dosisleistung wird durch die Funktion f beschrieben:

$f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

t ... Uhrzeit in Stunden (h)
$f(t)$ ... Dosisleistung zum Zeitpunkt t in Millisievert pro Stunde (mSv/h)

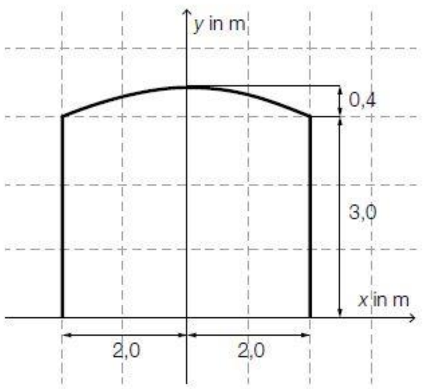
– Stellen Sie dasjenige Gleichungssystem auf, mit dem Sie die Koeffizienten a, b und c berechnen können.

Scheunentor * (A_277)

a) Der Bogen des Scheunentors kann näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion mit folgender Gleichung beschrieben werden (vergleiche nachstehende Abbildung):

$y = a \cdot x^2 + b$

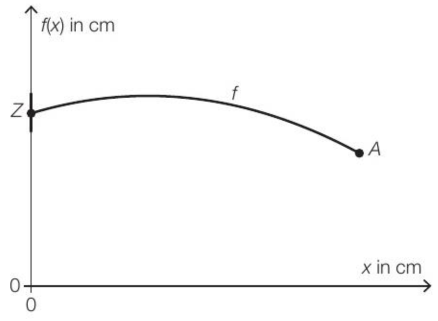
x, y ... Koordinaten in m



1) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b.

Darts * (A_302)

c) Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft die Flugbahn eines Dartpfeils zwischen dem Abwurfpunkt A und dem Zielpunkt Z.



Die Flugbahn kann in diesem Modell durch den Graphen der quadratischen Funktion f beschrieben werden:

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... horizontaler Abstand zur Dartscheibe in cm
$f(x)$ ... Höhe über dem Boden im Abstand x in cm

Der Zielpunkt Z befindet sich in einer Höhe von 173 cm über dem Boden.
Die größte Höhe von 182 cm über dem Boden erreicht der Pfeil an derjenigen Stelle, an der er vom Zielpunkt Z einen horizontalen Abstand von 75 cm hat.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

2) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c.

Pro Level

Spielefest (2) (A_137)

c) Beim Kirschkernweitspucken bekommt jedes Kind 2 Kirschen, deren Kerne es möglichst weit spucken soll. Die Flugbahn eines Kirschkerns kann modellhaft mit einer Polynomfunktion 2. Grades h beschrieben werden.
Thomas spuckt einen Kern aus einer Höhe von 1 m in einem Winkel von 45° nach oben weg. Der Kern fällt nach 8 m zu Boden.

– Stellen Sie mithilfe der gegebenen Bedingungen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von h auf.
– Berechnen Sie diese Koeffizienten.

Baumkronenpfad * (A_230)

c) Auf dem Schild zum Baumkronenpfad ist zu lesen: „Die maximale Höhe über dem Grund beträgt 10 Meter.“ Diese maximale Höhe wird in einer horizontalen Entfernung von 90 m vom Startpunkt erreicht.

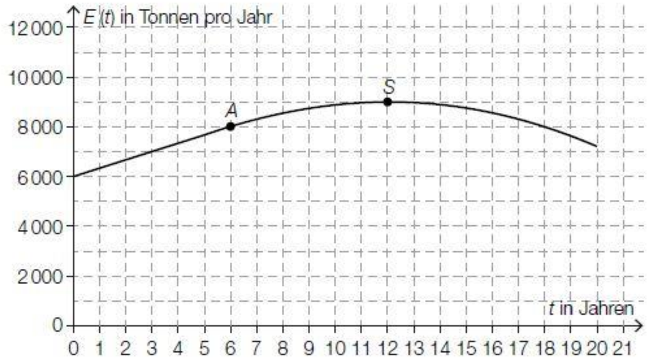
In 40 m horizontaler Entfernung vom Startpunkt beträgt die Höhe 8 m.
Die horizontale Entfernung zwischen Startpunkt und Endpunkt beträgt 160 m.
Im Anfangspunkt und im Endpunkt ist die Höhe 0 m.

Die Höhe über dem Grund abhängig von der horizontalen Entfernung vom Startpunkt soll näherungsweise mithilfe einer Polynomfunktion 4. Grades h mit
$h(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschrieben werden.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem die Koeffizienten dieser Funktion berechnet werden können.

Feinstaubemissionen (A_180)

a) Die Aufzeichnungen der durch den Straßenverkehr hervorgerufenen Feinstaubemissionen lassen sich annähernd durch die Funktion E modellieren, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist.



t … Zeit in Jahren nach Jahresbeginn 1990 mit $0 \leq t \leq 20$
$E(t)$ … Emission zur Zeit t in Tonnen pro Jahr

Die Funktion E verläuft in den ersten 6 Jahren linear und ab dem Zeitpunkt $t = 6$ quadratisch:

$$E(t) = \begin{cases} \boxed{} & \text{für } 0 \leq t < 6 \\ a \cdot t^2 + b \cdot t + c & \text{für } 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

– Ergänzen Sie den fehlenden Ausdruck in der obigen Funktionsgleichung.
– Erstellen Sie mithilfe der Informationen, die Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Punkten A und S (= Scheitelpunkt der Parabel) entnehmen können, ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.
– Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c.

Gebaeudetechnik * (B_260)

a) Die mittlere Tagestemperatur in Bregenz soll für einen bestimmten Zeitraum durch eine Polynomfunktion 3. Grades T angenähert werden:

$T(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

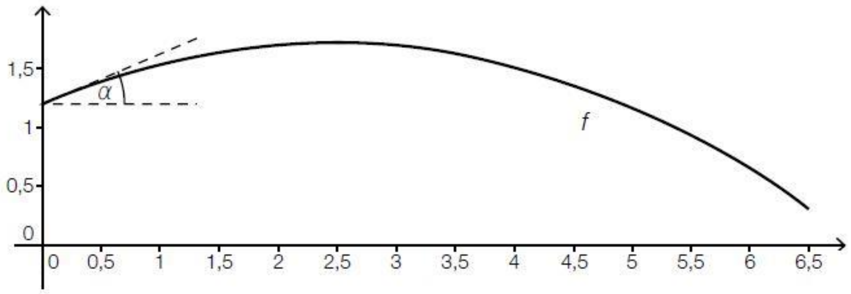
t … Zeit in Tagen
$T(t)$ … mittlere Tagestemperatur zur Zeit t in °C

Es wurden folgende Daten ermittelt:
Zu Beginn der Beobachtung ($t = 0$) lag die mittlere Tagestemperatur bei –5 °C.
Zur Zeit $t = 98$ Tage betrug sie +8 °C; zu dieser Zeit lag auch der Wendepunkt des Temperaturverlaufs vor.
Zur Zeit $t = 210$ Tage erreichte die mittlere Tagestemperatur +20 °C.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten dieser Polynomfunktion.

Weitsprung (2) (A_213)

a) Der Körperschwerpunkt eines Weitspringers befindet sich beim Absprung in einer Höhe von 1,2 m. Der Absprungwinkel α beträgt 23°. Die Sprungweite beträgt 6,5 m. An der Stelle der Landung befindet sich der Körperschwerpunkt 30 cm über dem Boden.
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Funktion f dargestellt.



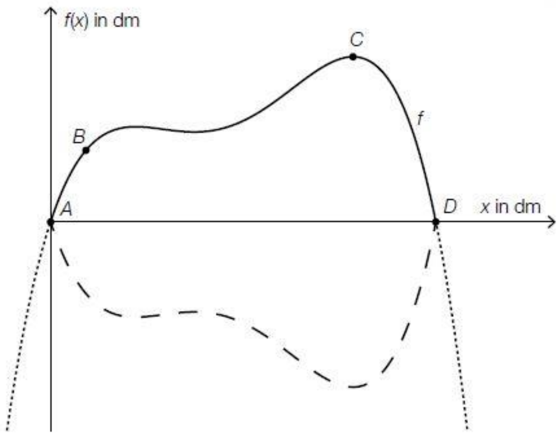
$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x … horizontale Entfernung des Körperschwerpunkts von der Absprungstelle in m
$f(x)$ … Höhe des Körperschwerpunkts in der Entfernung x in m

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung des Koeffizienten a, b und c.

Abrissbirnen (1) * (B_012)

b) Eine andere Abrissbirne kann als Körper modelliert werden, der durch Rotation des Graphen der Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ um die x-Achse entsteht.



Dabei gilt:
$A = (0|0)$, $B = (1{,}1|2{,}2)$, $C = (9{,}4|5{,}1)$, $D = (12|0)$
Im Punkt C hat die Abrissbirne den größten Durchmesser.

– Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu A, B, C und D ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Polynomfunktion f.
– Ermitteln Sie die Koeffizienten von f.

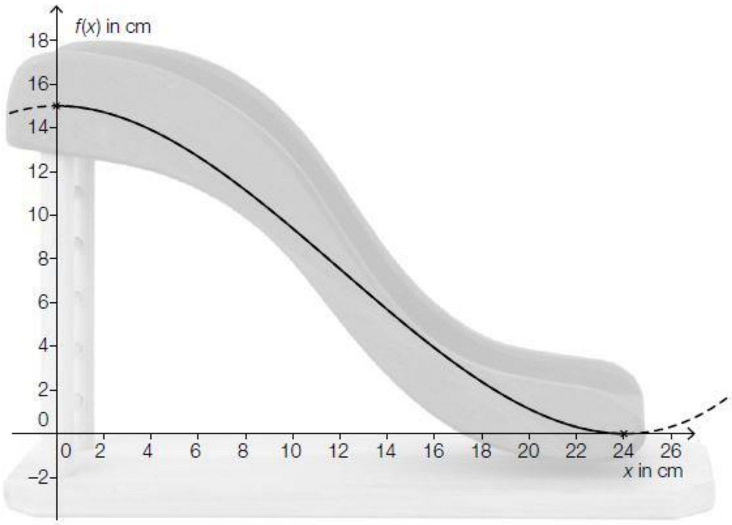
Puppenrutsche * (B_373)

a) In der unten stehenden Abbildung ist eine Puppenrutsche dargestellt. Das seitliche Profil dieser Puppenrutsche kann annähernd durch eine Polynomfunktion 3. Grades f modelliert werden:

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $0 \leq x \leq 24$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

Der Graph der Funktion f hat an den Stellen $x = 0$ und $x = 24$ jeweils eine horizontale Tangente.

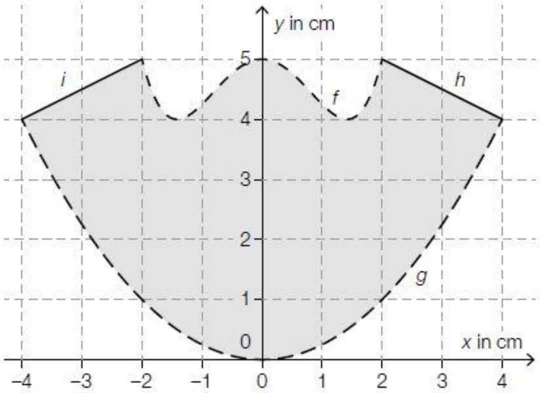


Bildquelle: http://www.spielzeug-truhe.de/artikel-277.htm [01.12.2014] (adaptiert).

1) Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion berechnet werden können.

Skulptur * (B_464)

Eine Skulptur wird von oben betrachtet. Die Deckfläche ist waagrecht und eben. Sie ist in der nachstehenden Abbildung in einem Koordinatensystem dargestellt. Dabei ist die Deckfläche symmetrisch zur y-Achse und wird durch die Graphen der Funktionen f, g, h und i begrenzt.



b) Für die Funktion f gilt:

$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$

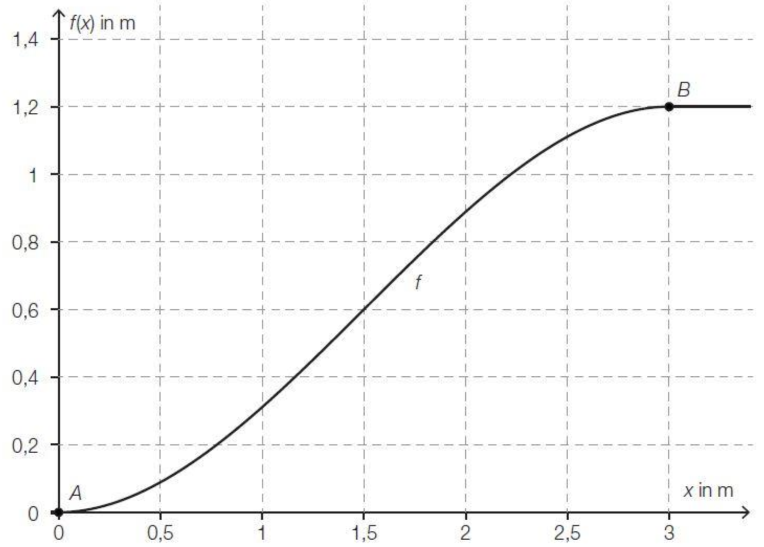
Es gilt: $f'(1) = -1$

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

2) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c.

Minigolf * (B_323)

a) Ein Minigolfball soll von der horizontalen Abschlagfläche auf eine höhergelegene horizontale Plattform gerollt werden. Der Verlauf der Bahn im Querschnitt kann näherungsweise durch den Graphen einer Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden. Die Bahn soll in den Punkten A und B knickfrei auf die jeweilige Ebene führen (siehe nachstehende Abbildung). Knickfrei bedeutet, dass die Funktionen an diesen Stellen den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben.



– Geben Sie an, welche Steigung die Funktion f in den Punkten A und B haben muss.
– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f.
– Berechnen Sie die Koeffizienten der Funktion f.

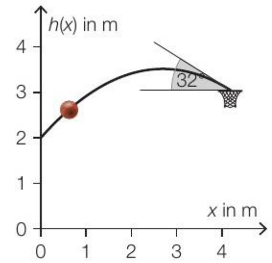
Basketball (A_081)

a) Beim Freiwurf wird der Ball von der Freiwurflinie aus geworfen. Die Mitte des Korbrings hat von der Freiwurflinie eine waagrechte Entfernung von 4,191 m und ist in 3,05 m Höhe montiert. Die Flugbahn des Basketballs bei einem bestimmten Freiwurf kann annähernd durch die Funktion h beschrieben werden:

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x … waagrechte Entfernung von der Freiwurflinie in m
$h(x)$ … Höhe des Balles in der Entfernung x in m

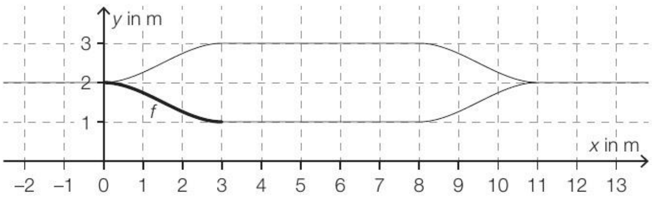
Der Ball wird aus 2 m Höhe geworfen und fällt mit einem Einfallswinkel von 32° genau durch die Mitte des Korbrings (siehe nebenstehende Abbildung).



– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

Standseilbahnen * (A_290)

b) Bei den meisten Standseilbahnen gibt es in der Mitte der Strecke eine Ausweichstelle, bei der der talwärts fahrende Wagen dem bergwärts fahrenden Wagen ausweichen kann.
In der nachstehenden Abbildung ist eine solche Ausweichstelle modellhaft dargestellt.



Der Funktionsgraph von f schließt an den Stellen 0 und 3 knickfrei an die eingezeichneten Geradenstücke an. „Knickfrei" bedeutet, dass die Funktionen an denjenigen Stellen, an denen ihre Graphen aneinander anschließen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben.

Für die Funktion f gilt:

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

x, $f(x)$ … Koordinaten in m

Die Koeffizienten a, b, c und d können mithilfe eines linearen Gleichungssystems berechnet werden. Der Ansatz für zwei der benötigten Gleichungen lautet:

$27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = \boxed{}$

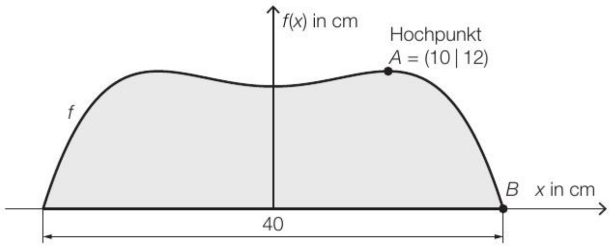
$27 \cdot a + 6 \cdot b + c = \boxed{}$

1) Vervollständigen Sie mithilfe der obigen Abbildung die beiden Gleichungen, indem Sie jeweils die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen schreiben.

2) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Wert des Koeffizienten d ab.

Stand-up-Paddling * (B_480)

a) In der nachstehenden Abbildung ist der Umriss des hinteren Teils eines Boards von oben betrachtet dargestellt. Die Begrenzungslinie kann näherungsweise durch eine Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$ beschrieben werden.



x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu A und B ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

2) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c.

Obstfliegenfalle * (B_486)

b) Die äußere Begrenzungslinie einer anderen, zur Seite gekippten Obstfliegenfalle soll durch eine Polynomfunktion 5. Grades p mit $p(x) = a \cdot x^5 + b \cdot x^4 + c \cdot x^3 + d \cdot x^2 + e \cdot x + f$ modelliert werden.

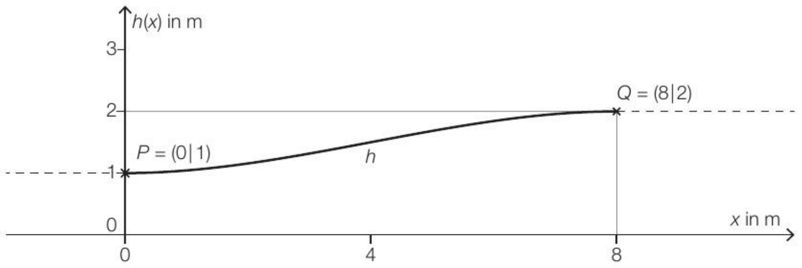
Die lokalen Extrempunkte von p haben die Koordinaten $(1{,}5\,|\,3)$ und $(9\,|\,1)$.

1) Erstellen Sie alle Gleichungen zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion p, die sich aus diesen Informationen ergeben.

2) Begründen Sie, warum die Koeffizienten der Funktion p mithilfe dieser Gleichungen nicht eindeutig bestimmt werden können.

Foerderband * (B_525)

Ein neues Förderband wird geplant (siehe unten stehende Abbildung). Es soll bis zum Punkt P horizontal verlaufen, dann einen Höhenunterschied von 1 m überwinden und ab dem Punkt Q wieder horizontal verlaufen. Im Intervall $0 \leq x \leq 8$ soll der Verlauf des Förderbands mithilfe einer Funktion h beschrieben werden.



Für die Modellierung der Funktion h werden verschiedene Varianten überlegt. Der Graph der Funktion h soll durch die Punkte P und Q verlaufen und dort jeweils eine waagrechte Tangente haben.

a) Im Modell A wird der Verlauf des Förderbands im Intervall $0 \leq x \leq 8$ durch die Polynomfunktion 3. Grades h mit $h(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von h.

2) Berechnen Sie diese Koeffizienten.

Koerpermasse (1) * (B_533)

c) Der Median des Körperfettanteils von Burschen ist altersabhängig (siehe nachstehende Tabelle).

Alter in Jahren	10	12	14	16
Median des Körperfettanteils in Prozent	18,9	17,8	14,1	15,7

Der Median des Körperfettanteils kann in Abhängigkeit vom Alter t durch die Polynomfunktion 3. Grades f mit $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ modelliert werden.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f. *[0/1 P.]*

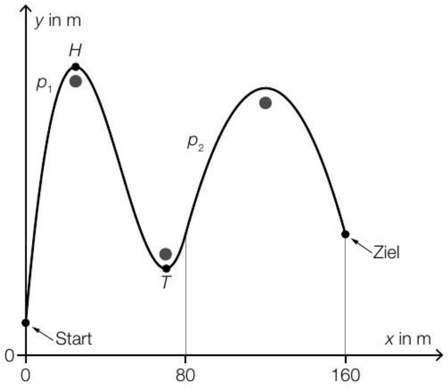
2) Berechnen Sie diese Koeffizienten. *[0/1 P.]*

Eine Polynomfunktion 3. Grades h mit $h(x) = a_1 \cdot x^3 + b_1 \cdot x^2 + c_1 \cdot x + d_1$ hat 2 lokale Extremstellen.

3) Geben Sie an, welches Vorzeichen die Diskriminante der Gleichung $h'(x) = 0$ haben muss. Begründen Sie Ihre Entscheidung. *[0/1 P.]*

Stand-up-Paddling (1) * (A_317)

b) Barbaras Stand-up-Paddling-Trainingsstrecke verläuft um 3 Bojen herum (siehe nachstehende Abbildung).



In einem Modell kann der Verlauf von Barbaras Trainingsstrecke durch die Graphen der Funktionen p_1 und p_2 beschrieben werden.

Es gilt:

$p_1(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \text{mit} \quad 0 \leq x < 80$

Die Punkte $H = (25|200)$ und $T = (70|60)$ sind Extrempunkte des Graphen der Funktion p_1.

1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu H und T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b, c und d. *[0/1/2 P.]*

Der Graph der quadratischen Funktion p_2 beschreibt den Verlauf von Barbaras Trainingsstrecke für $80 \leq x \leq 160$ (siehe obige Abbildung).

2) Kreuzen Sie diejenige Ungleichung an, die auf die Funktion p_2 <u>nicht</u> zutrifft. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

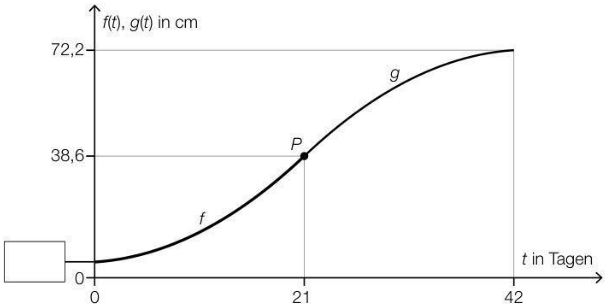
$p_2'(150) < 0$	☐
$p_2'(90) > 0$	☐
$p_2''(90) > 0$	☐
$p_2(150) > 0$	☐
$p_2''(150) < 0$	☐

Sonnenblumen * (A_329)

a) Die Höhe einer bestimmten Sonnenblume lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch die zwei quadratischen Funktionen f und g beschreiben. Die Graphen dieser beiden Funktionen gehen im Punkt P mit gleicher Steigung ineinander über. (Siehe unten stehende Abbildung.)

$f(t) = \frac{1}{15} \cdot t^2 + 0{,}2 \cdot t + 5 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 21$
$g(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \quad \text{mit} \quad 21 \leq t \leq 42$

$t \in [0; 42]$ ... Zeit ab dem Beobachtungsbeginn in Tagen
$f(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zur Zeit t in cm
$g(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zur Zeit t in cm



1) Tragen Sie in der obigen Abbildung den fehlenden Wert der Achsenbeschriftung in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c der Funktion g.

Flugzeuge (3) * (B_598)

c) Ein Flugzeug befindet sich im Landeanflug auf einen Flughafen. Nachdem es einen Kontrollpunkt überflogen hat, kann seine Höhe über der Landebahn näherungsweise durch die Polynomfunktion 3. Grades h beschrieben werden.

$h(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

x ... waagrechte Entfernung vom Kontrollpunkt in km
$h(x)$ ... Höhe über der Landebahn in der Entfernung x in m

In einer waagrechten Entfernung von 12 km vom Kontrollpunkt nimmt die Höhe pro km waagrechter Entfernung am stärksten ab.

1) Tragen Sie die fehlenden Zeichen („<", „=" oder „>") in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$h'(12) \ \square \ 0$

$h''(12) \ \square \ 0$

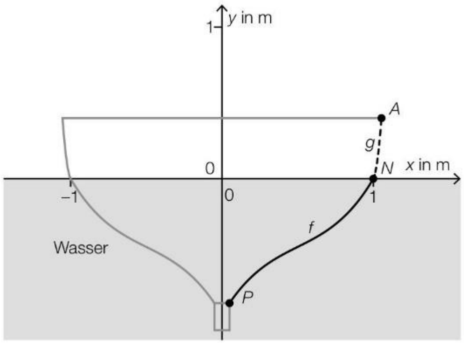
Der Graph der Funktion h hat den Wendepunkt $W = (12 \mid 1\,000)$ und den Tiefpunkt $T = (24 \mid 0)$.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion h.

3) Berechnen Sie die Koeffizienten der Funktion h.

Ruderboot * (A_343)

In der nachstehenden Abbildung ist der zur y-Achse symmetrische Querschnitt eines Ruderboots modellhaft dargestellt.



Der Graph der Funktion f ist die Begrenzungslinie des Querschnitts vom Punkt P bis zum Punkt N.

Der Graph der quadratischen Funktion g ist die Begrenzungslinie des Querschnitts vom Punkt N bis zum Punkt A.

Für die Funktion f gilt:

$f(x) = 1{,}6 \cdot x^3 - 2{,}4 \cdot x^2 + 1{,}7 \cdot x - 0{,}9$

a) Im Punkt $N = (1\,|\,0)$ haben die Funktionen f und g die gleiche Steigung.
Der Graph von g verläuft durch den Punkt $A = (1{,}05\,|\,0{,}35)$.

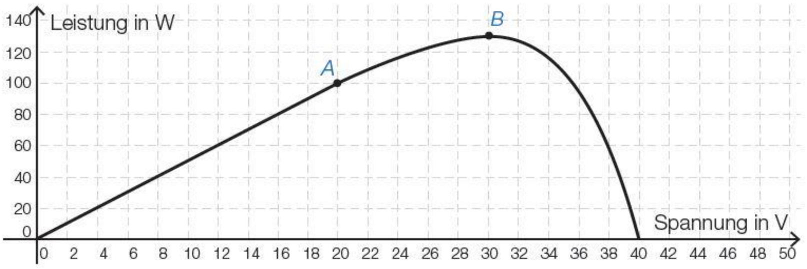
1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der quadratischen Funktion g.

2) Berechnen Sie die Koeffizienten von g.

All Star Level

Solarzelle (B_262)

a) In der nachstehenden Grafik ist die Leistungskurve einer Solarzelle dargestellt:



Der Verlauf der Leistungskurve wird im Intervall [0; 20] durch eine lineare Funktion und im Intervall [20; 40] durch eine Polynomfunktion 4. Grades f mit
$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschrieben. Im Punkt A stimmt die Steigung der beiden Funktionen überein. Im Punkt B nimmt der Funktionsgraph der Polynomfunktion 4. Grades einen Hochpunkt an. Die maximale Leistung der Solarzelle beträgt an dieser Stelle 130 W.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion berechnet werden können.

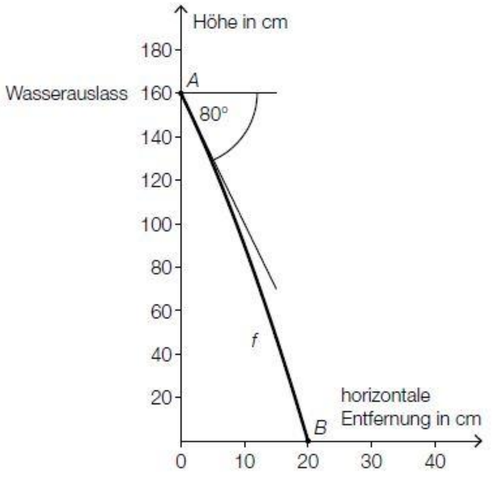
Skatepark (2) * (A_246)

d) Im Skatepark steht Trinkwasser zur Verfügung. An einer Wand ist ein Wasserauslass montiert, aus dem unter einem Tiefenwinkel von 80° ein Wasserstrahl austritt. Der Verlauf des Wasserstrahls kann näherungsweise durch den Graphen einer Funktion f dargestellt werden:

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... horizontale Entfernung von der Wand in Zentimetern (cm)
$f(x)$ ... Höhe an der Stelle x in cm

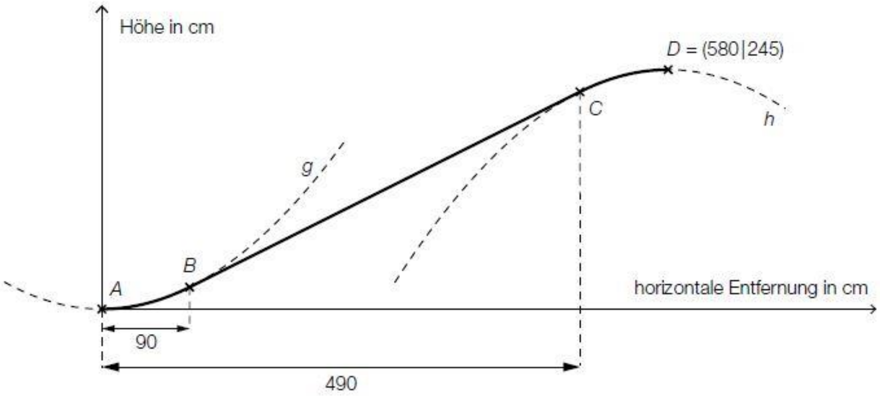
Der Graph der Funktion f ist im nachstehenden Diagramm dargestellt.



– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten a, b und c der Funktion f ermittelt werden können. Verwenden Sie dabei die Punkte A und B sowie den angegebenen Winkel.

Rolltreppen * (A_259)

a) Die nachstehende Abbildung zeigt den schematischen Verlauf einer Rolltreppe. Dieser Verlauf setzt sich aus 2 Parabelstücken (Graphen der Funktionen g und h) zwischen den Punkten A und B bzw. C und D sowie einem geradlinig verlaufenden Stück zwischen den Punkten B und C zusammen. Die Übergänge in den Punkten B und C erfolgen knickfrei (das bedeutet, dass die Funktionen an den Stellen, an denen sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben).



Für die Funktion g gilt:

$g(x) = \frac{1}{360} \cdot x^2$

x ... horizontale Entfernung von der Einstiegsstelle in cm
$g(x)$ ... Höhe an der Stelle x in cm

– Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion g im Punkt B eine Steigung von 50 % aufweist.

Bei der Ausstiegsstelle (Punkt D) verläuft die Rolltreppe waagrecht.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten der Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ermittelt werden können.

Schuelerzahlen (A_215)

c) Die Entwicklung der Anzahl der Schüler/innen aller BHS in Oberösterreich in den Jahren 2000 bis 2013 lässt sich näherungsweise mithilfe der Funktion N beschreiben.

$N(t) = -35{,}5 \cdot t^2 + 635 \cdot t + 22\,072$

t ... Zeit in Jahren seit dem Jahr 2000 ($t = 0$ für das Jahr 2000)
$N(t)$ ... Anzahl der Schüler/innen zur Zeit t

– Berechnen Sie den mittleren Anstieg der Anzahl der Schüler/innen im Zeitraum von 2000 bis 2008.

Ab dem Jahr 2009 ist die Anzahl der Schüler/innen rückläufig. Experten gehen davon aus, dass der tiefste Wert (Minimum) im Jahr 2018 erreicht ist.

Es soll eine Polynomfunktion 3. Grades S erstellt werden, die den gleichen Anfangswert und den gleichen Extremwert wie die Funktion N hat und die Prognose für das Jahr 2018 berücksichtigt.

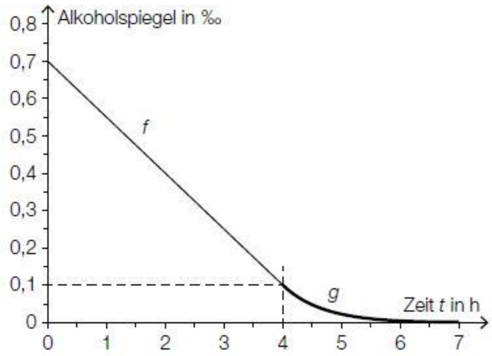
$S(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

$S(t)$ … Anzahl der Schüler/innen zur Zeit t

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b, c und d.

Alkoholspiegel (A_093)

b) Unterhalb eines Alkoholspiegels von 0,1 ‰ lässt sich der Abbau von Alkohol im Körper näherungsweise durch die Funktion g mit $g(t) = c \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ beschreiben.
In der nachstehenden Abbildung ist sowohl der lineare Teil (Funktion f) als auch der exponentielle Teil (Funktion g) eines Alkoholabbauprozesses dargestellt. Die beiden Funktionsgraphen schließen „knickfrei" aneinander an, das heißt, sie haben an der Stelle $t = 4$ denselben Funktionswert und dieselbe Steigung.



Die Parameter c und λ der Funktion g können mithilfe des folgenden Gleichungssystems berechnet werden.

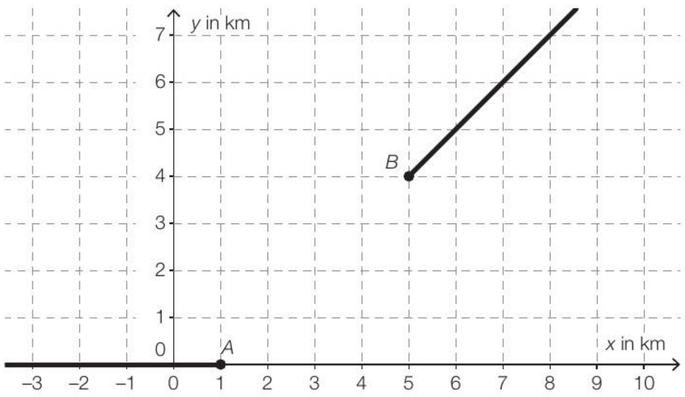
I: $c \cdot e^{-\lambda \cdot 4} = \boxed{}$

II: $\boxed{} \cdot e^{-\lambda \cdot 4} = -0{,}15$

– Ergänzen Sie die fehlenden Teile des obigen Gleichungssystems.

Strassenbahn (3) * (A_123)

b) In der nachstehenden Abbildung sind 2 geradlinige Gleise, die im Punkt A bzw. im Punkt B enden, modellhaft in der Ansicht von oben dargestellt.



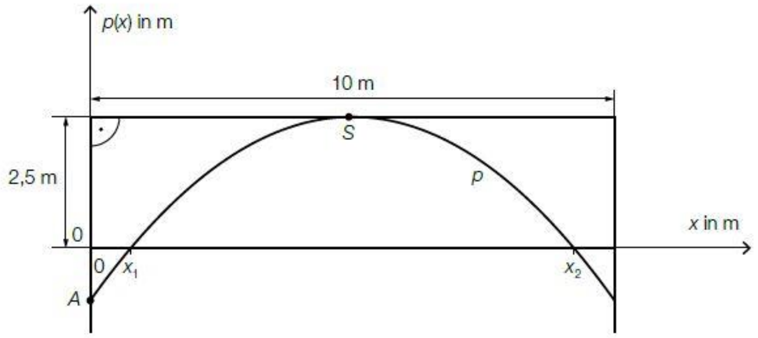
Diese Gleise sollen durch ein Gleisstück knickfrei verbunden werden. „Knickfrei" bedeutet, dass die entsprechenden Funktionen an den Stellen, an denen sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben.

Diese Gleisverbindung soll durch eine Polynomfunktion g mit
$g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ modelliert werden (x, $g(x)$ in km).

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion g.

Bruecken zwischen Gebaeuden (2) * (B_466)

b) Eine Brücke soll zwei Gebäude verbinden. Die Brücke mit 10 m Länge wird auf einem parabelförmigen Bogen gelagert, der als Graph einer Funktion p mit $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ modelliert werden kann. Der Bogen wird im Punkt $A = (0|-1)$ an der linken Gebäudemauer befestigt, der Scheitel ist im Punkt $S = (5|2{,}5)$ (siehe nachstehende Abbildung).



1) Berechnen Sie die Koeffizienten der Funktion p.

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mit dem folgenden Ausdruck berechnet werden kann:

$10 \cdot 2{,}5 - \int_{x_1}^{x_2} p(x)\,dx$

Im Punkt A wird die Tangente an den Graphen der Funktion p gelegt. Diese Tangente schließt mit der senkrechten Achse den spitzen Winkel β ein.

3) Kreuzen Sie die zutreffende Formel zur Berechnung des Winkels β an. *[1 aus 5]*

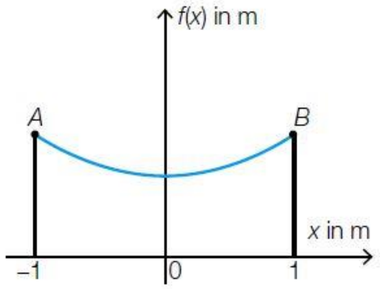
$\beta = 90° - \arctan(p'(0))$	☐
$\beta = \arctan\left(\frac{5}{3{,}5}\right)$	☐
$\beta = p'(0)$	☐
$\beta = \tan\left(\frac{5}{p(0)}\right)$	☐
$\beta = \tan(p'(0))$	☐

Durchhaengende Kette (A_214)

Eine durchhängende Kette zwischen 2 Masten gleicher Höhe, die 2 m voneinander entfernt sind, kann mit der Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = e^x + e^{-x}$

$|x|$ ... Abstand von der vertikalen Achse in m
$f(x)$ ... Höhe der Kette über dem Boden in m



a) Die Funktion f ist symmetrisch bezüglich der vertikalen Achse und kann näherungsweise auch durch eine quadratische Funktion g beschrieben werden. Der Graph der Funktion g enthält ebenfalls die Punkte A und B und hat den gleichen Tiefpunkt wie die Funktion f.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das zur Ermittlung der Koeffizienten von g benötigt wird.
– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.

Sitzgelegenheiten * (B_575)

a) Ein Teil des nebenstehend abgebildeten Sessels kann modellhaft durch die Graphen der Funktionen p, f und g beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).

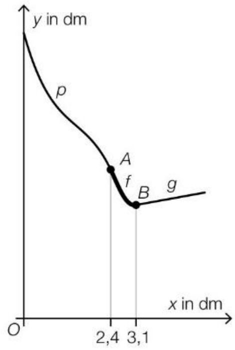
Bildquelle: © IKEA, https://www.ikea.com/at/de/images/products/poaeng-armchair-birch-veneer-hillared-anthracite__0497120_PE628947_S5.JPG?f=s [26.07.2021] (adaptiert).

Für die Funktionen p und f gilt:

$p(x) = -0{,}44 \cdot x^3 + 1{,}9 \cdot x^2 - 3{,}6 \cdot x + 7{,}9 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 2{,}4$

$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 - 148 \cdot x^2 + 275 \cdot x - 183 \quad \text{mit} \quad 2{,}4 \leq x \leq 3{,}1$

x, $p(x)$, $f(x)$ … Koordinaten in dm



Im Punkt A haben die Funktionen p und f den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a und b der Funktion f.

2) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b.

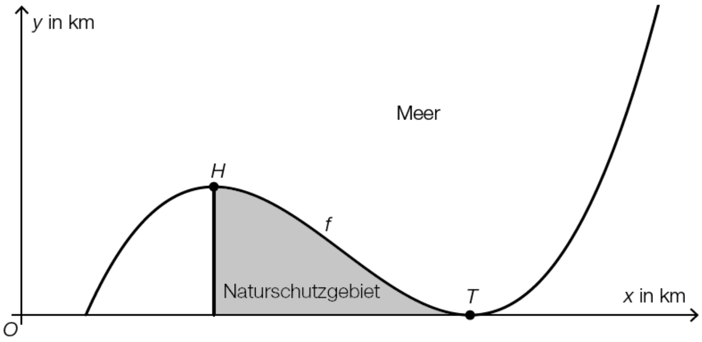
Die Gerade g ist Tangente an f im Punkt B.

3) Stellen Sie eine Gleichung der Tangente g auf.

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

a) In der nachstehenden Abbildung sind ein Teil der Küstenlinie dieser Insel und das Naturschutzgebiet (grau markiert) modellhaft dargestellt.



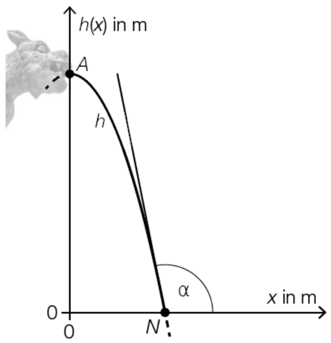
Diese Küstenlinie wird durch den Graphen der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben.
$H = (30|10)$ und $T = (70|0)$ sind die Extrempunkte der Funktion f.

1) Erstellen Sie mithilfe von H und T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.
2) Interpretieren Sie das Ergebnis des nachstehenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang unter der Bedingung, dass F eine Stammfunktion von f ist. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

   $F(70) - F(30) = 200$

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 2

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Wasserstrahl, der waagrecht aus einem Wasserspeier austritt, modellhaft dargestellt.



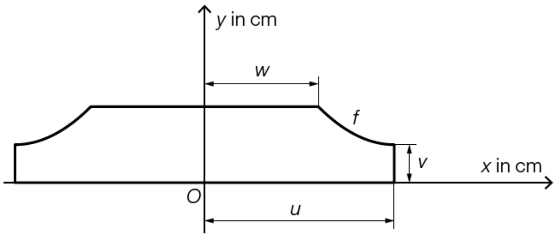
Bildquelle: Reinhold Möller – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Paris_Montmartre_Sacré-Cœur_Gargoyle--20140603-RM-160933.jpg [26.01.2021] (adaptiert).

Der Verlauf des Wasserstrahls kann näherungsweise durch die quadratische Funktion h beschrieben werden.
A ist der Hochpunkt der Funktion h.
Im Punkt $N = (0{,}4|0)$ trifft der Wasserstrahl unter einem Winkel von $\alpha = 101{,}31°$ auf dem Boden auf.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion h.

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 3

In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche dieser Rohrabdeckung in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.



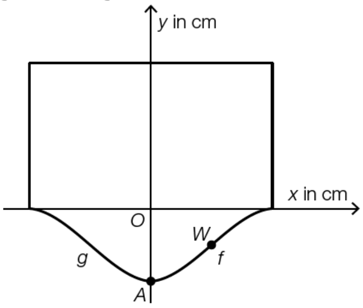
Ein Teil der Begrenzungslinie des Querschnitts kann durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ modelliert werden.

Der Scheitelpunkt der Funktion f hat die Koordinaten $(u|v)$.
Der Steigungswinkel an der Stelle w beträgt –45°.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.
   Verwenden Sie dabei u, v und w.

BHS Jänner 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 3

Diese Schilder sollen durch neue Schilder ersetzt werden. Die untere Begrenzungslinie wird dabei durch die Funktionen f und g beschrieben. Die nebenstehende Abbildung zeigt den Entwurf für ein solches neues Schild.



a) Für die Funktion f gilt:
   $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

   Der Punkt A hat die Koordinaten $(0|–15)$. Der Wendepunkt W hat die Koordinaten $(12{,}5|–7{,}5)$.
   Die Steigung der Tangente im Wendepunkt W beträgt 0,8625.

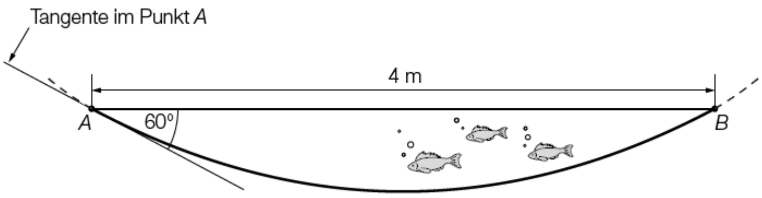
   1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu den Punkten A und W ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.

   Im Punkt A haben die beiden Funktionen f und g den gleichen Funktionswert.

   2) Vervollständigen Sie die nachstehende Funktionsgleichung von g.
      $g(x) = -a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - c \cdot x \,\square\, \boxed{}$

BHS Jänner 2021 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

Die Querschnittslinie eines Teichbodens kann zwischen den Punkten A und B näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ dargestellt werden (siehe nachstehende Abbildung).



– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f. Wählen Sie als Ursprung des Koordinatensystems den Punkt A. (A)

BHS Oktober 2020 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

Die Funktion p ist von der Form $p(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$.
Der Graph von p schneidet die x-Achse im Koordinatenursprung und an der Stelle $x = 2$.
Er verläuft durch den Punkt $(1 \mid 0{,}5)$ und ändert an der Stelle $x = \frac{7}{3}$ sein Krümmungsverhalten.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von p. (A)

Lösungen

Rookie Level

Angry Birds (1) * (B_377) Lösung

c) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$

I: $f(0) = 12$
II: $f(1) = 16$
III: $f(5) = 32$
IV: $f'(1) = 0$

Kraftstoffverbrauch (B_176) Lösung

a) $10 = 30^2 \cdot a + 30 \cdot b + c$
$9{,}40 = 50^2 \cdot a + 50 \cdot b + c$
$11{,}8 = 60^2 \cdot a + 60 \cdot b + c$

$K(v) = 0{,}009 \cdot v^2 - 0{,}75 \cdot v + 24{,}4$

Ortsumfahrung (A_013) Lösung

b) $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$h(0) = 4 \quad \Rightarrow \quad c = 4$
$h(4) = 0 \quad \Rightarrow \quad 16 \cdot a + 4 \cdot b + 4 = 0$
$h(2) = 1 \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot a + 2 \cdot b + 4 = 1$

Lösen des Gleichungssystems:
$a = 0{,}25,\; b = -2,\; c = 4$

$h(x) = 0{,}25 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4$

Gondelbahn auf den Untersberg * (A_224) Lösung

c) Gleichungssystem:
I. $456 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$
II. $740 = a \cdot 740^2 + b \cdot 740 + c$
III. $1\,148 = a \cdot 1\,385^2 + b \cdot 1\,385 + c$

Lösen dieses Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}0001796\ldots \approx 0{,}000180$
$b = 0{,}2508\ldots \approx 0{,}251$
$c = 456$

Snowboard (1) * (B_392) Lösung

a) $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$
$f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$

$f(22) = 0$		$22^4 \cdot a + 22^3 \cdot b + 22^2 \cdot c + 22 \cdot d + e = 0$
$f(38) = 15$		$38^4 \cdot a + 38^3 \cdot b + 38^2 \cdot c + 38 \cdot d + e = 15$
$f'(38) = 0$	oder:	$4 \cdot 38^3 \cdot a + 3 \cdot 38^2 \cdot b + 2 \cdot 38 \cdot c + d = 0$
$f(47) = 13$		$47^4 \cdot a + 47^3 \cdot b + 47^2 \cdot c + 47 \cdot d + e = 13$
$f'(47) = 0$		$4 \cdot 47^3 \cdot a + 3 \cdot 47^2 \cdot b + 2 \cdot 47 \cdot c + d = 0$

Strahlenbelastung * (A_207) Lösung

a) $0{,}0092 = c$
$350 = a \cdot 12^2 + b \cdot 12 + c$
$1\,050 = a \cdot 24^2 + b \cdot 24 + c$

Scheunentor * (A_277) Lösung

a1) Koordinatensystem in der Symmetrieachse:

$y(0) = 3{,}4$: $\quad 3{,}4 = b$

$y(2) = 3$: $\quad 3 = 4 \cdot a + 3{,}4 \quad \Rightarrow \quad a = -0{,}1$

Darts * (A_302) Lösung

c1) $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(0) = 173$
II: $f(75) = 182$
III: $f'(75) = 0$

oder:

I: $c = 173$
II: $5625 \cdot a + 75 \cdot b + c = 182$
III: $150 \cdot a + b = 0$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{1}{625} = -0{,}0016$
$b = \frac{6}{25} = 0{,}24$
$c = 173$

Pro Level

Spielefest (2) (A_137) Lösung

c) x ... horizontale Entfernung in m
$h(x)$ ... Höhe bei der Entfernung x in m

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$h(0) = 1$	*oder*	$c = 1$
$h(8) = 0$		$64 \cdot a + 8 \cdot b + c = 0$
$h'(0) = \tan(45°)$		$b = \tan(45°)$

$\Rightarrow \quad a = -\frac{9}{64}, \ b = 1, \ c = 1$

Baumkronenpfad * (A_230) Lösung

c) $h(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$
$h'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$

$h(0) = 0$
$h(40) = 8$
$h(90) = 10$
$h(160) = 0$
$h'(90) = 0$

oder:

$0 = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e$
$8 = a \cdot 40^4 + b \cdot 40^3 + c \cdot 40^2 + d \cdot 40 + e$
$10 = a \cdot 90^4 + b \cdot 90^3 + c \cdot 90^2 + d \cdot 90 + e$
$0 = a \cdot 160^4 + b \cdot 160^3 + c \cdot 160^2 + d \cdot 160 + e$
$0 = 4 \cdot a \cdot 90^3 + 3 \cdot b \cdot 90^2 + 2 \cdot c \cdot 90 + d$

Auch das Erstellen eines Gleichungssystems zur Berechnung der Koeffizienten von –h ist als richtig zu werten.

Feinstaubemissionen (A_180) Lösung

a)
$$E(t) = \begin{cases} \boxed{6000 + 333{,}\overline{3} \cdot t} & \text{für } 0 \leq t < 6 \\ a \cdot t^2 + b \cdot t + c & \text{für } 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

Für $6 \leq t \leq 20$ gilt: $E(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$
$E'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

$E(6) = 8000 \quad \Rightarrow \quad 36 \cdot a + 6 \cdot b + c = 8000$
$E(12) = 9000 \quad \Rightarrow \quad 144 \cdot a + 12 \cdot b + c = 9000$
$E'(12) = 0 \quad \Rightarrow \quad 24 \cdot a + b = 0$

Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{250}{9}, \ b = \frac{2000}{3}, \ c = 5000$

Gebaeudetechnik * (B_260) Lösung

a1) $T(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

$T''(t) = 6 \cdot a \cdot t + 2 \cdot b$

$T(0) = -5$

$T(98) = 8$

$T(210) = 20$

$T''(98) = 0$

oder:

$a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = -5$

$a \cdot 98^3 + b \cdot 98^2 + c \cdot 98 + d = 8$

$a \cdot 210^3 + b \cdot 210^2 + c \cdot 210 + d = 20$

$6 \cdot a \cdot 98 + 2 \cdot b = 0$

Weitsprung (2) (A_213) Lösung

a) I: $f(0) = 1{,}2$ bzw. $c = 1{,}2$

II: $f'(0) = \tan(23°)$ bzw. $b = \tan(23°)$

III: $f(6{,}5) = 0{,}3$ bzw. $42{,}25 \cdot a + 6{,}5 \cdot b + c = 0{,}3$

Abrissbirnen * (B_012) Lösung

b) $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$

$f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$

I: $f(0) = 0$

II: $f(1{,}1) = 2{,}2$

III: $f(9{,}4) = 5{,}1$

IV: $f(12) = 0$

V: $f'(9{,}4) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = 0$

II: $a \cdot 1{,}1^4 + b \cdot 1{,}1^3 + c \cdot 1{,}1^2 + d \cdot 1{,}1 + e = 2{,}2$

III: $a \cdot 9{,}4^4 + b \cdot 9{,}4^3 + c \cdot 9{,}4^2 + d \cdot 9{,}4 + e = 5{,}1$

IV: $a \cdot 12^4 + b \cdot 12^3 + c \cdot 12^2 + d \cdot 12 + e = 0$

V: $4 \cdot a \cdot 9{,}4^3 + 3 \cdot b \cdot 9{,}4^2 + 2 \cdot c \cdot 9{,}4 + d = 0$

Berechnung der Koeffizienten mittels Technologieeinsatz:

$a = -0{,}0066...$

$b = 0{,}1461...$

$c = -1{,}0476...$

$d = 2{,}9843...$

$e = 0$

Puppenrutsche * (B_373) Lösung

a1) I: $f(0) = 15$

II: $f(24) = 0$

III: $f'(0) = 0$

IV: $f'(24) = 0$

oder:

I: $d = 15$

II: $a \cdot 24^3 + b \cdot 24^2 + c \cdot 24 + d = 0$

III: $c = 0$

IV: $3 \cdot a \cdot 24^2 + 2 \cdot b \cdot 24 + c = 0$

Skulptur * (B_464) Lösung

b1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$

$f(0) = 5$
$f(2) = 5$
$f'(1) = -1$

oder:

$c = 5$
$16 \cdot a + 4 \cdot b + c = 5$
$4 \cdot a + 2 \cdot b = -1$

Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von f für das Erstellen des Gleichungssystems ist ebenfalls als richtig zu werten.

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}25$
$b = -1$
$c = 5$

Minigolf * (B_323) Lösung

a) Die Steigung der Funktion f muss in den Punkten A und B null sein.

I. $f'(0) = 0$
II. $f'(3) = 0$
III. $f(0) = 0$
IV. $f(3) = 1{,}2$

Lösen des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{4}{45}$; $b = \frac{2}{5}$; $c = 0$; $d = 0$

Basketball (A_081) Lösung

a) I: $h(0) = 2$
II: $h(4{,}191) = 3{,}05$
III: $h'(4{,}191) = -\tan(32°)$

oder:

I: $c = 2$
II: $4{,}191^2 \cdot a + 4{,}191 \cdot b + c = 3{,}05$
III: $2 \cdot 4{,}191 \cdot a + b = -\tan(32°)$

Standseilbahnen * (A_290) Lösung

b1) $27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = \boxed{1}$
$27 \cdot a + 6 \cdot b + c = \boxed{0}$

Stand-up-Paddling * (B_480) Lösung

a1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$

I: $f(20) = 0$
II: $f(10) = 12$
III: $f'(10) = 0$

oder:

I: $a \cdot 20^4 + b \cdot 20^2 + c = 0$
II: $a \cdot 10^4 + b \cdot 10^2 + c = 12$
III: $4 \cdot a \cdot 10^3 + 2 \cdot b \cdot 10 = 0$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{1}{7\,500} = -0{,}00013...$

$b = \frac{2}{75} = 0{,}026...$

$c = \frac{32}{3} = 10{,}66...$

Obstfliegenfalle * (B_486) Lösung

b1) $p'(x) = 5 \cdot a \cdot x^4 + 4 \cdot b \cdot x^3 + 3 \cdot c \cdot x^2 + 2 \cdot d \cdot x + e$

I: $p(1{,}5) = 3$
II: $p(9) = 1$
III: $p'(1{,}5) = 0$
IV: $p'(9) = 0$

oder:

I: $7{,}59375 \cdot a + 5{,}0625 \cdot b + 3{,}375 \cdot c + 2{,}25 \cdot d + 1{,}5 \cdot e + f = 3$
II: $59\,049 \cdot a + 6\,561 \cdot b + 729 \cdot c + 81 \cdot d + 9 \cdot e + f = 1$
III: $25{,}3125 \cdot a + 13{,}5 \cdot b + 6{,}75 \cdot c + 3 \cdot d + e = 0$
IV: $32\,805 \cdot a + 2\,916 \cdot b + 243 \cdot c + 18 \cdot d + e = 0$

b2) Zur Berechnung der 6 Koeffizienten der Funktion p wären 6 Gleichungen notwendig.

Foerderband * (B_525) Lösung

a1) $h'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $h(0) = 1$
II: $h(8) = 2$
III: $h'(0) = 0$
IV: $h'(8) = 0$

oder:

I: $d = 1$
II: $512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + d = 2$
III: $c = 0$
IV: $192 \cdot a + 16 \cdot b + c = 0$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{1}{256} = -0{,}00390...$

$b = \frac{3}{64} = 0{,}0468...$

$c = 0$

$d = 1$

Koerpermasse (1) * (B_533) Lösung

c1) I: $f(10) = 18{,}9$
II: $f(12) = 17{,}8$
III: $f(14) = 14{,}1$
IV: $f(16) = 15{,}7$

oder:

I: $a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d = 18{,}9$
II: $a \cdot 12^3 + b \cdot 12^2 + c \cdot 12 + d = 17{,}8$
III: $a \cdot 14^3 + b \cdot 14^2 + c \cdot 14 + d = 14{,}1$
IV: $a \cdot 16^3 + b \cdot 16^2 + c \cdot 16 + d = 15{,}7$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = \frac{79}{480} = 0{,}1645\ldots$

$b = -\frac{25}{4} = -6{,}25$

$c = \frac{1849}{24} = 77{,}04\ldots$

$d = -\frac{2911}{10} = -291{,}1$

c3) Das Vorzeichen der Diskriminante ist positiv, weil die quadratische Funktion h' zwei Nullstellen hat.

Stand-up-Paddling (1) * (A_317) Lösung

b1) $p_1'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $p_1(25) = 200$
II: $p_1(70) = 60$
III: $p_1'(25) = 0$
IV: $p_1'(70) = 0$

oder:

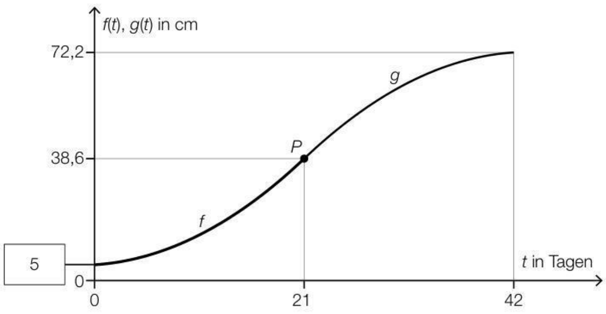
I: $15625 \cdot a + 625 \cdot b + 25 \cdot c + d = 200$
II: $343000 \cdot a + 4900 \cdot b + 70 \cdot c + d = 60$
III: $1875 \cdot a + 50 \cdot b + c = 0$
IV: $14700 \cdot a + 140 \cdot b + c = 0$

b2)

$p_2''(90) > 0$	☒

Sonnenblumen * (A_329) Lösung

a1)



a2) $f'(t) = \frac{2}{15} \cdot t + 0{,}2$
$g'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$
I: $g(21) = 38{,}6$
II: $g(42) = 72{,}2$
III: $g'(21) = f'(21)$

oder:

I: $21^2 \cdot a + 21 \cdot b + c = 38{,}6$
II: $42^2 \cdot a + 42 \cdot b + c = 72{,}2$
III: $42 \cdot a + b = 3$

Lösung: Flugzeuge (3) * (B_598)

c1) $h'(12) \boxed{<} 0$

$h''(12) \boxed{=} 0$

c2) $h'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$h''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $h(12) = 1\,000$
II: $h''(12) = 0$
III: $h(24) = 0$
IV: $h'(24) = 0$

oder:

I: $12^3 \cdot a + 12^2 \cdot b + 12 \cdot c + d = 1\,000$
II: $6 \cdot a \cdot 12 + 2 \cdot b = 0$
III: $24^3 \cdot a + 24^2 \cdot b + 24 \cdot c + d = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 24^2 + 2 \cdot b \cdot 24 + c = 0$

c3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{125}{432} = 0{,}289...$
$b = -\frac{125}{12} = -10{,}4...$
$c = 0$
$d = 2\,000$

Lösung: Ruderboot * (A_343)

a1) $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$g'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $g(1{,}05) = 0{,}35$
II: $g(1) = 0$
III: $g'(1) = f'(1) = 1{,}7$

oder:

I: $a \cdot 1{,}05^2 + b \cdot 1{,}05 + c = 0{,}35$
II: $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0$
III: $2 \cdot a \cdot 1 + b = 1{,}7$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 106$
$b = -210{,}3$
$c = 104{,}3$

All Star Level

Solarzelle (B_262) Lösung

a) Aufstellen des Gleichungssystems:

I: $f(20) = 100 \Rightarrow 160\,000 \cdot a + 8\,000 \cdot b + 400 \cdot c + 20 \cdot d + e = 100$

II: $f'(20) = 5 \Rightarrow 32\,000 \cdot a + 1\,200 \cdot b + 40 \cdot c + d = 5$

III: $f(30) = 130 \Rightarrow 810\,000 \cdot a + 27\,000 \cdot b + 900 \cdot c + 30 \cdot d + e = 130$

IV: $f'(30) = 0 \Rightarrow 108\,000 \cdot a + 2\,700 \cdot b + 60 \cdot c + d = 0$

V: $f(40) = 0 \Rightarrow 2\,560\,000 \cdot a + 64\,000 \cdot b + 1\,600 \cdot c + 40 \cdot d + e = 0$

Skatepark (2) * (A_246) Lösung

d) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$f(0) = 160$ | | $c = 160$
$f(20) = 0$ | *oder:* | $400 \cdot a + 20 \cdot b + c = 0$
$f'(0) = \tan(-80°)$ | | $b = \tan(-80°)$

Rolltreppen * (A_259) Lösung

a) $g'(x) = \frac{1}{180} \cdot x$

$g'(90) = 0{,}5$

Die Steigung beträgt also 50 %.

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$h(580) = 245$

$h'(580) = 0$

$h'(490) = 0{,}5$

oder:

$a \cdot 580^2 + b \cdot 580 + c = 245$

$2 \cdot a \cdot 580 + b = 0$

$2 \cdot a \cdot 490 + b = 0{,}5$

Schuelerzahlen (A_215) Lösung

c) $\frac{N(8) - N(0)}{8 - 0} = \frac{24\,880 - 22\,072}{8} = 351$

Der mittlere Anstieg der Anzahl der Schüler/innen im Zeitraum von 2000 bis 2008 beträgt 351 Schüler/innen pro Jahr.

Berechnung des Hochpunkts $(t_{max}|N_{max})$ von N mittels Technologieeinsatz:

$t_{max} = \frac{635}{71}$, $N_{max} \approx 24\,912$

Gleichungssystem:

I: $S(0) = 22\,072$ bzw. $d = 22\,072$

II: $S(t_{max}) = N_{max}$ bzw. $a \cdot \left(\frac{635}{71}\right)^3 + b \cdot \left(\frac{635}{71}\right)^2 + c \cdot \left(\frac{635}{71}\right) + d = 24\,912$

III: $S'(t_{max}) = 0$ bzw. $a \cdot 3 \cdot \left(\frac{635}{71}\right)^2 + b \cdot 2 \cdot \left(\frac{635}{71}\right) + c = 0$

IV: $S'(18) = 0$ bzw. $a \cdot 3 \cdot 18^2 + b \cdot 2 \cdot 18 + c = 0$

Alkoholspiegel (A_093) Lösung

b) I: $c \cdot e^{-\lambda \cdot 4} = \boxed{0{,}1}$

II: $\boxed{-\lambda \cdot c} \cdot e^{-\lambda \cdot 4} = -0{,}15$

Strassenbahn (3) * (A_123) Lösung

b1) $g'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$g(1) = 0$
$g(5) = 4$
$g'(1) = 0$
$g'(5) = 1$

oder:

$a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 0$
$a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 4$
$3 \cdot a \cdot 1^2 + 2 \cdot b \cdot 1 + c = 0$
$3 \cdot a \cdot 5^2 + 2 \cdot b \cdot 5 + c = 1$

Bruecken zwischen Gebaeuden (2) * (B_466) Lösung

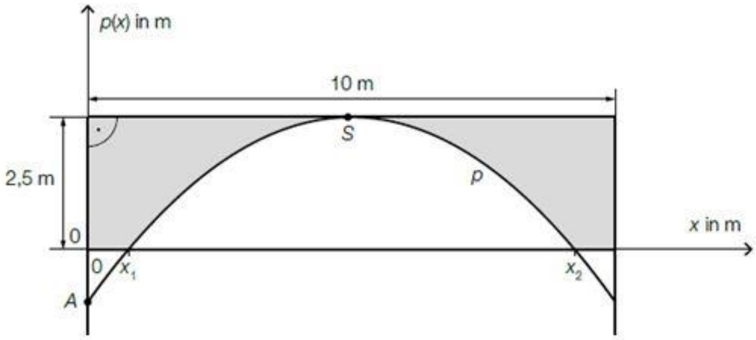
b1) $p(0) = -1$
$p(5) = 2{,}5$
$p(10) = -1$

oder:

$c = -1$
$a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 2{,}5$
$a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = -1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{7}{50}$, $b = \frac{7}{5}$, $c = -1$

b2)



b3)

$\beta = 90° - \arctan(p'(0))$	☒

Durchhaengende Kette (A_214) Lösung

a) Eine quadratische Funktion g, die symmetrisch zur vertikalen Achse ist, hat die allgemeine Funktionsgleichung $g(x) = a \cdot x^2 + c$.

$B = (1|f(2)) = (1|3{,}086...)$
Tiefpunkt $= (0|f(0)) = (0|2)$

Die Lösung des Gleichungssystems:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I: } g(1) = 3{,}086\ldots & \Rightarrow\ a + c = 3{,}086\ldots \\ \text{II: } g(0) = 2 & \Rightarrow\ c = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow\ a = 1{,}086\ldots$$

$g(x) = 1{,}086\ldots \cdot x^2 + 2$

Das Einsetzen von 3 Punkten in die Funktionsgleichung der allgemeinen quadratischen Funktion ist ebenfalls richtig.

Lösung: Sitzgelegenheiten * (B_575)

a1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 - 296 \cdot x + 275$
$p'(x) = -1{,}32 \cdot x^2 + 3{,}8 \cdot x - 3{,}6$

I: $f(2{,}4) = p(2{,}4)$
II: $f'(2{,}4) = p'(2{,}4)$

oder:

I: $a \cdot 2{,}4^4 + b \cdot 2{,}4^3 - 148 \cdot 2{,}4^2 + 275 \cdot 2{,}4 - 183 = 4{,}12...$
II: $4 \cdot a \cdot 2{,}4^3 + 3 \cdot b \cdot 2{,}4^2 - 296 \cdot 2{,}4 + 275 = -2{,}08...$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{41\,185}{13\,824} = -2{,}97...$

$b = \frac{747\,571}{21\,600} = 34{,}60...$

a3) $g(x) = k \cdot x + d$

$k = f'(3{,}1) = 0{,}1815...$
$d = f(3{,}1) - 3{,}1 \cdot k = 3{,}140... - 3{,}1 \cdot 0{,}1815... = 2{,}577...$

$g(x) = 0{,}1815... \cdot x + 2{,}577...$

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

a1) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $f(30) = 10$
II: $f(70) = 0$
III: $f'(30) = 0$
IV: $f'(70) = 0$

oder:

I: $a \cdot 30^3 + b \cdot 30^2 + c \cdot 30 + d = 10$
II: $a \cdot 70^3 + b \cdot 70^2 + c \cdot 70 + d = 0$
III: $3 \cdot a \cdot 30^2 + 2 \cdot b \cdot 30 + c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 70^2 + 2 \cdot b \cdot 70 + c = 0$

a2) Der Flächeninhalt des Naturschutzgebiets beträgt 200 km^2.

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 2

b1) $h(x) = a \cdot x^2 + c$
$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x$

I: $h(0{,}4) = 0$
II: $h'(0{,}4) = \tan(101{,}31°)$

oder:

I: $a \cdot 0{,}4^2 + c = 0$
II: $0{,}8 \cdot a = \tan(101{,}31°)$

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 3

a1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(u) = v$
II: $f'(u) = 0$
III: $f'(w) = -1$

oder:

I: $a \cdot u^2 + b \cdot u + c = v$
II: $2 \cdot a \cdot u + b = 0$
III: $2 \cdot a \cdot w + b = -1$

BHS Jänner 2022 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 3

a1) $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $f(0) = -15$
II: $f(12{,}5) = -7{,}5$
III: $f'(12{,}5) = 0{,}8625$
IV: $f''(12{,}5) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = -15$
II: $a \cdot 12{,}5^3 + b \cdot 12{,}5^2 + c \cdot 12{,}5 + d = -7{,}5$
III: $3 \cdot a \cdot 12{,}5^2 + 2 \cdot b \cdot 12{,}5 + c = 0{,}8625$
IV: $6 \cdot a \cdot 12{,}5 + 2 \cdot b = 0$

a2) $g(x) = -a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - c \cdot x \boxed{+} \boxed{\ d\ }$

oder:

$g(x) = -a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - c \cdot x \boxed{-} \boxed{15}$

BHS Jänner 2021 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

(A): $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(4) = 0$
II: $f(0) = 0$
III: $f'(0) = \tan(-60°)$

oder:

I: $a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0$
II: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0$
III: $2 \cdot a \cdot 0 + b = \tan(-60°)$

BHS Oktober 2020 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

(A): $p(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$p''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $p(0) = 0$
II: $p(2) = 0$
III: $p(1) = 0{,}5$
IV: $p''\left(\frac{7}{3}\right) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
II: $a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 0$
III: $a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 0{,}5$
IV: $6 \cdot a \cdot \frac{7}{3} + 2 \cdot b = 0$