Aufgabensammlung

Binomialverteilung

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensations-prüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram @mathago.at

Binomialverteilung

Grundkompetenzen

Rauchverhalten* - 1_852, WS3.2, Offenes Antwortformat

Laut einer Studie wollen 34 % aller Raucher/innen mit dem Rauchen aufhören.

Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$\binom{200}{57} \cdot 0{,}34^{57} \cdot 0{,}66^{143}$

Würfeln* - 1_374, WS3.2, 2 aus 5

Ein fairer Würfel wird zehnmal geworfen.

Kreuzen Sie die beiden Wahrscheinlichkeiten an, die durch
$1 - \left[\binom{10}{9} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^9 \cdot \frac{5}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^{10}\right]$ angegeben werden können.

Wahrscheinlichkeit, höchstens acht Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, mehr als zweimal keinen Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal keinen Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, weniger als neun Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, mehr als acht Sechser zu werfen	☐

Defekte Geräte* - 1_827, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Erfahrungsgemäß sind 2,5 % der Geräte, die von einem bestimmten Unternehmen geliefert werden, defekt. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl der defekten Geräte in einer Zufallsstichprobe vom Umfang n an. Für den Erwartungswert gilt: $E(X) = 20$.

Berechnen Sie den Umfang n der Zufallsstichprobe.

$n =$ ______________________

Wurf einer Münze* - 1_804, WS3.2, Offenes Antwortformat

Eine Münze zeigt nach einem Wurf entweder *Kopf* oder *Zahl*. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze *Kopf* zeigt, ist bei jedem Wurf genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie *Zahl* zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig. Die Münze wird 20-mal geworfen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesen 20 Würfen die Münze genau 12-mal *Kopf* zeigt.

Zimmerbuchung* - 1_780, WS3.2, Offenes Antwortformat

Ein Hotelmanager geht aufgrund langjähriger Erfahrung davon aus, dass jede Zimmerbuchung, die unabhängig von anderen Zimmerbuchungen erfolgte, mit 10%iger Wahrscheinlichkeit storniert wird. Er nimmt für einen bestimmten Termin 40 voneinander unabhängige Zimmerbuchungen an.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an diesem Termin von den 40 Zimmerbuchungen höchstens 5 % storniert werden.

Drei Würfe mit einem Kegel* - 1_756, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Wirft man einen Kegel, kann dieser entweder auf der Mantelfläche oder auf der Grundfläche zu liegen kommen.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Kegel auf der Grundfläche zu liegen kommt, beträgt bei jedem Wurf unabhängig von den anderen Würfen 30 %.

Der Kegel wird im Zuge eines Zufallsexperiments dreimal geworfen. Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft der Kegel dabei auf der Grundfläche zu liegen kommt.

Die unten stehende Tabelle soll die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X angeben.

Ergänzen Sie die fehlenden Werte.

X	Wahrscheinlichkeit (gerundet)
0	0,343
1	0,441
2	
3	

Pasch* - 1_732, WS3.2, Offenes Antwortformat

Bei einem Spiel werden in jeder Spielrunde zwei Würfel geworfen. Zeigen nach einem Wurf beide Würfel die gleiche Augenzahl, spricht man von einem *Pasch*. Die Wahrscheinlichkeit, einen Pasch zu werfen, beträgt $\frac{1}{6}$.

Bildquelle: BMBWF

Es werden acht Runden (unabhängig voneinander) gespielt. Die Zufallsvariable X bezeichnet dabei die Anzahl der geworfenen Pasche.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fall, dass die Anzahl X der geworfenen Pasche unter dem Erwartungswert $E(X)$ liegt.

Computerchips* - 1_683, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Ein Unternehmen stellt Computerchips her. Jeder produzierte Computerchip ist unabhängig von den anderen mit einer Wahrscheinlichkeit von 97 % funktionsfähig.
Das Unternehmen produziert an einem bestimmten Tag 500 Computerchips.

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung für die Anzahl der funktionsfähigen Computerchips, die an diesem bestimmten Tag produziert werden!

Erwartungswert: ____

Standardabweichung: ____

Trefferwahrscheinlichkeit* - 1_708, WS3.2, Zuordnungsformat

Bei einem Training wirft eine Basketballspielerin einen Ball sechsmal hintereinander zum Korb. Fällt der Ball in den Korb, spricht man von einem Treffer. Die Trefferwahrscheinlichkeit dieser Spielerin beträgt bei jedem Wurf 0,85 (unabhängig von den anderen Würfen).

Ordnen Sie den vier Ereignissen jeweils denjenigen Term (aus A bis F) zu, der die Wahrscheinlichkeit des Eintretens dieses Ereignisses beschreibt!

Die Spielerin trifft genau einmal.	
Die Spielerin trifft höchstens einmal.	
Die Spielerin trifft mindestens einmal.	
Die Spielerin trifft genau zweimal.	

A	$1 - 0{,}85^6$
B	$0{,}15^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^1 \cdot 0{,}15^5$
C	$1 - 0{,}15^6$
D	$0{,}85^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^5 \cdot 0{,}15^1$
E	$6 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}15^5$
F	$\binom{6}{2} \cdot 0{,}85^2 \cdot 0{,}15^4$

Binomialverteilung* - 1_660, WS3.2, Zuordnungsformat

Der relative Anteil der österreichischen Bevölkerung mit der Blutgruppe „AB Rhesusfaktor negativ" (AB–) ist bekannt und wird mit p bezeichnet.
In einer Zufallsstichprobe von 100 Personen soll ermittelt werden, wie viele dieser zufällig ausgewählten Personen die genannte Blutgruppe haben.

Ordnen Sie den vier angeführten Ereignissen jeweils denjenigen Term (aus A bis F) zu, der die diesem Ereignis entsprechende Wahrscheinlichkeit angibt!

Genau eine Person hat die Blutgruppe AB–.	
Mindestens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	
Höchstens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	
Keine Person hat die Blutgruppe AB–.	

A	$1 - p^{100}$
B	$p \cdot (1-p)^{99}$
C	$1 - (1-p)^{100}$
D	$(1-p)^{100}$
E	$p \cdot (1-p)^{99} \cdot 100$
F	$(1-p)^{100} + p \cdot (1-p)^{99} \cdot 100$

Massenproduktion* - 1_636, WS3.2, Offenes Antwortformat

Bei der Massenproduktion eines bestimmten Produkts werden Packungen zu 100 Stück erzeugt. In einer solchen Packung ist jedes einzelne Stück (unabhängig von den anderen) mit einer Wahrscheinlichkeit von 6 % mangelhaft.

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in dieser Packung höchstens zwei mangelhafte Stücke zu finden sind!

Parameter einer Binomialverteilung* - 1_495, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Ein Zufallsexperiment wird durch eine binomialverteilte Zufallsvariable X beschrieben. Diese hat die Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 0{,}36$ und die Standardabweichung $\sigma = 7{,}2$.

Berechnen Sie den zugehörigen Parameter n (Anzahl der Versuche)!

n = ____________________

Verschiedenfärbige Kugeln* - 1_471, WS3.2, 1 aus 6

Auf einem Tisch steht eine Schachtel mit drei roten und zwölf schwarzen Kugeln. Nach dem Zufallsprinzip werden nacheinander drei Kugeln aus der Schachtel gezogen, wobei die gezogene Kugel jeweils wieder zurückgelegt wird.

Gegeben ist der folgende Ausdruck:

$3 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2$

Kreuzen Sie dasjenige Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch diesen Ausdruck berechnet wird!

Es wird höchstens eine schwarze Kugel gezogen.	☐
Es werden genau zwei schwarze Kugeln gezogen.	☐
Es werden zwei rote Kugeln und eine schwarze Kugel gezogen.	☐
Es werden nur rote Kugeln gezogen.	☐
Es wird mindestens eine rote Kugel gezogen.	☐
Es wird keine rote Kugel gezogen.	☐

Sammelwahrscheinlichkeit bei Überraschungseiern* - 1_422, WS3.2, Offenes Antwortformat

Ein italienischer Süßwarenhersteller stellt Überraschungseier her. Das Ei besteht aus Schokolade. Im Inneren des Eies befindet sich in einer gelben Kapsel ein Spielzeug oder eine Sammelfigur. Der Hersteller wirbt für die Star-Wars-Sammelfiguren mit dem Slogan „Wir sind jetzt mit dabei, in jedem 7. Ei!“.

Bildquelle: http://www.eierlei.de/images/news/main_news/strawars_0294968706.jpg [26.05.2015].

Peter kauft in einem Geschäft zehn Überraschungseier aus dieser Serie. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter mindestens eine Star-Wars-Sammelfigur erhält!

Tennisspiel* - 1_398, WS3.2, Offenes Antwortformat

Stefan und Helmut spielen im Training 5 Sätze Tennis. Stefan hat eine konstante Gewinnwahrscheinlichkeit von 60 % für jeden gespielten Satz.

Es wird folgender Wert berechnet:

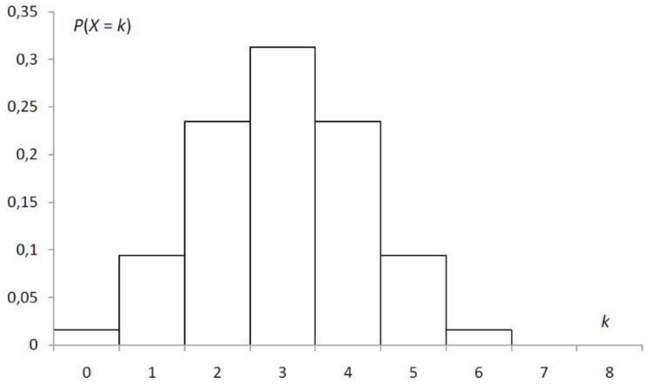
$$\binom{5}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}2304$$

Geben Sie an, was dieser Wert im Zusammenhang mit der Angabe aussagt!

Binomialverteilung* - 1_351, WS3.2, Konstruktionsformat

In der untenstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen X mit den Parametern $n = 6$ und $p = 0,5$ durch ein Säulendiagramm (Säulenbreite = 1) dargestellt. μ bezeichnet den Erwartungswert von X.

Schraffieren Sie diejenigen Rechtecksflächen, die $P(X > \mu)$ veranschaulichen!



Multiple-Choice-Antwort* - 1_326, WS3.2, Offenes Antwortformat

Bei einer schriftlichen Prüfung werden der Kandidatin / dem Kandidaten fünf Fragen mit je vier Antwortmöglichkeiten vorgelegt. Genau eine der Antworten ist jeweils richtig.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kandidatin / der Kandidat bei zufälligem Ankreuzen mindestens viermal die richtige Antwort kennzeichnet!

Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_1202, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Bei einem bestimmten Zufallsversuch tritt entweder „Erfolg" oder „Misserfolg" ein. Dieser Zufallsversuch wird 30-mal durchgeführt. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt an, wie oft dabei „Erfolg" eintritt. Für den Erwartungswert gilt: $E(X) = 12$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(18 \leq X \leq 20)$.

$P(18 \leq X \leq 20) =$ ____________________

Erfolg und Misserfolg* - 1_1263, WS2.1, Offenes Antwortformat

Ein bestimmtes Zufallsexperiment besteht aus n unabhängigen Durchführungen eines Versuchs ($n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$). Bei jedem Versuch tritt „Erfolg" mit der Wahrscheinlichkeit p ein, ansonsten „Misserfolg".

Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E bei diesem Zufallsexperiment, das mit der Wahrscheinlichkeit $1 - (1 - p)^n$ eintritt.

Glücksrad* - 1_1267, WS3.2, Offenes Antwortformat

Bei einem Gewinnspiel wird ein Glücksrad gedreht, das in 24 gleich große Sektoren unterteilt ist. Zwei der Sektoren sind grün, alle anderen rot.

Für jede Drehung gilt:

- Der Zeiger des Glücksrads zeigt auf jeden Sektor mit der gleichen Wahrscheinlichkeit.
- Zeigt der Zeiger nach der Drehung auf einen grünen Sektor, gewinnt man einen Preis.
- Zeigt der Zeiger nach der Drehung auf einen roten Sektor, gewinnt man keinen Preis.

Das Glücksrad wird n-mal gedreht. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.

Geben Sie den Erwartungswert für die Anzahl der gewonnenen Preise in Abhängigkeit von n an.

Münzwurf* - 1_1264, WS2.3, Offenes Antwortformat

Ein Zufallsexperiment besteht aus dem mehrmaligen Werfen einer Münze. Die Münze zeigt nach einem Wurf entweder „Kopf" oder „Zahl". Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze „Kopf" zeigt, ist bei jedem Wurf genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie „Zahl" zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig. Die Münze wird so oft geworfen, bis sie zum zweiten Mal „Kopf" oder zum zweiten Mal „Zahl" zeigt.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der dafür benötigten Münzwürfe.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X = 3)$.

Zufallsversuch* (1_1287) - WS2.1 - Zuordnungsformat

Bei einem bestimmten Zufallsversuch tritt als Ergebnis entweder „Erfolg" oder „Misserfolg" ein. Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft „Erfolg" eintritt, wenn dieser Zufallsversuch 7-mal durchgeführt wird.

Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils die jedenfalls gleich große Wahrscheinlichkeit aus A bis F zu.

$P(X < 3)$	
$P(X \leq 3)$	
$P(X \geq 3)$	
$P(X > 3)$	

A	$P(X > 2)$
B	$1 - P(X \leq 4)$
C	$P(X \leq 2)$
D	$P(X = 3) + P(X > 4)$
E	$P(X = 4) + P(X \geq 5)$
F	$1 - P(X > 3)$

Qualitätssicherung* (1_1315) - WS3.2 - Halboffenes Antwortformat

Im Zuge der Qualitätssicherung bei der Produktion von Porzellanfiguren werden diese nach ihrer Fertigstellung auf Fehler hin überprüft. Erfahrungsgemäß weiß man, dass 2 % der Porzellanfiguren fehlerhaft sind.

Es wird eine Zufallsstichprobe von n Porzellanfiguren entnommen ($n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$). Die Anzahl an fehlerhaften Porzellanfiguren wird als binomialverteilt angenommen.
Das Ereignis, dass mindestens 1 der n Porzellanfiguren fehlerhaft ist, wird mit E bezeichnet.

Stellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P(E)$ auf.

$P(E) =$ ___________________________________

Therapie* (1_1339) - WS3.2 - Offenes Antwortformat

Die Anwendung einer bestimmten Therapie ist bei 90 % der Personen erfolgreich.
Ein Facharzt wendet diese Therapie bei 30 Personen an.
Die als binomialverteilt angenommene Zufallsvariable X gibt die Anzahl derjenigen Personen an, bei denen die Therapie erfolgreich ist.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl derjenigen Personen, bei denen die Therapie erfolgreich ist, größer als der Erwartungswert $E(X)$ ist.

Rookie Level

Joghurtbecher * (A_105)

Erfahrungsgemäß enthalten 4 % aller Joghurtbecher eine Woche nach dem Ablaufdatum bereits verdorbene Ware. Im Lager einer Lebensmittelkette befinden sich noch 200 solcher Becher.

a) – Berechnen Sie den Erwartungswert der Anzahl der Becher mit verdorbenem Joghurt.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in höchstens 5 der 200 Joghurtbecher verdorbene Ware enthalten ist.

Produktion von Rucksaecken * (A_210)

Bei der Produktion von Rucksäcken treten erfahrungsgemäß 3 verschiedene Fehlerarten unabhängig voneinander auf.

P(„Nahtfehler“) = 2 %

P(„Reißverschlussdefekt“) = 3 %

P(„Farbfehler“) = 1 %

c) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Zufallsstichprobe von 100 Stück weniger als 3 Rucksäcke mit Reißverschlussdefekt vorhanden sind.

Schweinezucht_1 (B_168)

a) In einem Stall gibt es 20 Schweine, die nach der Eigenschaft „ideale Rückenspeckdicke“ und „nicht ideale Rückenspeckdicke“ unterschieden werden können. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schwein eine „ideale Rückenspeckdicke“ hat, liegt bei 93 %.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in diesem Stall mindestens 15 Schweine mit idealer Rückenspeckdicke zu finden sind.

Sportgeschaeft (B_263)

b) Ein Sportgeschäft verleiht tageweise Ski. Erfahrungsgemäß müssen bei etwa 6 % der zurückgebrachten Paar Ski Reparaturen durchgeführt werden.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Zufallsauswahl von 10 Paar ausgeliehenen Ski mindestens 2 Paar Ski repariert werden müssen.

Vernetzte Welt * (A_245)

c) Die Bauteile eines elektronischen Systems haben innerhalb eines Jahres unabhängig voneinander eine konstante Ausfallwahrscheinlichkeit von 2 %.

Das elektronische System fällt aus, wenn mindestens 1 Bauteil ausfällt.

– Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein elektronisches System, in dem 10 Bauteile vernetzt sind, innerhalb eines Jahres ausfällt.

Aepfel * (A_170)

d) Aus Erfahrung ist bekannt, dass $\frac{1}{30}$ aller Äpfel einer Lieferung wurmstichig ist.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Zufallsstichprobe von 200 Äpfeln höchstens 5 Äpfel wurmstichig sind.

Blutgruppen * (A_243)

Nach Karl Landsteiner unterscheidet man vier Blutgruppen: 0, A, B und AB. Diese kommen in Österreich annähernd mit folgender relativer Häufigkeit vor:

Blutgruppe	0	A	B	AB
relative Häufigkeit	37 %	41 %	15 %	7 %

b) – Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in einer Zufallsstichprobe von 25 Personen in Österreich mindestens 9 Personen die Blutgruppe 0 haben.

Diabetes * (A_155)

In Österreich leiden 4,6 % der Bevölkerung an Diabetes („Zuckerkrankheit").

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 30 nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Österreicherinnen/Österreichern mindestens 2 an Diabetes leiden.

Fussball * (A_219)

b) Eine bestimmte Mannschaft verwandelt 80 % der Elfmeter (d. h. erzielt dabei ein Tor).

– Berechnen Sie unter der Annahme einer Binomialverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft genau 4 von 5 Elfmetern verwandelt.

Basketball (A_081)

d) Auf der Basis von statistischen Aufzeichnungen geht man davon aus, dass ein bestimmter Spieler bei jedem Freiwurf mit einer Wahrscheinlichkeit von 87,7 % in den Korb trifft. Der Spieler wettet, dass er bei 10 Freiwürfen mindestens 9 Treffer erzielt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler die Wette verliert.

Sicherheit auf dem Schulweg * (A_293)

a) Vor einer Schule werden Geschwindigkeitsmessungen durchgeführt. Es ist bekannt, dass sich Kfz-Lenker/innen mit einer Wahrscheinlichkeit von nur 26 % an das geltende Tempolimit halten.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich von 20 zufällig ausgewählten Kfz-Lenkerinnen und -Lenkern mehr als die Hälfte an das geltende Tempolimit hält.

Pro Level

Hotelrenovierung_1 (B_210)

c) Während der Renovierungsarbeiten möchte der Hotelbesitzer eine Reisegruppe einquartieren. Leider stehen dafür 2 Zimmer zu wenig zur Verfügung. Aus Erfahrung weiß man, dass im Schnitt 12 % aller Buchungen wieder kurzfristig storniert werden. Das Hotel nimmt daher die Buchung der Reisegruppe an. Dabei wird angenommen, dass Einzelstornierungen voneinander unabhängig sind.

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, mit der die Wahrscheinlichkeit berechnet wird, dass bei der Annahme von 50 Buchungen mindestens 2 storniert werden. *[1 aus 5]*

$1 - \binom{50}{1} \cdot 0{,}12^1 \cdot 0{,}88^{49} - \binom{50}{2} \cdot 0{,}12^2 \cdot 0{,}88^{48}$	☐
$1 - \binom{50}{0} \cdot 0{,}12^0 \cdot 0{,}88^{50} + \binom{50}{1} \cdot 0{,}12^1 \cdot 0{,}88^{49}$	☐
$1 - \binom{50}{0} \cdot 0{,}12^0 \cdot 0{,}88^{50} - \binom{50}{1} \cdot 0{,}12^1 \cdot 0{,}88^{49}$	☐
$1 - \binom{50}{1} \cdot 0{,}88^1 \cdot 0{,}12^{49} + \binom{50}{2} \cdot 0{,}88^2 \cdot 0{,}12^{48}$	☐
$1 - \binom{50}{0} \cdot 0{,}88^0 \cdot 0{,}12^{50} + \binom{50}{1} \cdot 0{,}88^1 \cdot 0{,}12^{49}$	☐

Leuchtmittel (A_109)

In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5 % der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ untersucht.

a) – Erklären Sie, warum die Binomialverteilung hier als Modell zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten verwendet werden kann.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass 6 oder 7 fehlerhafte Leuchtmittel in der Stichprobe zu finden sind.

c) – Beschreiben Sie, welche Wahrscheinlichkeit durch den Ausdruck

$$0{,}05^4 \cdot 0{,}95^{96} \cdot \binom{100}{4}$$

berechnet wird.

Zimmerei (A_099)

b) Der Betrieb überprüft eine Lieferung von Konstruktionsholz aus Fichte. Erfahrungsgemäß ist ein bestimmter Prozentsatz der Fichtenstämme von minderer Qualität und daher nicht verwendbar. X ist die Anzahl der Fichten von minderer Qualität in einer Lieferung.

– Erklären Sie, welche Wahrscheinlichkeit mit dem Ausdruck $1 - P(X \leq 2)$ beschrieben wird.

Regentage_in_Gmunden (B_253)

Die angeführte Tabelle zeigt die durchschnittliche Anzahl der Regentage in Gmunden (Oberösterreich) für die Monate Juni bis September.

Monat	durchschnittliche Anzahl der Regentage
Juni	15,2
Juli	13,8
August	12,3
September	11,0

a) Eine Familie macht im Juli Sommerurlaub in Gmunden und bleibt 5 Tage.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass während ihrer Urlaubstage nicht mehr als ein Regentag vorkommt. Vorausgesetzt wird dabei eine annähernde Unabhängigkeit der Regentage.

Teilchenbeschleuniger (A_239)

b) Wenn Teilchen im Teilchenbeschleuniger kollidieren, können neue Teilchen entstehen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Kollision ein Teilchen eines bestimmten Typs entsteht, beträgt 3,4 %.

Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E wird mit $P(E) = \binom{500}{2} \cdot 0{,}034^2 \cdot (1 - 0{,}034)^{498}$ berechnet.

– Beschreiben Sie im gegebenen Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit so berechnet wird.
– Berechnen Sie, wie viele dieser Teilchen im Mittel entstehen, wenn 1 000 Kollisionen stattfinden.

Batterien * (A_228)

a) Ein Händler kauft Batterien bei diesem Unternehmen und erhält die Information, dass erfahrungsgemäß 2 % der gelieferten Batterien defekt sind.

Der Händler entnimmt einer umfangreichen Lieferung eine Zufallsstichprobe von 40 Batterien.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 der entnommenen Batterien defekt sind.

b) Für den Versand der Batterien an Einzelhändler werden diese jeweils in 4er-Packungen verpackt. Ein Einzelhändler erhält eine Lieferung von a 4er-Packungen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Batterie defekt ist, beträgt p.

– Beschreiben Sie, was mit dem Ausdruck $4 \cdot a \cdot p$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.

CeBIT (1) (B_093)

b) Für den Besuch der CeBIT soll ein Flug nach Hannover gebucht werden. Erfahrungsgemäß werden 6 % der Flüge storniert. Aus diesem Grund wurden 160 voneinander unabhängige Buchungen für eine Maschine mit 156 Sitzplätzen durchgeführt.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass am Flugtag niemand aus Platzgründen auf eine andere Maschine umgebucht werden muss.
– Begründen Sie, warum die Binomialverteilung unter diesen Voraussetzungen ein geeignetes Modell ist.

Schuelerzahlen (A_215)

a) An einer höheren Schule sind n Schülerinnen und Schüler angemeldet. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich eine Schülerin oder ein Schüler am ersten Schultag wieder abmeldet, liegt erfahrungsgemäß bei 5 %.

– Interpretieren Sie folgenden mathematischen Ausdruck im Sachzusammenhang:
$n \cdot 0{,}05$
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich von 53 angemeldeten Schülerinnen und Schülern keine/keiner am ersten Schultag wieder abmeldet.

Pauschalreisen * (A_267)

a) Es wird angenommen, dass die vermittelten Plätze unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 % nicht in Anspruch genommen werden. Alle 100 zur Verfügung stehenden Plätze werden vermittelt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 4 der vermittelten Plätze nicht in Anspruch genommen werden.

2) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:
$\binom{100}{5} \cdot 0{,}05^5 \cdot 0{,}95^{95}$

b) Es wird angenommen, dass die vermittelten Plätze unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 % nicht in Anspruch genommen werden. Es werden 102 Plätze vermittelt, obwohl nur 100 Plätze zur Verfügung stehen.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Plätze unter diesen Voraussetzungen nicht ausreicht.

Muenzen * (A_276)

b) Markus will eine Zwei-Euro-Münze 10-mal werfen.
Susi stellt die Frage: „Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten wir mindestens 3-mal ‚Zahl'?"

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10 Würfen mindestens 3-mal „Zahl" geworfen wird.

c) Susi und Markus beschäftigen sich mit der Wahrscheinlichkeit, mit der „Zahl" beim wiederholten Werfen einer Münze auftritt. Dabei stoßen sie auf folgende Gleichung:

$P(X \geq 1) = 1 - 0{,}5^n = 0{,}9375$

X ... Anzahl der Würfe mit dem Ergebnis „Zahl"

1) Berechnen Sie n.

2) Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl n in diesem Zusammenhang.

Gluecksspiel* (A_282)

b) Im zweiten Gefäß befinden sich 6 schwarze und 2 blaue Kugeln.

Aus diesem Gefäß zieht Susi 1 Kugel und legt diese Kugel anschließend in das Gefäß zurück. Das macht sie insgesamt 5-mal.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Susi dabei genau 3-mal eine schwarze Kugel zieht.

c) Im dritten Gefäß befinden sich 12 Kugeln. 7 dieser Kugeln sind grün, die anderen Kugeln sind gelb.

Aus diesem Gefäß zieht Moritz 1 Kugel und legt diese Kugel anschließend in das Gefäß zurück. Das macht er insgesamt 3-mal.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen so, dass eine korrekte Aussage entsteht. *[Lückentext]*

Die Wahrscheinlichkeit, dass ____①____, ist durch den Ausdruck ____②____ gegeben.

①	
alle 3 Kugeln grün sind	☐
mindestens 1 Kugel grün ist	☐
höchstens 1 Kugel grün ist	☐

②	
$1 - \left(\frac{5}{12}\right)^3$	☐
$1 - \left(\frac{7}{12}\right)^3$	☐
$\left(\frac{5}{12}\right)^3$	☐

Vergnuegungspark (2) * (A_249)

c) Aus Erfahrung weiß man, dass eine bestimmte Attraktion des Vergnügungsparks von jeder Person mit der Wahrscheinlichkeit p genutzt wird.

Es werden 10 Personen zufällig ausgewählt.

– Kreuzen Sie dasjenige Ereignis E an, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:
$P(E) = \binom{10}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^7$ *[1 aus 5]*

Genau 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Maximal 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Mindestens 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Genau 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Höchstens 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐

Dorffest (A_135)

b) Unter den Kindern werden einige Preise verlost.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils die dazu äquivalente Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt“)	
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt“)	

A	1 – P(„kein Mädchen gewinnt“)
B	1 – P(„höchstens 2 Mädchen gewinnen“)
C	1 – P(„mindestens 2 Mädchen gewinnen“)
D	1 – P(„genau 1 Mädchen gewinnt“)

Natur in Zahlen (A_136)

c) Erdmännchen sind Raubtiere, die im südlichen Afrika leben. Es wird angenommen: In freier Wildbahn beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Jungtier überlebt, unabhängig voneinander 25 %.
In einer Erdmännchen-Kolonie werden 20 Jungtiere geboren.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 30 % davon überleben.

Ein Erdmännchen-Weibchen bringt 3 Jungtiere zur Welt.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das passende Ereignis aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$P(E) = 0{,}25^3$	
$P(E) = 1 - 0{,}25^3$	

A	E = „alle 3 Jungtiere überleben“
B	E = „keines der Jungtiere überlebt“
C	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt“
D	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt nicht“

Marillenernte (A_139)

a) Man geht davon aus, dass in dieser Region 12 % der Marillen Schäden aufweisen.

– Beschreiben Sie ein Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Ausdruck $\binom{50}{3} \cdot 0{,}12^3 \cdot 0{,}88^{47}$ berechnet wird.

Aus der gesamten Ernte wird eine Zufallsstichprobe von n Stück Marillen ausgewählt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung folgender Wahrscheinlichkeit:

P(„keine der ausgewählten Marillen weist Schäden auf") = ____________________

Zimt (A_164)

d) Das Zimtpulver wird in einer Anlage automatisch in Säckchen verpackt. Aus Erfahrung weiß man, dass 2 % der Säckchen nicht korrekt verschlossen sind. Eine Zufallsstichprobe von 50 Säckchen wird kontrolliert.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem folgenden Ausdruck berechnet wird:
$P(E) = 0{,}98^{50} + 50 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98^{49} + \binom{50}{2} \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^{48}$

Lieblingsfarbe * (A_082)

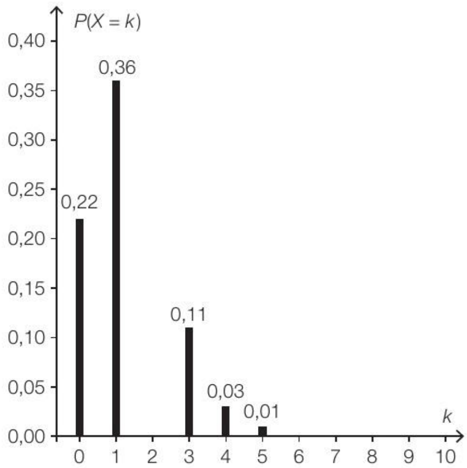
a) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Rosa als Lieblingsfarbe nennt, beträgt 13 %.
25 zufällig ausgewählte Personen werden nach ihrer Lieblingsfarbe gefragt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 3 der 25 Personen Rosa als Lieblingsfarbe nennen.

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Orange als Lieblingsfarbe nennt, beträgt 7 %.
Unter n befragten Personen soll mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 1 Person sein, die Orange als Lieblingsfarbe nennt.

1) Berechnen Sie die Anzahl n derjenigen Personen, die dafür mindestens befragt werden müssen.

c) Die binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl derjenigen Personen unter 10 Befragten, die Lila als Lieblingsfarbe nennen. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion dieser Zufallsvariablen ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 Befragten maximal 3 Befragte Lila als Lieblingsfarbe nennen, beträgt 96 %.

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Säule für $P(X = 2)$ ein.

Psi-Tests * (A_291)

a) Eine Versuchsperson muss auf Basis ihrer paranormalen Fähigkeiten angeben, unter welcher von 10 Schachteln ein Glas Wasser versteckt ist. Der Versuch wird 13-mal durchgeführt, wobei das Glas Wasser jedes Mal neu versteckt wird. Um die Testphase zu bestehen, müssen bei 13 Durchführungen des Versuchs 7 oder mehr Treffer erzielt werden.

Es wird angenommen, dass die Versuchsperson keine paranormalen Fähigkeiten besitzt und daher bei jeder Durchführung des Versuchs mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % einen Treffer erzielt.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Treffer.
2) Zeigen Sie, dass es wahrscheinlicher ist, dass diese Versuchsperson mindestens 1 Treffer erzielt, als dass sie gar keinen Treffer erzielt.
3) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Versuchsperson die Testphase besteht.

b) Eine Versuchsperson muss auf Basis ihrer paranormalen Fähigkeiten angeben, ob in einem Kabel Strom fließt oder nicht. Dieser Versuch wird 50-mal durchgeführt. Um die Testphase zu bestehen, müssen bei 50 Durchführungen des Versuchs 40 oder mehr Treffer erzielt werden.

Es wird angenommen, dass die Versuchsperson keine paranormalen Fähigkeiten besitzt und daher bei jeder Durchführung des Versuchs mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % einen Treffer erzielt.

1) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

Die Versuchsperson erzielt mindestens 40 Treffer.	
Die Versuchsperson erzielt höchstens 20 Treffer.	

A	$\sum_{k=20}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
B	$\sum_{k=0}^{20} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
C	$\sum_{k=0}^{40} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
D	$\sum_{k=40}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$

Fahrscheine * (A_133)

b) Erfahrungsgemäß wird man bei einer Fahrt mit einer bestimmten U-Bahn-Linie mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,5 % kontrolliert.

Eine Person fährt 300-mal mit dieser U-Bahn-Linie.

1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das entsprechende Ereignis aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$\binom{300}{2} \cdot 0{,}975^{298} \cdot 0{,}025^2$	
$1 - \binom{300}{1} \cdot 0{,}975^{299} \cdot 0{,}025^1 - \binom{300}{0} \cdot 0{,}975^{300} \cdot 0{,}025^0$	

A	Die Person wird genau 2-mal kontrolliert.
B	Die Person wird genau 2-mal nicht kontrolliert.
C	Die Person wird mindestens 2-mal nicht kontrolliert.
D	Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert.

Sauna * (A_297)

d) Frau Maier nimmt sich vor, zwischen Oktober und April an jedem Mittwoch die Sauna zu besuchen.
Sie stellt fest, dass sie diese Termine unabhängig voneinander mit jeweils 90%iger Wahrscheinlichkeit wahrnehmen kann.

Man betrachtet n Wochen in diesem Zeitraum.

1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = 1 - 0{,}1^n$

Darts * (A_302)

d) Ein Spieler wirft 5-mal hintereinander auf eine Dartscheibe. Die Wahrscheinlichkeit, das sogenannte *Bull's Eye* in der Mitte der Dartscheibe zu treffen, beträgt bei jedem Wurf p.

1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils eine Fortsetzung aus A bis D zu, sodass zutreffende Aussagen entstehen.

Mit dem Ausdruck $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) + p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	
Mit dem Ausdruck $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) - p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	

A	... höchstens 3-mal das Bull's Eye trifft.
B	... mindestens 3-mal das Bull's Eye trifft.
C	... höchstens 4-mal das Bull's Eye trifft.
D	... mindestens 4-mal das Bull's Eye trifft.

Erkaeltung * (A_310)

b) 20 % der erkälteten Personen haben während der Erkältung auch Fieber.

1) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[0/1 P.]*

In einer Zufallsstichprobe von 10 erkälteten Personen hat mindestens 1 Person auch Fieber.	
In einer Zufallsstichprobe von 10 erkälteten Personen hat genau 1 Person auch Fieber.	

A	$0{,}2 \cdot 0{,}8^9$
B	$10 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^9$
C	$1 - 0{,}2^{10}$
D	$1 - 0{,}8^{10}$

In einer bestimmten Stadt sind 700 Personen erkältet.

2) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl derjenigen Personen, die während der Erkältung auch Fieber haben. *[0/1 P.]*

Gesundheitsberichte * (A_314)

b) Ein weiteres Ergebnis dieser Studie war: 97,6 % aller Berichte zu den Themen *Kosmetische Behandlungen* und *Gewichtsreduktion* geben den aktuellen Wissensstand stark verzerrt wieder.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 10 zufällig ausgewählten Berichten zu diesen Themen mindestens 8 Berichte befinden, die den aktuellen Wissensstand stark verzerrt wiedergeben. *[0/1 P.]*

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.
$P(E) = \binom{10}{7} \cdot 0{,}976^7 \cdot 0{,}024^3$ *[0/1 P.]*

Bluthochdruck bei Erwachsenen * (A_319)

b) In einem bestimmten Land beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Bluthochdruck hat, p.
Es werden 20 Personen zufällig und unabhängig voneinander ausgewählt.

1) Kreuzen Sie das Ereignis E an, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:
$P(E) = \binom{20}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^{18} + \binom{20}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^{19} + \binom{20}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{20}$ *[1 aus 5]*
[0/1 P.]

Mindestens 2 Personen haben Bluthochdruck.	☐
Höchstens 2 Personen haben Bluthochdruck.	☐
Genau 2 Personen haben Bluthochdruck.	☐
Mindestens 2 Personen haben keinen Bluthochdruck.	☐
Höchstens 2 Personen haben keinen Bluthochdruck.	☐

250 Personen werden zufällig und unabhängig voneinander ausgewählt. Jemand berechnet den Erwartungswert der Anzahl der Personen, die Bluthochdruck haben.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p, bei der sich ein Erwartungswert von 55 ergibt.
[0/1 P.]

Maturaball* (b) - 2_105, WS3.2, Offenes Antwortformat

b) Zur Unterhaltung wird das Spiel *Glücksrad* angeboten. Die Wahrscheinlichkeit, zu gewinnen, beträgt bei jedem Spiel konstant und unabhängig voneinander 25 %.

Katja spielt dieses Spiel 3-mal.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Katja dabei genau 2-mal gewinnt.

Krankenstände* (b) - 2_109, WS3.2 WS2.3, Offenes Antwortformat

b) Aus langjähriger Erfahrung ist bekannt, dass im Winter der Angestellte A mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % und der Angestellte B mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % erkrankt.

Dabei wird modellhaft angenommen, dass alle Erkrankungen unabhängig voneinander erfolgen.

1) Beschreiben Sie ein im gegebenen Sachzusammenhang mögliches Ereignis E, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.
$P(E) = 1 - 0{,}8 \cdot 0{,}7$

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Angestellte A in höchstens 1 von 5 Wintern erkrankt.

Mit Pfeil und Bogen * (A_323)

b) Ein Bogenschütze trifft bei jedem Schuss mit der konstanten Wahrscheinlichkeit von $p = 0{,}8$ den schwarzen Bereich der Zielscheibe. Man geht modellhaft davon aus, dass die Schüsse unabhängig voneinander sind.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = 1 - 0{,}2^n$

Beim Training schießt der Bogenschütze 20-mal auf die Zielscheibe.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er dabei mindestens 17-mal den schwarzen Bereich der Zielscheibe trifft.

Kontrolle der Geschwindigkeit * (A_117)

a) Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einem bestimmten Abschnitt der Westautobahn ein Fahrzeug mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs ist, beträgt 4 %.
Eine Zufallsstichprobe von 1 500 Fahrzeugen wird überprüft.
Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl derjenigen Fahrzeuge an, die dort mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau a Fahrzeuge dieser Zufallsstichprobe mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

$P(X = a) =$ ____________________

Sonnenblumen * (A_329)

c) In einer Gärtnerei werden Kerne von Sonnenblumen in mit Erde befüllte Kisten eingesetzt. In jede Kiste werden 10 Kerne eingesetzt. Aus Erfahrung weiß man, dass jeder Kern unabhängig von den anderen Kernen mit einer Wahrscheinlichkeit p keimt.

1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils den zutreffenden Ausdruck aus A bis D zu.

Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste höchstens 1 Kern keimt	
Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste genau 9 Kerne keimen	

A	$1 - \binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
B	$\binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
C	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9 + (1-p)^{10}$
D	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9$

Taxi (2) * (A_332)

a) Eine Studie über die Auslastung von Großraumtaxis ergab die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Taxifahrt genau 5 Fahrgäste befördert werden, beträgt 8 %.
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Taxifahrt 6 oder mehr Fahrgäste befördert werden, beträgt 7 %.

Mit dem nachstehenden Ausdruck wird für eine zufällig ausgewählte Taxifahrt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E berechnet.

$P(E) = 0{,}08 + 0{,}07$

1) Kreuzen Sie die auf E zutreffende Beschreibung an. *[1 aus 5]*

Es werden mehr als 5 Fahrgäste befördert.	☐
Es werden mehr als 6 Fahrgäste befördert.	☐
Es werden genau 6 Fahrgäste befördert.	☐
Es werden mindestens 5 Fahrgäste befördert.	☐
Es werden mindestens 6 Fahrgäste befördert.	☐

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 Fahrgast befördert wird, beträgt bei jeder Taxifahrt 31 %.
Eine Zufallsstichprobe von 30 Taxifahrten wird untersucht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei mindestens 8 Taxifahrten jeweils genau 1 Fahrgast befördert wird.

Lern-App * (A_335)

a) Jede Übung besteht aus mehreren Aufgaben.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Übung Multiple-Choice-Aufgaben enthält, beträgt 78 %.

Für ein bestimmtes Arbeitspaket werden 25 Übungen zufällig ausgewählt.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl derjenigen Übungen dieses Arbeitspakets, die <u>keine</u> Multiple-Choice-Aufgaben enthalten.

Für ein anderes Arbeitspaket werden 5 Übungen zufällig ausgewählt.

2) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zugehörige Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu.

Mindestens 1 der 5 Übungen enthält Multiple-Choice-Aufgaben.	
Keine der 5 Übungen enthält Multiple-Choice-Aufgaben.	

A	$1 - 0{,}78^5$
B	$1 - 0{,}22^5$
C	$(1 - 0{,}22)^5$
D	$(1 - 0{,}78)^5$

Raucherentwöhnung * (A_338)

a) 10 Raucher führen unabhängig voneinander eine Entwöhnungskur durch. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Entwöhnungskur erfolgreich ist, beträgt jeweils 60 %.

1) Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E an. *[1 aus 5]*

E ... „bei genau 8 Rauchern ist die Entwöhnungskur erfolgreich“

$P(E) = \binom{10}{8} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^8$	☐
$P(E) = 1 - \binom{10}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^2$	☐
$P(E) = \binom{10}{2} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^8$	☐
$P(E) = 1 - \binom{10}{8} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^8$	☐
$P(E) = \binom{10}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^2$	☐

Flugreisen* (2_133)

c) Für einen bestimmten Flug haben 124 Personen jeweils einen Platz gebucht.

Modellhaft wird angenommen: Die für einen Flug gebuchten Plätze werden unabhängig voneinander jeweils mit der Wahrscheinlichkeit p in Anspruch genommen.

Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E gilt:

$$P(E) = 1 - \binom{124}{123} \cdot p^{123} \cdot (1 - p) - \binom{124}{124} \cdot p^{124}$$

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass jedenfalls eine richtige Aussage entsteht.

Das Ereignis E ist: „Es werden ___①___ ___②___ der gebuchten Plätze in Anspruch genommen.“

①	
höchstens	☐
genau	☐
mindestens	☐

②	
122	☐
123	☐
124	☐

Fluggepäck * (A_344)

c) Immer wieder werden Gepäckstücke beim Transport beschädigt.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gepäckstück beim Transport beschädigt wird, beträgt jeweils 0,7 %.

Eine Zufallsstichprobe von 300 Gepäckstücken wird nach dem Transport untersucht.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 dieser Gepäckstücke beim Transport beschädigt worden sind.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}993^{300} \approx 0{,}88$

All Star Level

Wirksamkeit_von_Medikamenten (A_048)

b) Das Schmerzmittel D wirkt erfahrungsgemäß in 60 % aller Fälle positiv. In den anderen Fällen zeigt es keine positive Wirkung. n Frauen nehmen das Medikament ein.

– Interpretieren Sie, was durch den Term $0{,}4^n$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.
– Interpretieren Sie, was durch den Term $(1 - 0{,}4^n)$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.

Wahlmoeglichkeiten beim Fliegen * (A_265)

b) Auf einem Flug mit Verpflegung steht auch ein vegetarisches Gericht zur Auswahl. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fluggast das vegetarische Gericht wählt, beträgt p. Die Wahl jedes Fluggastes wird unabhängig von jener der anderen Fluggäste getroffen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der insgesamt n Fluggäste das vegetarische Gericht wählt, beträgt 99 %.

– Kreuzen Sie die für diesen Zusammenhang zutreffende Gleichung an. *[1 aus 5]*

$1 - (1-p)^n = 0{,}99$	☐
$(1-p)^n = 0{,}99$	☐
$1 - (1-p)^n = 0{,}01$	☐
$1 - p^n = 0{,}01$	☐
$1 - p^n = 0{,}99$	☐

Blut und Blutdruck (A_223)

d) Untersuchungen haben ergeben, dass ein bestimmtes Medikament mit einer Wahrscheinlichkeit von 52 % den Blutdruck senkt.
80 zufällig ausgewählte Personen erhalten das Medikament.

– Beschreiben Sie die Bedeutung des folgenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang:

$$\sum_{i=0}^{8} \binom{80}{i} \cdot 0{,}48^i \cdot 0{,}52^{80-i}$$

Blut (B_372)

c) Karl Landsteiner entwickelte das AB0-Blutgruppensystem. Er entdeckte auch die beiden Rhesusfaktoren Rh+ und Rh–.
37 % der österreichischen Bevölkerung haben die Blutgruppe A, Rh+.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 60 zufällig ausgewählten Personen der österreichischen Bevölkerung höchstens 15 Personen die Blutgruppe A, Rh+ haben.
– Ermitteln Sie, wie viele zufällig ausgewählte Personen mindestens Blut spenden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens eine Person mit der Blutgruppe A, Rh+ darunter ist.
– Interpretieren Sie, die Bedeutung des Ausdrucks $\sum_{k=2}^{6} \binom{60}{k} \cdot 0{,}37^k \cdot 0{,}63^{60-k}$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Brettspiel (B_288)

Bei einem Spiel gewinnt diejenige Person, die als erstes ein vorgegebenes Muster auf ihrem Spielbrett mit roten und grünen Farbsteinen ausgelegt hat.
Bei einem Spielzug wird zuerst mit 2 Zahlenwürfeln („normale“ Würfeln mit den Augenzahlen 1 bis 6) geworfen. Die aus den Augenzahlen gebildete Summe (Augensumme) bestimmt, wie viele Farbsteine man auf das Spielbrett legen darf.
Anschließend wird für jeden zu legenden Farbstein die Farbe gewürfelt. Dazu wird ein spezieller Farbwürfel mit 4 grünen und 2 roten Seiten verwendet.
Ein Spielzug besteht daher aus dem Werfen der 2 Zahlenwürfel und dem darauffolgenden mehrmaligen Werfen des Farbwürfels.

b) Ein Kind darf den Farbwürfel 3-mal werfen.

– Erstellen Sie ein Baumdiagramm, in dem die möglichen Farbabfolgen und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten dargestellt sind.
– Dokumentieren Sie, wie man mithilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, dass 3 rote Farbsteine auf das Spielbrett gelegt werden dürfen, bestimmen kann.
– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kind bei 3-maligem Werfen des Farbwürfels 1 roten Stein und 2 grüne Steine auf das Spielbrett legen darf.

c) Ein Kind wirft in einem Spielzug 7-mal den Farbwürfel.

– Ordnen Sie den beiden gegebenen Ausdrücken jeweils das passende Ereignis aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$\sum_{k=0}^{4} \binom{7}{k} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{7-k}$	
$\sum_{k=0}^{5} \binom{7}{k} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{7-k}$	

A	Es werden weniger als 5 grüne Steine gelegt.
B	Es werden maximal 5 rote Steine gelegt.
C	Es werden weniger als 5 rote Steine gelegt.
D	Es werden maximal 5 grüne Steine gelegt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Kind mindestens 4-mal die Farbe Grün würfelt.

d) Ein Kind steht kurz vor dem Gewinn des Spiels. Es benötigt im nächsten Spielzug zum Fertigstellen des Musters noch genau 2 rote Steine.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Kind nach dem Würfeln genau 2 Steine, die beide rot sind, zur Verfügung hat.

Rohre (B_178)

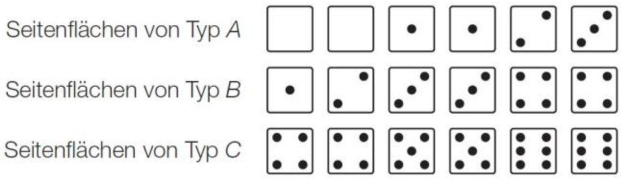
c) Bei einem Rohrleitungssystem werden Rohre miteinander verschweißt. Es sind 52 Schweißstellen notwendig. Erfahrungsgemäß hält eine Schweißstelle innerhalb eines fixen Zeitraums mit 98%iger Wahrscheinlichkeit.
Das Reißen einer Schweißstelle verändert die Wahrscheinlichkeit bei den anderen Schweißstellen nicht.

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung derjenigen Wahrscheinlichkeit auf, dass innerhalb des fixen Zeitraums mindestens n Schweißstellen reißen.

Würfelspiel* (c) - 2_104, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Bei einem Würfelspiel werden verschiedene Würfel mit jeweils 6 Seitenflächen verwendet. Bei allen verwendeten Würfeln tritt bei jedem Wurf jede Seitenfläche mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wie jede der anderen Seitenflächen auf. Die Ergebnisse verschiedener Würfe sind voneinander unabhängig.

Es werden die 3 Würfeltypen *A*, *B* und *C* verwendet. In der nachstehenden Abbildung sind deren Seitenflächen dargestellt.



c) Mit einem Würfel vom Typ *C* wird *n*-mal gewürfelt. Die Zufallsvariable Y_n gibt an, bei wie vielen von diesen *n* Würfen mit einem Würfel vom Typ *C* eine ungerade Augenzahl auftritt ($n \in \mathbb{N}$). Mit μ_n wird der Erwartungswert und mit σ_n die Standardabweichung von Y_n bezeichnet.

1) Geben Sie μ_n und σ_n in Abhängigkeit von *n* an.

μ_n = ______________________________

σ_n = ______________________________

Auslastung von Flügen* (a) - 2_111, WS3.2 AN1.1, Halboffenes Antwortformat Offenes Antwortformat

a) Häufig werden bei Flügen nicht alle verkauften Tickets in Anspruch genommen. Daher werden üblicherweise mehr Tickets verkauft, als Plätze zur Verfügung stehen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person (unabhängig von den anderen Personen) ihr Ticket in Anspruch nimmt, beträgt 90 %.
Für einen bestimmten Flug werden 6 % mehr Tickets verkauft, als Plätze zur Verfügung stehen.

Es stehen *m* Plätze zur Verfügung.
Es werden *n* Tickets verkauft.
Bei *n* verkauften Tickets beträgt der Erwartungswert für die in Anspruch genommenen Tickets 477.

1) Berechnen Sie *n* und *m*.

n = ______________________________

m = ______________________________

Folgendes Ereignis *E* wird betrachtet:
E ... „für mindestens 1 Person, die ihr Ticket in Anspruch nehmen möchte, steht kein Platz zur Verfügung"

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit *P*(*E*).

Oelbohrungen * (B_221)

Eine Ölgesellschaft führt Probebohrungen in Texas und in Alaska durch. Erfahrungsgemäß findet man bei einer Bohrung in Texas mit einer Wahrscheinlichkeit von 85 % und bei einer Bohrung in Alaska mit einer Wahrscheinlichkeit von 65 % Öl.

c) – Berechnen Sie, wie viele Bohrungen in Alaska zumindest notwendig sind, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit Öl zu finden.
– Beschreiben Sie, wie sich die gesuchte Anzahl der Bohrungen verändert, wenn eine 95%ige Wahrscheinlichkeit, Öl zu finden, ausreichend ist.

Fitnessuhren* (2_126)

b) Die Fitnessuhr *Sporty* ist besonders beliebt.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person in Österreich eine Fitnessuhr *Sporty* besitzt, beträgt p.

Im Rahmen einer Studie werden 160 zufällig ausgewählte Personen in Österreich befragt.

Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl derjenigen Personen unter den 160 Befragten an, die eine Fitnessuhr *Sporty* besitzen.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass jedenfalls eine richtige Aussage entsteht.

Die Wahrscheinlichkeit, dass von den 160 Befragten niemand eine Fitnessuhr *Sporty* besitzt, beträgt ____①____; mit ____②____ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass von den 160 Befragten mindestens 2 eine Fitnessuhr *Sporty* besitzen.

①	
$1-p$	☐
p^{160}	☐
$(1-p)^{160}$	☐

②	
$1-\left[\binom{160}{0}\cdot p^0\cdot(1-p)^{160}+\binom{160}{1}\cdot p\cdot(1-p)^{159}\right]$	☐
$\binom{160}{0}\cdot p^0\cdot(1-p)^{160}+\binom{160}{1}\cdot p\cdot(1-p)^{159}$	☐
$\binom{160}{2}\cdot p^2\cdot(1-p)^{158}$	☐

Mensch ärgere dich nicht (2_130)

b) Isabella gewinnt gegen ihre Freundin Fatima durchschnittlich 3 von 5 Partien „Mensch ärgere Dich nicht". In den bevorstehenden Sommerferien werden die beiden Mädchen n Partien gegeneinander spielen (n gerade, $n > 2$).
Die binomialverteilte Zufallsvariable Y gibt an, wie viele der n Partien von Isabella gewonnen werden.

Gegeben sind vier Wahrscheinlichkeiten und sechs Ereignisse.

1) Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils das mit dieser Wahrscheinlichkeit eintretende Ereignis aus A bis F zu.

$\binom{n}{\frac{n}{2}}\cdot 0{,}6^{\frac{n}{2}}\cdot 0{,}4^{\frac{n}{2}}$	
$1-0{,}4^n-n\cdot 0{,}6\cdot 0{,}4^{n-1}$	
$1-0{,}6^n$	
$n\cdot 0{,}6^{n-1}\cdot 0{,}4$	

A	Isabella gewinnt genau die Hälfte der n Partien.
B	Isabella gewinnt mindestens 2 der n Partien.
C	Isabella verliert mehr als die Hälfte der n Partien.
D	Isabella verliert genau 1 der n Partien.
E	Isabella verliert mindestens 1 der n Partien.
F	Isabella gewinnt höchstens 1 der n Partien.

Der Erwartungswert von Y wird mit μ, die Standardabweichung von Y mit σ bezeichnet.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\mu-\sigma < Y < \mu+\sigma)$ für $n = 14$.

Passwörter* (2_134)

Passwörter bestehen aus Zeichen, die in einer festgelegten Reihenfolge angeordnet sind. Es ist erlaubt, dass in einem Passwort Zeichen mehrfach vorkommen.

Die Anzahl der Stellen eines Passworts wird als Passwortlänge k bezeichnet ($k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$).
Für jede dieser Stellen wird ein Zeichen aus jeweils n verschiedenen Zeichen gewählt ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

Die Anzahl A aller möglichen Passwörter kann mithilfe der Formel $A = n^k$ berechnet werden.

b) Das Passwort für den Zugang auf eine bestimmte Website wird automatisch von einem Zufallsgenerator erzeugt. Der Zufallsgenerator wählt jedes Zeichen unabhängig von den anderen Zeichen und mit gleicher Wahrscheinlichkeit aus 26 Buchstaben und 10 Ziffern aus ($n = 36$). Die Passwortlänge beträgt 8 Zeichen ($k = 8$).

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort nur aus Buchstaben besteht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort höchstens 1 Ziffer enthält.

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 4 Aufgabe 4

c) Ein großer Teil des Frachtguts wird per LKW über den Brenner transportiert.
Am Brennersee gibt es einen Parkplatz für LKWs. Hans wird im nächsten halben Jahr 20-mal freitags zur gleichen Tageszeit mit seinem LKW zu diesem Parkplatz kommen. Er weiß aus Erfahrung, dass er dort mit einer Wahrscheinlichkeit p einen freien Parkplatz findet.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

E ... „Hans wird im nächsten halben Jahr höchstens 1-mal keinen freien Parkplatz finden“

$P(E) =$ ______________________________

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 8 Aufgabe 5

In einer bestimmten Region haben 15 % aller Haushalte einen Highspeed-Internetzugang.
Für eine Studie werden Haushalte dieser Region zufällig ausgewählt. Dabei wird die Anzahl der untersuchten Haushalte, die einen Highspeed-Internetzugang haben, als binomialverteilt angenommen.

Im Rahmen der Studie wurde folgende Wahrscheinlichkeit mithilfe der Formel für die Binomialverteilung berechnet:

$\binom{10}{a} \cdot 0{,}15^a \cdot b^6 + \binom{10}{c} \cdot 0{,}15^c \cdot b^c \approx 0{,}049 \quad \text{mit} \quad a, c \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{R}^+$

Aufgabenstellung:

– Ermitteln Sie a, b und c.

– Interpretieren Sie die Wahrscheinlichkeit 0,049 im gegebenen Sachzusammenhang.

Leitfrage:

– Ermitteln Sie, wie viele Haushalte in dieser Region mindestens überprüft werden müssen, damit sich darunter mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens 1 Haushalt mit Highspeed-Internetzugang befindet.

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 4

In der nachstehenden Tabelle ist die Verteilung der Blutgruppen (in Österreich) angegeben.

Blutgruppe	0	A	B	AB
Häufigkeit	36 %	44 %	14 %	6 %

a) Im Rahmen einer Studie werden n Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 Personen die Blutgruppe AB haben.

$P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{}^5 \cdot \boxed{}^{\boxed{}}$

b) Im Rahmen einer anderen Studie werden 85 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A mindestens 25 und höchstens 30 beträgt.

AHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 4

b) Für die Anwesenheiten bei den regelmäßigen Trainings wird Folgendes angenommen:
Bei jedem Training nimmt jeder der 20 Spieler unabhängig von den anderen Spielern mit der Wahrscheinlichkeit p am Training teil. Die zu erwartende Anzahl der Spieler, die nicht an einem Training teilnehmen, wird mit A bezeichnet.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung von A auf.

A = ____________________

Lösungen

Grundkompetenzen

Lösungserwartung: Rauchverhalten* - 1_852, WS3.2, Offenes Antwortformat

Der Ausdruck gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass unter 200 zufällig ausgewählten Personen, die rauchen, 57 Personen mit dem Rauchen aufhören wollen.

Lösungserwartung: Würfeln* - 1_374, WS3.2, Offenes Antwortformat

Wahrscheinlichkeit, höchstens acht Sechser zu werfen	☒
Wahrscheinlichkeit, weniger als neun Sechser zu werfen	☒

Lösungserwartung: Defekte Geräte* - 1_827, WS3.2, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

$20 = n \cdot 0{,}025$

$n = 800$

Lösungserwartung: Wurf einer Münze* - 1_804, WS3.2, Offenes Antwortformat

Die mit den Parametern n und p binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Würfe der Münze, bei denen *Kopf* geworfen wird.

$n = 20$

$p = 0{,}5$

$P(X = 12) = \binom{20}{12} \cdot 0{,}5^{12} \cdot 0{,}5^{8} = 0{,}120... \approx 0{,}12$

Lösungserwartung: Zimmerbuchung* - 1_780, WS3.2, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

X ... Anzahl der Zimmerbuchungen (von den 40 Zimmerbuchungen), die storniert werden

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 40$ und $p = 0{,}1$.

$P(X \leq 2) = 0{,}2228... \approx 22{,}3\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass an diesem Termin von den 40 Zimmerbuchungen höchstens 5 % storniert werden, beträgt ca. 22,3 %.

Lösungserwartung: Drei Würfe mit einem Kegel* - 1_756, WS3.2, Offenes Antwortformat

X	Wahrscheinlichkeit (gerundet)
0	0,343
1	0,441
2	0,189
3	0,027

Lösungserwartung: Pasch* - 1_732, WS3.2, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

$\mu = n \cdot p = 8 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$

$P\left(X \le \frac{4}{3}\right) = P(X \le 1) = \left(\frac{5}{6}\right)^8 + 8 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0{,}6047$

Lösungserwartung: Computerchips* - 1_683, WS3.2, Offenes Antwortformat

Erwartungswert: $500 \cdot 0{,}97 = 485$

Standardabweichung: $\sqrt{500 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}03} \approx 3{,}81$

Lösungserwartung: Trefferwahrscheinlichkeit* - 1_708, WS3.2, Offenes Antwortformat

Die Spielerin trifft genau einmal.	E
Die Spielerin trifft höchstens einmal.	B
Die Spielerin trifft mindestens einmal.	C
Die Spielerin trifft genau zweimal.	F

A	$1 - 0{,}85^6$
B	$0{,}15^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^1 \cdot 0{,}15^5$
C	$1 - 0{,}15^6$
D	$0{,}85^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^5 \cdot 0{,}15^1$
E	$6 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}15^5$
F	$\binom{6}{2} \cdot 0{,}85^2 \cdot 0{,}15^4$

Lösungserwartung: Binomialverteilung* - 1_660, WS3.2, Offenes Antwortformat

Genau eine Person hat die Blutgruppe AB–.	E
Mindestens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	C
Höchstens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	F
Keine Person hat die Blutgruppe AB–.	D

A	$1 - p^{100}$
B	$p \cdot (1 - p)^{99}$
C	$1 - (1 - p)^{100}$
D	$(1 - p)^{100}$
E	$p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$
F	$(1 - p)^{100} + p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$

Lösungserwartung: Massenproduktion* - 1_636, WS3.2, Offenes Antwortformat

Mögliche Vorgehensweise:

Die (binomialverteilte) Zufallsvariable X (mit den Parametern $n = 100$ und $p = 0{,}06$) beschreibt die Anzahl der mangelhaften Stücke in dieser Packung.

$P(X \le 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \approx 0{,}057$

Lösungserwartung: Parameter einer Binomialverteilung* - 1_495, WS3.2, Offenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

$n \cdot 0{,}36 \cdot (1 - 0{,}36) = 7{,}2^2$

$n = 225$

Lösungserwartung: Verschiedenfärbige Kugeln* - 1_471, WS3.2, Offenes Antwortformat

Es werden genau zwei schwarze Kugeln gezogen.	☒

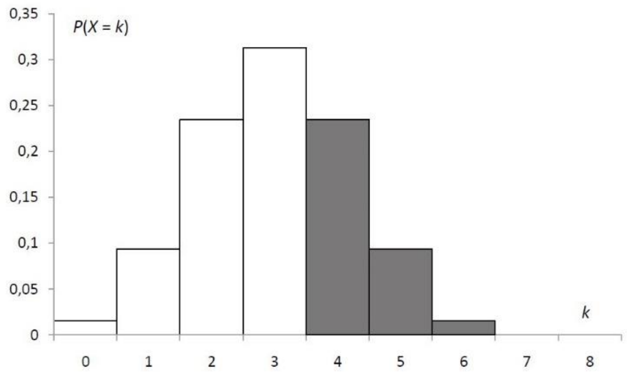
Lösungserwartung: Sammelwahrscheinlichkeit bei Überraschungseiern* - 1_422, WS3.2, Offenes Antwortformat

$1 - \left(\frac{6}{7}\right)^{10}$

Lösungserwartung: Tennisspiel* - 1_398, WS3.2, Offenes Antwortformat

Dieser Wert gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der Helmut 3 von 5 Sätzen im Training gewinnt.

Lösungserwartung: Binomialverteilung* - 1_351, WS3.2, Offenes Antwortformat



Lösungserwartung: Multiple-Choice-Antwort* - 1_326, WS3.2, Offenes Antwortformat

X ... Anzahl der richtigen Antworten

$W(X \geq 4) = 5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{64} \approx 0{,}02 = 2\ \%$

Lösungserwartung: Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_1202, WS1.2, 1 aus 6

$p = \frac{12}{30} = 0{,}4$

$P(18 \leq X \leq 20) = 0{,}0203...$

Lösungserwartung: Erfolg und Misserfolg* - 1_1263, WS3.1, Offenes Antwortformat

E ... „es tritt (bei n-maliger Durchführung des Versuchs) mindestens 1-mal ‚Erfolg' ein"

Lösungserwartung: Glücksrad* - 1_1267, WS3.1, Offenes Antwortformat

$n \cdot \frac{1}{12}$

Lösungserwartung: Münzwurf* - 1_1264, WS3.1, Offenes Antwortformat

$P(X = 3) = 0{,}5$

Lösung: Zufallsversuch* (1_1287)

$P(X < 3)$	C
$P(X \leq 3)$	F
$P(X \geq 3)$	A
$P(X > 3)$	E

A	$P(X > 2)$
B	$1 - P(X \leq 4)$
C	$P(X \leq 2)$
D	$P(X = 3) + P(X > 4)$
E	$P(X = 4) + P(X \geq 5)$
F	$1 - P(X > 3)$

Lösung: Qualitätssicherung* (1_1315)

$P(E) = 1 - 0{,}98^n$

Lösung: Therapie* (1_1339)

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 30$ und $p = 0{,}9$:

$E(X) = 27$
$P(X \geq 28) = 0{,}4113...$

Rookie Level

Joghurtbecher * (A_105) Lösung

a) Berechnung des Erwartungswertes: 200 · 4 % = 8

b) Mit Technologie wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass höchstens 5 Becherinhalte verdorben sind, also die Summe der Wahrscheinlichkeiten, dass 0,1, 2, 3, 4 oder 5 Becherinhalte verdorben sind.

$P(X \leq 5)) = 18{,}56\ \%$

Produktion von Rucksaecken * (A_210) Lösung

c) Berechnung mittels Binomialverteilung: $n = 100$ und $p = 0{,}03$
$P(X < 3) = 0{,}41977\ldots \approx 41{,}98\ \%$

Schweinezucht (1) (B_168) Lösung

a) Berechnung mit Binomialverteilung:

$P(15 \leq X \leq 20) = \sum_{k=15}^{20} \binom{20}{k} \cdot 0{,}93^k \cdot 0{,}07^{(20-k)} = 0{,}9981$

Sportgeschaeft (B_263) Lösung

b) mit Technologieeinsatz berechnet: $P(X \geq 2) = 0{,}1176\ldots$

$\left(P(X \geq 2) = \sum_{k=2}^{10} \binom{10}{k} \cdot 0{,}06^k \cdot 0{,}94^{10-k} = 0{,}1176\ldots\right)$

Mit rund 11,8 % Wahrscheinlichkeit müssen mindestens 2 Paar Ski repariert werden.

Vernetzte Welt * (A_245) Lösung

c) Binomialverteilung:
X ... Anzahl der Bauteile, die innerhalb eines Jahres ausfallen
$n = 10$, $p = 0{,}02$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 0{,}1829\ldots \approx 18{,}3\ \%$

Aepfel * (A_170) Lösung

d) X ... Anzahl der wurmstichigen Äpfel
Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = \frac{1}{30}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 5) = 0{,}34133\ldots \approx 34{,}13\ \%$

Blutgruppen * (A_243) Lösung

b) X … Anzahl der Personen mit Blutgruppe 0
Binomialverteilung: $n = 25$, $p = 0{,}37$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 9) = 1 - P(X \leq 8) = 0{,}61524\ldots \approx 61{,}52\ \%$

Diabetes * (A_155) Lösung

b) Ansatz zur Berechnung mithilfe der Binomialverteilung: $n = 30$, $p = 0{,}046$
$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 0{,}40433\ldots \approx 40{,}43\ \%$

Fussball * (A_219) Lösung

b) $n = 5$ und $p = 0{,}8$
X ... Anzahl der verwandelten Elfmeter
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 4) = 0{,}4096$

Basketball (A_081) Lösung

d) X … Anzahl der Treffer

Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}877$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 8) = 0{,}3533\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 35,3 %.

Sicherheit auf dem Schulweg * (A_293) Lösung

a1) Binomialverteilung mit $n = 20$, $p = 0{,}26$
X ... Anzahl der Kfz-Lenker/innen, die sich an das geltende Tempolimit halten

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X > 10) = 0{,}0054\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,5 %.

Pro Level

Hotelrenovierung (1) (B_210) Lösung

c)

[...]	
[...]	
$1-\binom{50}{0}\cdot 0{,}12^0\cdot 0{,}88^{50}-\binom{50}{1}\cdot 0{,}12^1\cdot 0{,}88^{49}$	☒
[...]	
[...]	

Leuchtmittel * (A_109) Lösung

a) Es gibt genau 2 Möglichkeiten des Ausgangs: „fehlerhaft" oder „nicht fehlerhaft".
Die Versuche sind voneinander unabhängig.
Die Wahrscheinlichkeiten bleiben konstant.

b) $P(X=6)+P(X=7)=0{,}1500+0{,}1060=0{,}2560$
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 25,60 %.

c) Durch diesen Ausdruck kann man die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass in der Stichprobe genau 4 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden.

Zimmerei (A_099) Lösung

b) E ... in einer Lieferung sind mehr als 2 Fichten von minderer Qualität

Regentage in Gmunden (B_253) Lösung

a) Die Anzahl der Regentage ist 0 oder 1.
$P(0 \text{ oder } 1)=P(X=0)+P(X=1)$.
Die Wahrscheinlichkeiten können mit der Formel für die Binomialverteilung ausgerechnet werden.
Wahrscheinlichkeit für einen Regentag: $p_R=\frac{13{,}8}{31}=0{,}445$
$P(X=0)=P(\text{„}\textit{nur regenfreie Tage}\text{"})=(1-0{,}445)^5=0{,}053$
$P(X=1)=5\cdot 0{,}445\cdot(1-0{,}445)^4=0{,}211$
$P(X=0)+P(X=1)=0{,}264$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,264 (bzw. 26,4 %) wird die Familie nicht mehr als einen Regentag in ihrem Urlaub haben.
(Eine Lösung auf der Basis 1 Monat = 30 Tage kann auch akzeptiert werden.)

Teilchenbeschleuniger * (A_239) Lösung

b) Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass bei 500 Kollisionen genau 2 Teilchen dieses Typs entstehen.

$1\,000\cdot 0{,}034=34$

Bei 1 000 Kollisionen entstehen im Mittel 34 Teilchen dieses Typs.

Batterien * (A_228) Lösung

a) Binomialverteilung: $n=40$, $p=0{,}02$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X\leq 2)=0{,}95432\ldots\approx 95{,}43\,\%$

b) Der angegebene Ausdruck gibt den Erwartungswert für die Anzahl der defekten Batterien in dieser Lieferung an.

CeBIT (B_093) Lösung

b) X … Anzahl der Passagiere, die nicht erscheinen

$P(X > 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) - P(X = 3)$
$p = 0{,}06$

$P(X > 3) = 0{,}98809 \ldots = 98{,}81\ \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 98,81 % erhält man einen fixen Sitzplatz.

Die Berechnung lässt sich mithilfe der Binomialverteilung durchführen, da es sich um zwei Zustände (gebuchter Passagier kommt – gebuchter Passagier kommt nicht) handelt, jede Buchung mit einer festen Wahrscheinlichkeit von 6 % nicht genützt wird und die Buchungen voneinander unabhängig durchgeführt wurden.

Schuelerzahlen (A_215) Lösung

a) $n \cdot 0{,}05$ beschreibt bei n angemeldeten Schülerinnen und Schülern die zu erwartende Anzahl derer, die sich am ersten Schultag wieder abmelden.

X … Anzahl derjenigen Schüler/innen, die sich am ersten Schultag abmelden

Bionomialverteilung mit $n = 53$ und $p = 0{,}05$:

$P(X = 0) = 0{,}0659\ldots \approx 6{,}6\ \%$

Pauschalreisen * (A_267) Lösung

a1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0{,}05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 4) = 0{,}4359\ldots$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 43,6 %.

a2) Es werden 5 der 100 vermittelten Plätze nicht in Anspruch genommen.

b1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 102$ und $p = 0{,}05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 1) = 0{,}0340\ldots$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 3,4 %.

Muenzen * (A_276) Lösung

b1) Berechnung der Wahrscheinlichkeit mithilfe der Binomialverteilung: $n = 10$ und $p = 0{,}5$

$P(X \geq 3) = 0{,}9453\ldots \approx 94{,}5\ \%$

c1) $n = \dfrac{\ln(0{,}0625)}{\ln(0{,}5)} = 4$

c2) n gibt an, wie oft man die Münze werfen muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 93,75 % mindestens 1-mal „Zahl“ geworfen wird.

Gluecksspiel* (A_282) Lösung

b1) Binomialverteilung mit $n = 5$, $p = 0{,}75$:
X ... Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 3) = 0{,}2636\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 26,4 %.

c1)

①	
mindestens 1 Kugel grün ist	☒

②	
$1-\left(\frac{5}{12}\right)^3$	☒

Vergnuegungspark (2) * (A_249) Lösung

c)

Genau 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☒

Dorffest (A_135) Lösung

b)

P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt")	C
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt")	A

A	1 – P(„kein Mädchen gewinnt")
B	1 – P(„höchstens 2 Mädchen gewinnen")
C	1 – P(„mindestens 2 Mädchen gewinnen")
D	1 – P(„genau 1 Mädchen gewinnt")

Natur in Zahlen (A_136) Lösung

c) X … Anzahl der überlebenden Jungtiere
Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0{,}25$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \geq 6) = 0{,}3828\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 38,3 %.

$P(E) = 0{,}25^3$	A
$P(E) = 1 - 0{,}25^3$	D

A	E = „alle 3 Jungtiere überleben"
B	E = „keines der Jungtiere überlebt"
C	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt"
D	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt nicht"

Marillenernte (A_139) Lösung

a) In einer Zufallsstichprobe von 50 Stück weisen genau 3 Marillen Schäden auf.

P(„keine der ausgewählten Marillen weist Schäden auf") $= 0{,}88^n$

Zimt (A_164) Lösung

d) E … in der Stichprobe befinden sich 0, 1 oder 2 Säckchen, die nicht korrekt verschlossen sind

Lieblingsfarbe * (A_082) Lösung

a1) X … Anzahl derjenigen Personen, die Rosa als Lieblingsfarbe nennen

Binomialverteilung mit $n = 25$ und $p = 0{,}13$:
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 3) = 0{,}2360\ldots$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 23,6 % nennen genau 3 der 25 befragten Personen Rosa als Lieblingsfarbe.

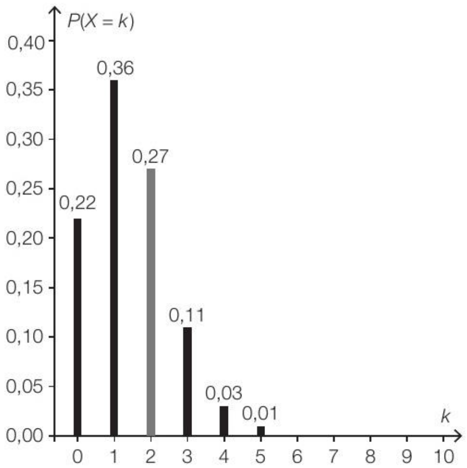
b1) X … Anzahl derjenigen Personen, die Orange als Lieblingsfarbe nennen

Binomialverteilung mit $p = 0{,}07$:
$P(X \geq 1) = 0{,}9$
$1 - P(X = 0) = 0{,}9$
$1 - 0{,}93^n = 0{,}9$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$n = 31{,}7\ldots$

Es müssen mindestens 32 Personen befragt werden.

c1) $P(X = 2) = 0{,}96 - (0{,}22 + 0{,}36 + 0{,}11) = 0{,}27$



Psi-Tests * (A_291) Lösung

a1) X ... Anzahl der Treffer
Binomialverteilung mit $n = 13$, $p = 0{,}1$:

$E(X) = n \cdot p = 13 \cdot 0{,}1 = 1{,}3$

a2) $P(X = 0) = 0{,}9^{13} = 0{,}254\ldots < 1 - P(X = 0)$

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(7 \leq X \leq 13) = 0{,}000099\ldots = 0{,}0099\ldots\ \%$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,01 %.

b1)

Die Versuchsperson erzielt mindestens 40 Treffer.	D
Die Versuchsperson erzielt höchstens 20 Treffer.	B

A	$\sum_{k=20}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
B	$\sum_{k=0}^{20} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
C	$\sum_{k=0}^{40} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
D	$\sum_{k=40}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$

Fahrscheine * (A_133) Lösung

b1)

$\binom{300}{2} \cdot 0{,}975^{298} \cdot 0{,}025^2$	A
$1 - \binom{300}{1} \cdot 0{,}975^{299} \cdot 0{,}025^1 - \binom{300}{0} \cdot 0{,}975^{300} \cdot 0{,}025^0$	D

A	Die Person wird genau 2-mal kontrolliert.
B	
C	
D	Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert.

Sauna * (A_297) Lösung

d1) In diesen n Wochen besucht sie (mittwochs) mindestens 1-mal die Sauna.

Darts * (A_302) Lösung

d1)

Mit dem Ausdruck $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) + p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	D
Mit dem Ausdruck $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) - p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	A

A	... höchstens 3-mal das Bull's Eye trifft.
B	... mindestens 3-mal das Bull's Eye trifft.
C	... höchstens 4-mal das Bull's Eye trifft.
D	... mindestens 4-mal das Bull's Eye trifft.

Erkaeltung * (A_310) Lösung

b1)

In einer Zufallsstichprobe von 10 erkälteten Personen hat mindestens 1 Person auch Fieber.	D
In einer Zufallsstichprobe von 10 erkälteten Personen hat genau 1 Person auch Fieber.	B

A	$0{,}2 \cdot 0{,}8^9$
B	$10 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^9$
C	$1 - 0{,}2^{10}$
D	$1 - 0{,}8^{10}$

b2) $700 \cdot 0{,}2 = 140$

Gesundheitsberichte * (A_314) Lösung

b1) Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}976$
X ... Anzahl der Berichte, die den aktuellen Wissensstand stark verzerrt wiedergeben

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 8) = 0{,}99853...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 99,85 %.

b2) Unter 10 zufällig ausgewählten Berichten befinden sich genau 7 Berichte, die den aktuellen Wissensstand stark verzerrt wiedergeben.

Bluthochdruck bei Erwachsenen * (A_319) Lösung

b1)

Höchstens 2 Personen haben Bluthochdruck.	☒

b2) $p = \frac{55}{250} = 0{,}22$

Lösungserwartung: Maturaball* (c) - 2_105, WS2.3 WS3.3, Halboffenes Antwortformat

b1) X ... Anzahl der Gewinne
X ist binomialverteilt mit $n = 3$, $p = 0{,}25$.
$P(X = 2) = 3 \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75 = 0{,}140625$

Lösungserwartung: Krankenstände* (b) - 2_109, AN4.3 FA1.7, Offenes Antwortformat

b1) E ... „mindestens 1 der beiden Angestellten erkrankt in einem Winter"

b2) X ... Anzahl der Winter mit Erkrankungen des Angestellten A
X ist binomialverteilt mit $n = 5$, $p = 0{,}2$.

$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}8^5 + 5 \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}2 = 0{,}73728$

Mit Pfeil und Bogen * (A_323) Lösung

b1) Der Bogenschütze trifft bei n Schüssen mindestens 1-mal den schwarzen Bereich der Zielscheibe.

b2) Binomialverteilung mit $n = 20$, $p = 0{,}8$
X ... Anzahl der Treffer

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 17) = 0{,}411...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 41 %.

Kontrolle der Geschwindigkeit * (A_117) Lösung

a1) $P(X = a) = \binom{1500}{a} \cdot 0{,}04^a \cdot 0{,}96^{1500-a}$

Sonnenblumen * (A_329) Lösung

c1)

Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste höchstens 1 Kern keimt	C
Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste genau 9 Kerne keimen	B

A	$1 - \binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
B	$\binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
C	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9 + (1-p)^{10}$
D	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9$

Lösung: Taxi (2) * (A_332)

a1)

Es werden mindestens 5 Fahrgäste befördert.	☒

a2) Binomialverteilung mit $n = 30$ und $p = 0{,}31$
X ... Anzahl der Taxifahrten, bei denen jeweils genau 1 Fahrgast befördert wird

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 8) = 0{,}757...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 76 %.

Lösung: Lern-App * (A_335)

a1) $25 \cdot 0{,}22 = 5{,}5$
Der Erwartungswert für die Anzahl der Übungen dieses Arbeitspakets, die keine Multiple-Choice-Aufgaben enthalten, beträgt 5,5.

Auch ein ganzzahliges Runden des Erwartungswerts (6) ist als richtig zu werten.

a2)

Mindestens 1 der 5 Übungen enthält Multiple-Choice-Aufgaben.	B
Keine der 5 Übungen enthält Multiple-Choice-Aufgaben.	D

A	$1 - 0{,}78^5$
B	$1 - 0{,}22^5$
C	$(1 - 0{,}22)^5$
D	$(1 - 0{,}78)^5$

Lösung: Raucherentwöhnung * (A_338)

a1)

$P(E) = \binom{10}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^2$	☒

Lösung: Flugreisen* (2_133)

c1)

①	
höchstens	☒

②	
122	☒

Lösung: Fluggepäck * (A_344)

c1) Binomialverteilung mit $n = 300$, $p = 0{,}007$
X ... Anzahl der Gepäckstücke, die beim Transport beschädigt worden sind

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 2) = 0{,}649...$
Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 dieser Gepäckstücke beim Transport beschädigt worden sind, beträgt rund 65 %.

c2) Mindestens 1 dieser Gepäckstücke ist beim Transport beschädigt worden.

All Star Level

Wirksamkeit von Medikamenten (A_048) Lösung

b) $0{,}4^n$ drückt mithilfe des Modells der Binomialverteilung die Wahrscheinlichkeit aus, dass bei n Frauen keine positive Wirkung auftritt.

$1 - 0{,}4^n$ ist die Gegenwahrscheinlichkeit dazu und berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass von n Frauen mindestens 1 Frau eine positive Wirkung des Medikaments verspürt.

Wahlmoeglichkeiten beim Fliegen * (A_265) Lösung

b)

$1-(1-p)^n = 0{,}99$	☒

Blut und Blutdruck (A_223) Lösung

d) Mit dem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass das Medikament bei höchstens 8 der 80 Personen den Blutdruck <u>nicht</u> senkt.
(oder: Mit dem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass das Medikament bei mindestens 72 der 80 Personen den Blutdruck senkt.)

Blut (B_372) Lösung

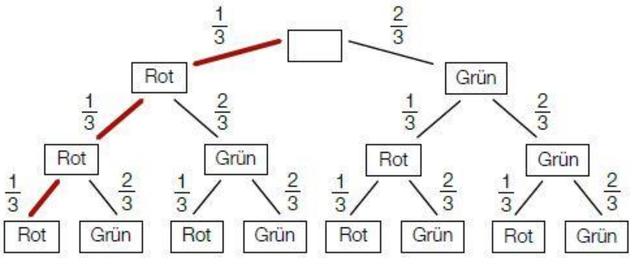
c) X ... Anzahl der Personen mit Blutgruppe A, Rh+
Binomialverteilung mit $n = 60$ und $p = 0{,}37$
$P(X \leq 15) = 0{,}0339$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 3,4 % haben höchstens 15 Personen die Blutgruppe A, Rh+.

$P(X \geq 1) \geq 0{,}95$
$0{,}05 \geq P(X = 0)$
$0{,}05 \geq 0{,}63^n$
$n \geq \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}63)}$
$n \geq 6{,}4\ldots$
Es müssen mindestens 7 Personen Blut spenden.

Mit diesem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass unter 60 zufällig ausgewählten Personen der österreichischen Bevölkerung mindestens 2 und höchstens 6 Personen die Blutgruppe A, Rh+ haben.

Brettspiel (B_288) Lösung

b)



Am Baumdiagramm wählt man den Ast, der nur aus roten Würfelergebnissen besteht (in der Abbildung mit Rot markiert). Entlang des Astes werden die Wahrscheinlichkeiten multipliziert.

$P(\text{„1 Rot“, „2 Grün“}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{4}{9} = 0{,}\overline{4}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kind bei 3 Würfen 1-mal die Farbe Rot und 2-mal die Farbe Grün würfelt, beträgt rund 44,4 %.

c)

$\sum_{k=0}^{4} \binom{7}{k} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{7-k}$	C
$\sum_{k=0}^{5} \binom{7}{k} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{7-k}$	D

A	Es werden weniger als 5 grüne Steine gelegt.
B	Es werden maximal 5 rote Steine gelegt.
C	Es werden weniger als 5 rote Steine gelegt.
D	Es werden maximal 5 grüne Steine gelegt.

X ... Anzahl der Würfe, bei denen die Farbe Grün gewürfelt wird

Binomialverteilung mit $n = 7$ und $p = \frac{2}{3}$:

$P(X \geq 4) = 0{,}8267\ldots \approx 82{,}7\ \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 82,7 % wird bei 7 Würfen mit dem Farbwürfel mindestens 4-mal die Farbe Grün geworfen.

d) Die Wahrscheinlichkeit, dass das Kind die Augensumme 2 und mit dem Farbwürfel 2-mal die Farbe Rot wirft, wird gebildet mit:

$P(\text{„Augensumme = 2“}) \cdot P(\text{„der Farbwürfel zeigt bei beiden Würfeln Rot“})$

$= \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = 0{,}0030\ldots$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 0,3 % hat das Kind genau 2 Steine, die beide rot sind.

Rohre (B_178) Lösung

c) X … Anzahl der gerissenen Schweißstellen

$P(X \geq n) = \sum_{i=n}^{52} \binom{52}{i} \cdot 0{,}02^i \cdot 0{,}98^{52-i}$

Lösungserwartung: Würfelspiel* (c) - 2_104, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

c1) $\mu_n = n \cdot \frac{1}{3}$

$\sigma_n = \sqrt{n \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}$

Lösungserwartung: Auslastung von Flügen* (b) - 2_111, AN4.3 FA1.7, Offenes Antwortformat

a1) $n = \frac{477}{0,9} = 530$

$m = \frac{530}{1,06} = 500$

a2) X ... Anzahl der Personen, die ihr Ticket in Anspruch nehmen
Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 530$ und $p = 0,9$.

$P(X \geq 501) = 0,00012...$

Oelbohrungen * (B_221) Lösung

c) $1 - 0,35^n = 0,99$
Berechnung mithilfe von Technologie: $n \approx 4,4$

Es sind zumindest 5 Bohrungen in Alaska notwendig, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit Öl zu finden.
Ist nur eine 95%ige Sicherheit gefordert, so ist die Anzahl der notwendigen Bohrungen geringer.

Lösung: Fitnessuhren* (2_126)

b1)

①	
$(1-p)^{160}$	☒

②	
$1 - \left[\binom{160}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{160} + \binom{160}{1} \cdot p \cdot (1-p)^{159}\right]$	☒

Lösung: Mensch ärgere dich nicht (2_130)

b1)

$\binom{n}{\frac{n}{2}} \cdot 0,6^{\frac{n}{2}} \cdot 0,4^{\frac{n}{2}}$	A
$1 - 0,4^n - n \cdot 0,6 \cdot 0,4^{n-1}$	B
$1 - 0,6^n$	E
$n \cdot 0,6^{n-1} \cdot 0,4$	D

A	Isabella gewinnt genau die Hälfte der n Partien.
B	Isabella gewinnt mindestens 2 der n Partien.
C	Isabella verliert mehr als die Hälfte der n Partien.
D	Isabella verliert genau 1 der n Partien.
E	Isabella verliert mindestens 1 der n Partien.
F	Isabella gewinnt höchstens 1 der n Partien.

b2) $p = 0,6 \quad n = 14$
$\mu = 8,4$
$\sigma = 1,83...$
$[\mu - \sigma; \mu + \sigma] = [6,56...; 10,23...]$
$P(7 \leq Y \leq 10) = 0,7255...$

Lösung: Passwörter* (2_134)

b1) $\left(\frac{26}{36}\right)^8 = 0,0740...$
Die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort nur aus Buchstaben besteht, beträgt rund 7,4 %.

b2) $\left(\frac{26}{36}\right)^8 + 8 \cdot \left(\frac{26}{36}\right)^7 \cdot \frac{10}{36} = 0,3017...$
Die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort höchstens 1 Ziffer enthält, beträgt rund 30,2 %.

Kompensationsprüfungsaufgaben

AHS Juni 2022 Kompensationsprüfung 4 Aufgabe 4

c1) $P(E) = p^{20} + 20 \cdot (1 - p) \cdot p^{19}$

AHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 8 Aufgabe 5

$a = 4$
$b = 0{,}85$
$c = 5$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 4,9 % befinden sich in einer Gruppe von 10 (zufällig ausgewählten) Haushalten 4 oder 5 Haushalte mit Highspeed-Internetzugang.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn a, b und c richtig ermittelt werden und die Wahrscheinlichkeit 0,049 richtig interpretiert wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

X ... Anzahl der Haushalte mit Highspeed-Internetzugang
$P(X \geq 1) \geq 0{,}99 \quad \Rightarrow \quad 1 - P(X = 0) \geq 0{,}99 \quad \Rightarrow \quad 1 - 0{,}85^n \geq 0{,}99$
$\Rightarrow \quad n \geq 28{,}3...$

Es müssten mindestens 29 Haushalte überprüft werden, damit sich darunter mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens 1 Haushalt mit Highspeed-Internetzugang befindet.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Anzahl der Haushalte richtig ermittelt wird.

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 4

a1) $P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{0{,}06}^{5} \cdot \boxed{0{,}94}^{\boxed{n-5}}$

b1) X ... Anzahl der Personen mit Blutgruppe A

Binomialverteilung mit $n = 85$ und $p = 0{,}44$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(25 \leq X \leq 30) = 0{,}0627...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,3 %.

AHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 5 Aufgabe 4

b1) $A = 20 \cdot (1 - p)$