Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2024

Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

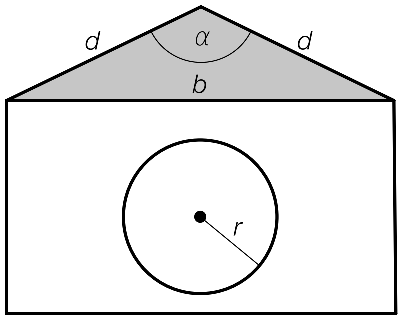
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Hundehütten

a) In der nachstehenden Abbildung ist eine Hundehütte mit einem kreisrunden Eingang modellhaft in der Ansicht von vorne dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe von *d* und α eine Formel zur Berechnung von *b* auf.

$b =$ ____

Die Hundehütte mit dem Eingang mit dem Radius *r* wird durch eine neue Hundehütte ersetzt. Der Eingang dieser neuen Hundehütte hat im Vergleich mit der oben abgebildeten Hundehütte einen um 10 % kleineren Radius.

2) Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt des Kreises der neuen Hundehütte um 19 % kleiner als jener der oben abgebildeten Hundehütte ist.

b) Ein Großhändler kauft 10 Hundehütten vom Typ *Waldi* und 15 Hundehütten vom Typ *Charlie* um insgesamt € 1.800.
Die Kosten für eine Hundehütte vom Typ *Waldi* sind um € 30 höher als die Kosten für eine Hundehütte vom Typ *Charlie*.

1) Berechnen Sie die Kosten für eine Hundehütte vom Typ *Waldi*.

Lösung zur Aufgabe 1

Hundehütten

a1) $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{b}{2}}{d}$

$b = 2 \cdot d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

a2) $A = r^2 \cdot \pi$

$A_{\text{neu}} = (0{,}9 \cdot r)^2 \cdot \pi = 0{,}81 \cdot r^2 \cdot \pi = 0{,}81 \cdot A$

Der Flächeninhalt ist also um 19 % kleiner.

b1) w ... Kosten für eine Hundehütte vom Typ *Waldi*
c ... Kosten für eine Hundehütte vom Typ *Charlie*

I: $10 \cdot w + 15 \cdot c = 1\,800$
II: $w = c + 30$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$w = 90$
$c = 60$

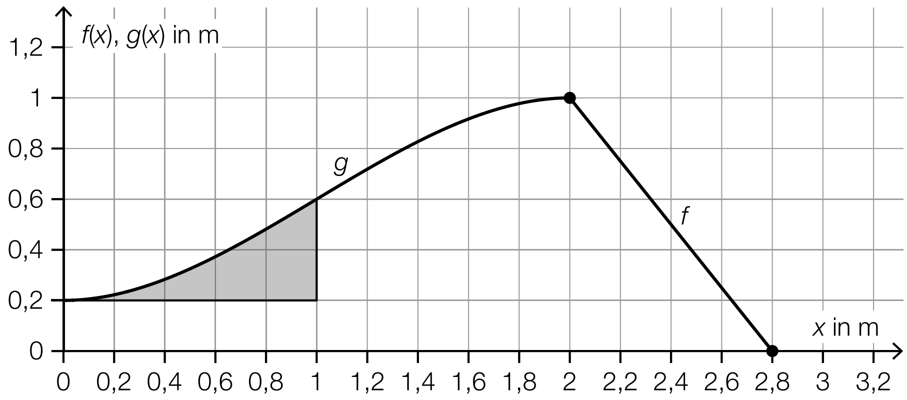
Eine Hundehütte vom Typ *Waldi* kostet € 90.

Aufgabe 2

Kinderrutsche

a) In der unten stehenden Abbildung ist eine Rutsche modellhaft in der Ansicht von der Seite dargestellt.

Der Aufstieg der Rutsche wird durch den Graphen der Funktion f beschrieben, die Abfahrt der Rutsche wird durch den Graphen der Funktion g beschrieben.



1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

Für die Polynomfunktion g gilt:

$g(x) = -\frac{1}{5} \cdot x^3 + \frac{3}{5} \cdot x^2 + \frac{1}{5} \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 2$

Aus Sicherheitsgründen darf der Neigungswinkel an jeder Stelle der Abfahrt höchstens 40° betragen.

2) Überprüfen Sie rechnerisch, ob diese Vorschrift eingehalten wird.

Die in der obigen Abbildung grau markierte Fläche wird bemalt.

3) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

Lösung zur Aufgabe 2

Kinderrutsche

a1) $f(x) = k \cdot x + d$

$k = -\frac{1}{0{,}8} = -1{,}25$
$0 = -1{,}25 \cdot 2{,}8 + d$
$d = 3{,}5$

$f(x) = -1{,}25 \cdot x + 3{,}5$

a2) maximaler Steigungswinkel α bei der Wendestelle:
$g''(x) = 0 \quad \textit{oder} \quad -\frac{6}{5} \cdot x + \frac{6}{5} = 0$
$x = 1$

$\alpha = \arctan(g'(1)) = \arctan(0{,}6) = 30{,}9...°$

Der maximale Steigungswinkel beträgt rund 31°. Die Vorschrift wird also eingehalten.

a3) $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x - 0{,}2 \cdot 1 = 0{,}15$

Der Flächeninhalt dieser Fläche beträgt 0,15 m^2.

Aufgabe 3

Radioaktive Substanzen

Die jeweils noch vorhandene Masse von radioaktiven Substanzen in Abhängigkeit von der Zeit lässt sich durch die Exponentialfunktion m beschreiben.

$m(t) = m_0 \cdot e^{-k \cdot t}$

t ... Zeit in Tagen
$m(t)$ ... vorhandene Masse zum Zeitpunkt t in g
m_0 ... vorhandene Masse zum Zeitpunkt $t = 0$ in g

a) Von einer bestimmten radioaktiven Substanz sind nach 15 Tagen noch 5,3 g vorhanden. Die Masse nimmt täglich um 2,7 % ab.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Exponentialfunktion m für diese radioaktive Substanz auf.

b) Für eine andere radioaktive Substanz gilt:

$k = 0{,}023$

1) Berechnen Sie die Zeit, nach der nur noch 5 % der Masse m_0 dieser radioaktiven Sustanz vorhanden sind.

c) Eine weitere radioaktive Substanz hat die Masse $m_0 = 18$ g und eine Halbwertszeit von 8 Tagen.

1) Begründen Sie, warum der Zerfall dieser radioaktiven Substanz <u>nicht</u> durch den in der nachstehenden Abbildung dargestellten Graphen von f beschrieben werden kann.

Lösung zur Aufgabe 3

Radioaktive Substanzen

a1) $m(1) = m_0 \cdot 0{,}973 = m_0 \cdot e^{-k}$

$k = -\ln(0{,}973) = 0{,}0273...$

$5{,}3 = m_0 \cdot e^{-0{,}0273... \cdot 15}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$m_0 = 7{,}99...$

$m(t) = 8 \cdot e^{-0{,}027 \cdot t}$

oder:

$m(t) = 8 \cdot 0{,}973^t$ *(Parameter gerundet)*

b1) $0{,}05 \cdot m_0 = m_0 \cdot e^{-0{,}023 \cdot t}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 130{,}2...$

Nach rund 130 Tagen sind nur noch 5 % der Masse m_0 vorhanden.

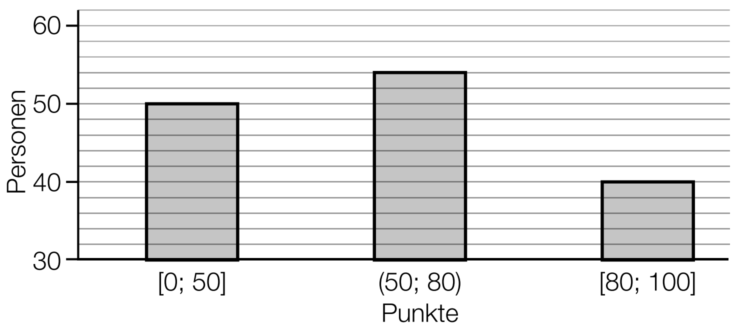
c1) Nach 8 Tagen beträgt die Masse der radioaktiven Substanz entsprechend dem dargestellten Graphen 10 g. Nach 8 Tagen sollten aber nur noch 9 g vorhanden sein.

Aufgabe 4

Aufnahmetest

Bei einem bestimmten Aufnahmetest können die teilnehmenden Personen 0 bis höchstens 100 Punkte erreichen.

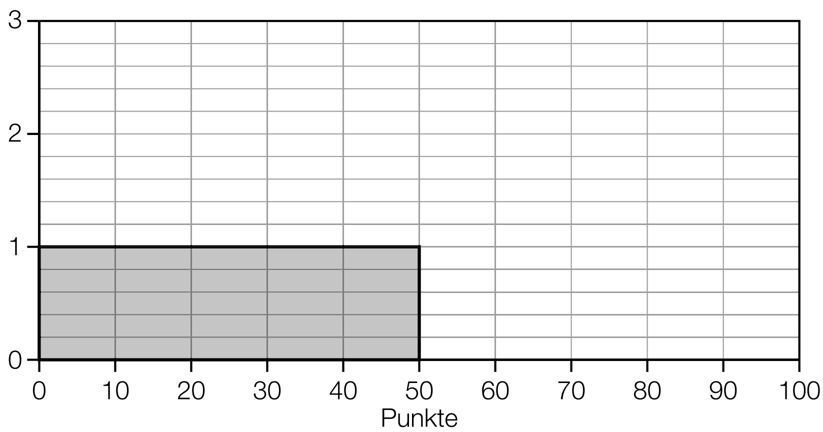
a) Die nachstehende Abbildung zeigt die Anzahl der Personen, die bei diesem Aufnahmetest „höchstens 50 Punkte", „zwischen 50 und 80 Punkte" bzw. „mindestens 80 Punkte" erreicht haben.



Die Daten aus der obigen Abbildung sollen in einem Histogramm dargestellt werden.

Der Flächeninhalt eines Rechtecks im unten stehenden Histogramm entspricht der Anzahl der Personen, die eine Punktzahl im entsprechenden Bereich erreicht haben.

1) Vervollständigen Sie dieses Histogramm durch Einzeichnen der zwei fehlenden Rechtecke.



Von den 144 teilnehmenden Personen werden 3 Personen nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = 1 - \frac{104}{144} \cdot \frac{103}{143} \cdot \frac{102}{142}$$

b) Bei der ersten Aufgabe dieses Aufnahmetests können höchstens 5 Punkte erreicht werden.

Die Ergebnisse zur ersten Aufgabe des Aufnahmetests eines bestimmten Prüfungstermins sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

erreichte Punkte	absolute Häufigkeit
0	22
1	10
2	35
3	42
4	23
5	12

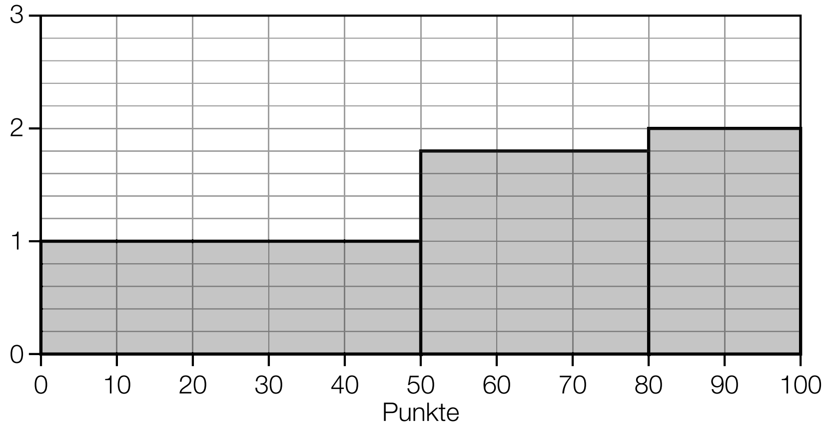
1) Berechnen Sie das arithmetische Mittel $\bar{x}$ der erreichten Punkte.

Lösung zur Aufgabe 4

Aufnahmetest

a1) $\frac{54}{30} = 1{,}8$

$\frac{40}{20} = 2$



a2) E ... „unter 3 zufällig ausgewählten Personen befindet sich mindestens 1 Person, die mindestens 80 Punkte erhalten hat“

b1) $\bar{x} = \frac{0 \cdot 22 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 35 + 3 \cdot 42 + 4 \cdot 23 + 5 \cdot 12}{144} = 2{,}48...$