Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

10. Jänner 2024

# Angewandte Mathematik

Korrekturheft

# HTL 1

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

# Beurteilung der Klausurarbeit

## Beurteilungsschlüssel

| erreichte Punkte | Note |
|---|---|
| 44 – 48 Punkte | Sehr gut |
| 38 – 43 Punkte | Gut |
| 31 – 37 Punkte | Befriedigend |
| 23 – 30 Punkte | Genügend |
| 0 – 22 Punkte | Nicht genügend |

**Jahresnoteneinrechnung:** Damit die Leistungen der letzten Schulstufe in die Beurteilung des Prüfungsgebiets einbezogen werden können, muss die Kandidatin / der Kandidat mindestens 14 Punkte erreichen.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://www.matura.gv.at/srdp/ablauf*** gesondert bekanntgegeben.

# Handreichung zur Korrektur

Für die Korrektur und die Bewertung sind die am Prüfungstag auf ***https://korrektur.srdp.at*** veröffentlichten Unterlagen zu verwenden.

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

   a. Punkte sind zu vergeben, wenn die jeweilige Handlungsanweisung in der Bearbeitung richtig umgesetzt ist.

   b. Berechnungen im offenen Antwortformat ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind richtig, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

# Aufgabe 1

## Straßenrad-WM

a1) $\tan(40{,}4°) = 0{,}851... > 0{,}25$

a2) Steigungswinkel $\alpha$ auf diesem Teilabschnitt:

$\alpha = \arctan(0{,}057) = 3{,}26...°$

Höhenunterschied $\Delta h$ auf diesem Teilabschnitt:

$\Delta h = 7\,900 \cdot \sin(\alpha) = 449{,}57...$

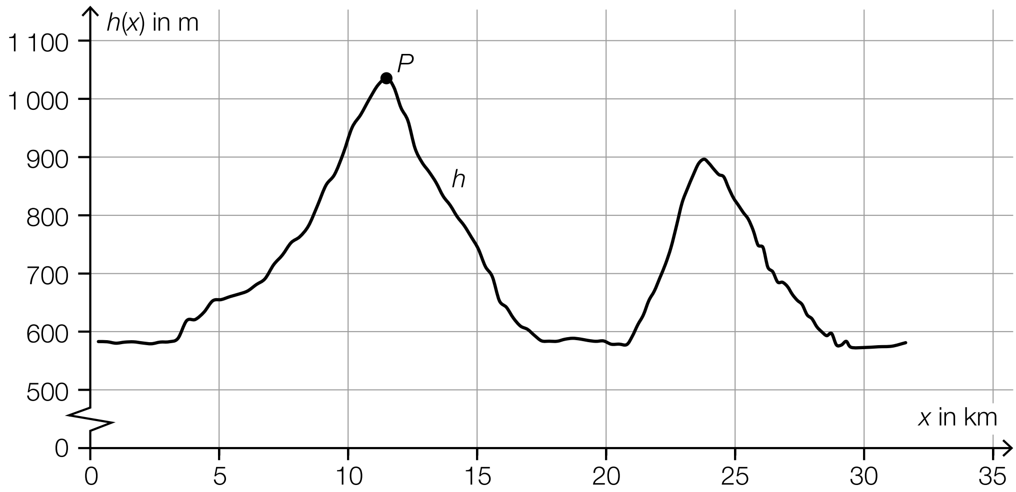
Der Höhenunterschied auf diesem Teilabschnitt beträgt rund 449,6 m.

*Da* $\sin(\arctan(0{,}057)) \approx 0{,}057$ *gilt, ist auch folgende Berechnung als richtig zu werten:*

$7\,900 \cdot 0{,}057 = 450{,}3$

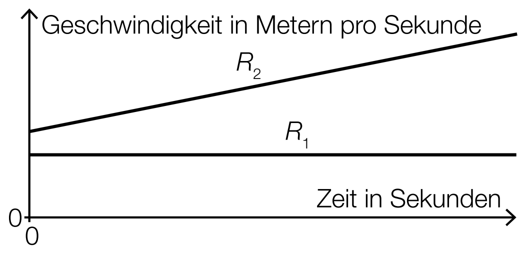
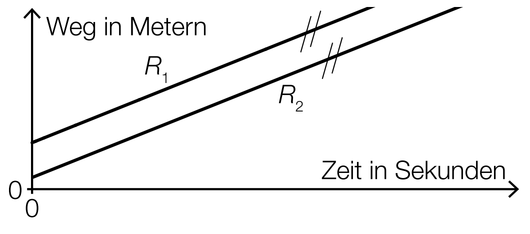
a1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Höhenunterschieds in Metern.

b1)




b1) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Punktes.

c1)

| | |
|---|---|
|  | D |
|  | A |

| | |
|---|---|
| A | $R_1$ und $R_2$ fahren mit der gleichen Geschwindigkeit. |
| B | $R_1$ befindet sich im Stillstand und $R_2$ beschleunigt. |
| C | Die Geschwindigkeit von $R_1$ ist zu jedem Zeitpunkt höher als jene von $R_2$. |
| D | Die Geschwindigkeit von $R_1$ ist konstant und $R_2$ beschleunigt. |

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

# Aufgabe 2

## Käse

a1) $f(t) = a \cdot b^t$

$a = 0{,}19$

$f(15) = 0{,}06$ *oder* $0{,}19 \cdot b^{15} = 0{,}06$

$b = \sqrt[15]{\frac{0{,}06}{0{,}19}} = 0{,}926...$

$f(t) = 0{,}19 \cdot 0{,}926...^t$

*oder:*

$f(t) = 0{,}19 \cdot e^{-0{,}0768... \cdot t}$

a2)


a3) Da das Volumen zuerst abnimmt, aber zwischen der 2. und 15. Woche wieder zunimmt, kann der Zusammenhang nicht durch ein lineares Modell beschrieben werden.

*Auch eine rechnerische Überprüfung (z. B. mittels Geradengleichung oder Berechnung der Differenzenquotienten) ist als richtig zu werten.*

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von *f*.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von *f*.
a3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

b1) $E(t) = -0{,}5 \cdot t + 35$

$t$ ... Reifedauer in Wochen
$E(t)$ ... Eiweißgehalt bei der Reifedauer $t$ in Prozent

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von *E*.

c1)

| | |
|---|---|
| | |
| | |
| Der Fettanteil an der Gesamtmasse beträgt 26 %. | ☒ |
| | |
| | |

c1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

# Aufgabe 3

## Bremsvorgänge

a1) $v_L(t) = s_L'(t) = 12 - 2 \cdot t$
$v_L(0) = 12$
12 m/s = 43,2 km/h

Die Geschwindigkeit des LKW zu Beginn des Bremsvorgangs beträgt 43,2 km/h.

a2) $v_L(t) = 0$ *oder* $12 - 2 \cdot t = 0$
$t = 6$

Nach 6 s kommt der LKW zum Stillstand.

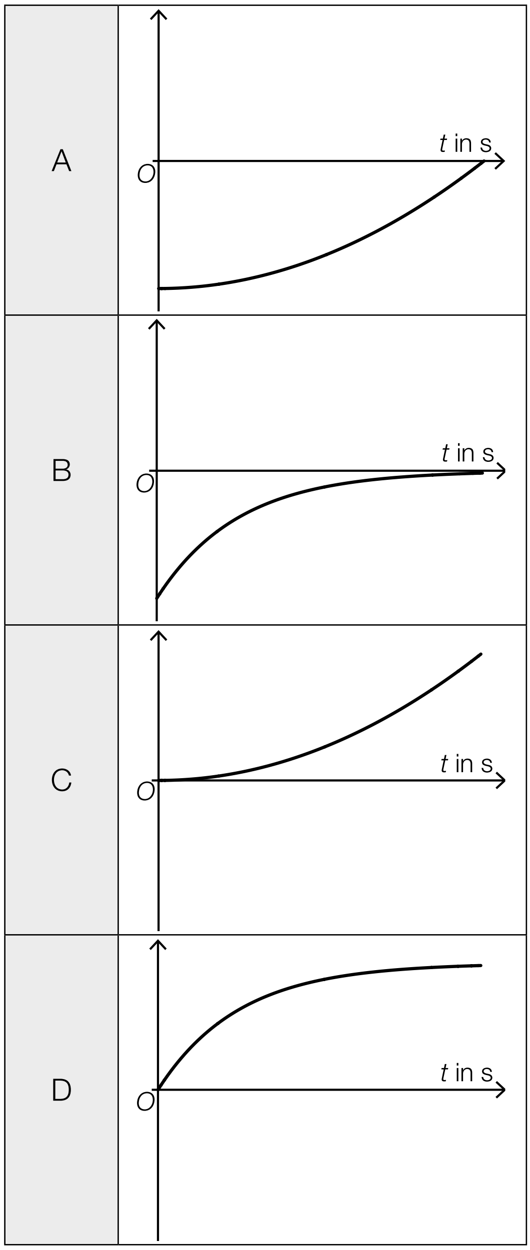
a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Geschwindigkeit in km/h.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Zeitpunkts.

b1) Die momentane Geschwindigkeit des Zuges zur Zeit $t = 20$ beträgt 5 m/s.
*Toleranzbereich:* [4; 6]

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der momentanen Geschwindigkeit.

c1)

| | |
|---|---|
| Weg-Zeit-Funktion des Motorboots | D |
| Beschleunigung-Zeit-Funktion des Motorboots | B |




c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

# Aufgabe 4

## Ruderboot

a1) $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$g'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $g(1{,}05) = 0{,}35$
II: $g(1) = 0$
III: $g'(1) = f'(1) = 1{,}7$

*oder:*

I: $a \cdot 1{,}05^2 + b \cdot 1{,}05 + c = 0{,}35$
II: $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0$
III: $2 \cdot a \cdot 1 + b = 1{,}7$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 106$
$b = -210{,}3$
$c = 104{,}3$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Punktkoordinaten.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten von $g$.

b1) $f''(x) = 0$ *oder* $9{,}6 \cdot x - 4{,}8 = 0$
$x = 0{,}5$

$s = 2 \cdot 0{,}5 \text{ m} = 1 \text{ m}$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge von $s$.

c1)

| | |
|---|---|
| $\alpha = \arccos\left(\frac{1{,}05 - 0{,}5 \cdot d}{b}\right)$ | ☒ |
| | |
| | |
| | |
| | |

c1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

# Aufgabe 5

## Fluggepäck

a1) $\overline{x} = \dfrac{H_1 + 2 \cdot H_2}{H_0 + H_1 + H_2}$

a2)

| | |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| $\sqrt{\dfrac{(0-\overline{x})^2 \cdot H_0 + (1-\overline{x})^2 \cdot H_1 + (2-\overline{x})^2 \cdot H_2}{H_0 + H_1 + H_2}}$ | ☒ |
| | |

a3)

| Anzahl *i* der Gepäckstücke pro Fluggast | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| Anzahl der Fluggäste mit *i* Gepäckstücken | 5 | 0 | 7 |

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
a3) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Tabelle.

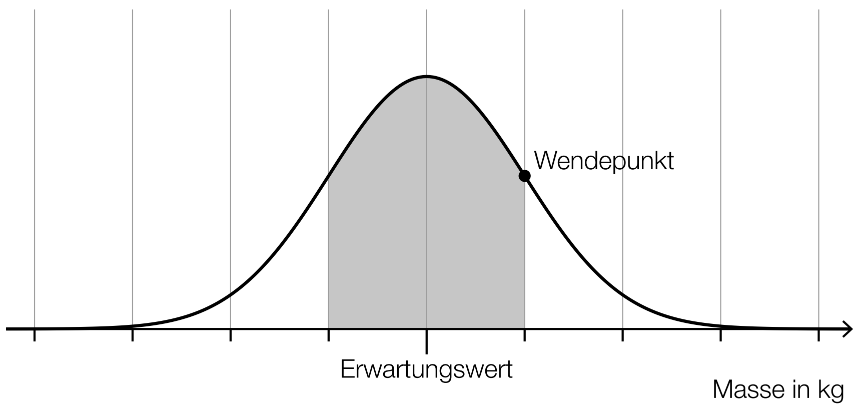
b1) $X$ ... Masse in kg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 25) = 0{,}0062...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gepäckstück eine Masse von mindestens 25 kg hat, beträgt rund 0,6 %.

b2)




b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
b2) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit.

c1) Binomialverteilung mit $n = 300$, $p = 0{,}007$
$X$ ... Anzahl der Gepäckstücke, die beim Transport beschädigt worden sind

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0{,}649...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 dieser Gepäckstücke beim Transport beschädigt worden sind, beträgt rund 65 %.

c2) Mindestens 1 dieser Gepäckstücke ist beim Transport beschädigt worden.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
c2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.

# Aufgabe 6 (Teil B)

## Walnüsse

a1) $\alpha = 180° - \arccos\left(\frac{\vec{F}_A \cdot \vec{F}_B}{|\vec{F}_A| \cdot |\vec{F}_B|}\right)$

*oder:*

$\alpha = \arccos\left(\frac{-\vec{F}_A \cdot \vec{F}_B}{|\vec{F}_A| \cdot |\vec{F}_B|}\right)$

a2) $\vec{e}_A = \begin{pmatrix} \frac{5}{13} \\ \frac{-12}{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}384... \\ -0{,}923... \end{pmatrix}$

a3) $\vec{F}_C = -\vec{e}_A \cdot |\vec{F}_C| = \begin{pmatrix} -25 \\ 60 \end{pmatrix}$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
a3) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.

b1) $g(x) = 0$ *oder* $-0{,}034 \cdot x^4 - 0{,}19 \cdot x^2 + 1{,}5 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = -2{,}1...$ $x_2 = 2{,}1...$
$L = 4{,}2...$ cm

Die Länge der Walnuss ist größer als 4 cm.

b2) $a = 1{,}33$ cm

b3)

| | |
|---|---|
| Innenvolumen der Walnuss (ohne Schale) | C |
| Volumen der Walnuss-schale | A |

| | |
|---|---|
| A | $\pi \cdot \int_{-c}^{c} g(x)^2\,dx - \pi \cdot \int_{-b}^{b} h(x)^2\,dx$ |
| B | $\pi \cdot \int_{-c}^{c} (g(x) - h(x))^2\,dx$ |
| C | $2 \cdot \pi \cdot \int_{0}^{b} h(x)^2\,dx$ |
| D | $\pi \cdot \int_{-b}^{b} (g(x)^2 - h(x)^2)\,dx$ |

b1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
b2) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes des Parameters *a*.
b3) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1)

| | |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| *V* ist monoton steigend. | ☒ |
| | |

c2) Flächeninhalt: 195

*Toleranzbereich:* [185; 205]

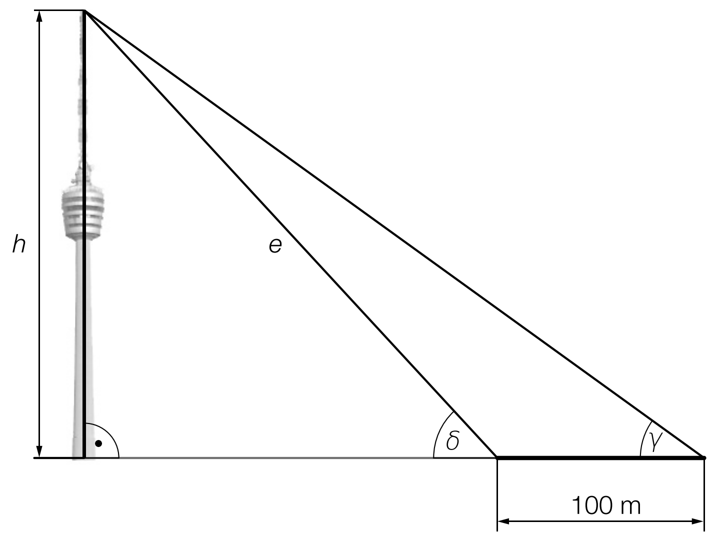
c3) Im Zeitintervall [50; 80] hat das Holzvolumen um 195 $m^3$ zugenommen.

c1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Flächeninhalts.
c3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

# Aufgabe 7 (Teil B)

## Stuttgarter Fernsehturm

a1)




$$\frac{e}{\sin(\gamma)} = \frac{100}{\sin(\delta - \gamma)}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$e = 293{,}01\ldots$

$h = e \cdot \sin(\delta) = 216{,}72\ldots$

Der Stuttgarter Fernsehturm hat eine Höhe von rund 216,7 m.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe *h*.

b1) $a = 48{,}2$
$b = 48{,}2 - 2{,}6 = 45{,}6$

b2) $36{,}2 = 48{,}2 - 45{,}6 \cdot c^7$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$c = 0{,}8263\ldots$

b3) Weil $c < 1$, strebt der Term $b \cdot c^t$ für $t \to \infty$ gegen 0, und damit strebt $R(t)$ gegen 48,2.

b1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Parameter *a* und *b*.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Parameters *c*.
b3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

c1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = 21\,263 \cdot t + 275\,684$ *(Koeffizienten gerundet)*

c2) $f(18) = 658\,421{,}0\ldots$

Der prognostizierte Wert für die Besucherzahl des Stuttgarter Fernsehturms im Jahr 2025 beträgt gemäß diesem Modell rund 658 000.

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von *f*.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des prognostizierten Wertes der Besucherzahl im Jahr 2025.

# Aufgabe 8 (Teil B)

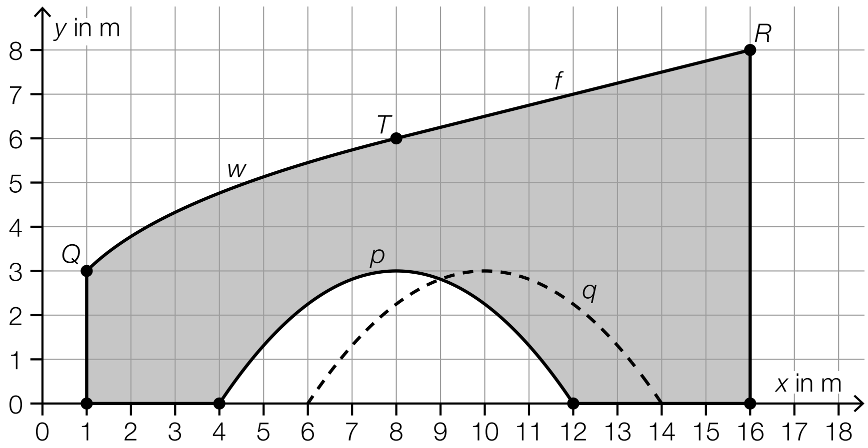
## Schwimmbad

a1) $A = \int_1^8 w(x)\,\mathrm{d}x + \int_8^{16} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_4^{12} p(x)\,\mathrm{d}x$

a2) Steigung der Funktion $w$ im Punkt $T$: $w'(8) = 0{,}25$
Steigung der Funktion $f$: $\frac{8-6}{16-8} = 0{,}25$
Die beiden Steigungen sind gleich.

a3) $\int_1^8 \sqrt{(1 + (w'(x))^2)}\,\mathrm{d}x + \sqrt{8^2 + 2^2} = 15{,}938...$
Die Länge beträgt rund 15,94 m.

a4)




a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge.
a4) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Funktion $q$.

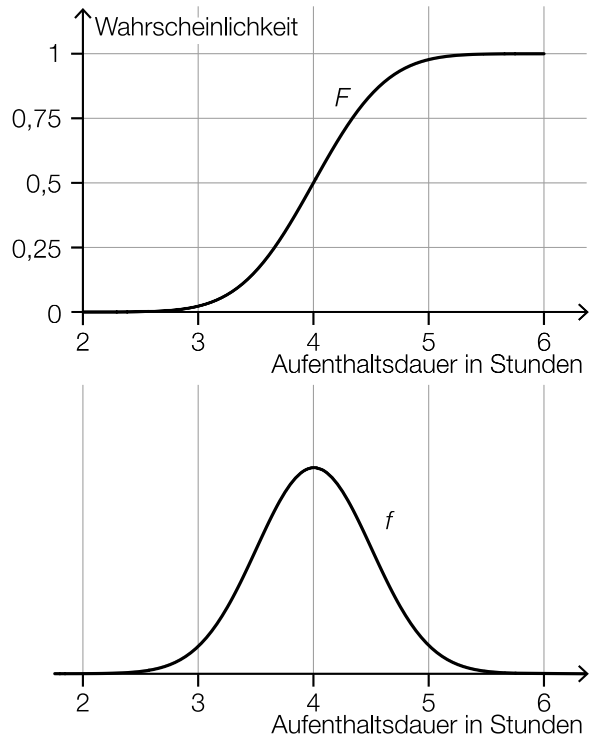
b1) $\frac{5 \cdot 10^8}{25 \cdot 10 \cdot 1{,}8 \cdot 1\,000}$ µg/L = 1 111,1... µg/L
Die Verordnung wird eingehalten.

b2)

| | |
|---|---|
| | |
| | |
| Der Förderstrom *Q* wird kleiner, wenn *b* größer wird. | ☒ |
| | |
| | |

b1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1)




*Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es erforderlich, dass das Maximum an der Stelle 4 liegt und die Kurve die Form einer Gauß'schen Glockenkurve hat.*

c2) $\overline{X}$ ... Aufenthaltsdauer in Stunden
Normalverteilung mit $\mu = 5{,}8$ und $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}2}{\sqrt{9}} = 0{,}4$
$P(5 \leq \overline{X} \leq 6) = 0{,}6687...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 66,9 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Dichtefunktion *f*.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.