Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

19. September 2023

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen *270 Minuten* an Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

– Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
– Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

– den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
– selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
– frühzeitiges Runden zu vermeiden,
– Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Ganze Zahlen und irrationale Zahlen

Gegeben sind vier Eigenschaften von Zahlen sowie sechs Zahlen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Eigenschaften von Zahlen jeweils die Zahl mit dieser Eigenschaft aus A bis F zu.

negative ganze Zahl	
negative irrationale Zahl	
positive ganze Zahl	
positive irrationale Zahl	

A	$2 - \sqrt{10}$
B	10^{-2}
C	$-\sqrt{10^2}$
D	$2 : (-10)$
E	$\sqrt{10} : 2$
F	$\left(-\sqrt{10}\right)^2$

[0 / ½ / 1 P.]

Aufgabe 2

Taxifahrt

Bei einem bestimmten Taxiunternehmen setzt sich der Tagestarif folgendermaßen zusammen: Zusätzlich zu einer festgelegten Grundgebühr G ist pro Kilometer zurückgelegter Strecke eine Gebühr K zu bezahlen.

Für eine Fahrt, die nachts zwischen 20:00 Uhr und 6:00 Uhr beginnt, ist ein Aufschlag auf den Tagestarif von 30 % zu entrichten.

Ein Fahrgast steigt um 22:00 Uhr in ein Taxi dieses Taxiunternehmens ein und fährt damit eine Strecke von S Kilometern.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung der gesamten Fahrtkosten F für diese Fahrt auf. Verwenden Sie dabei G, S und K.

F = ____

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Apfelsaft und Orangensaft

Bei einer Veranstaltung werden als Getränke ausschließlich Apfelsaft und Orangensaft in Bechern zum Verkauf angeboten.
Insgesamt werden bei dieser Veranstaltung 375 Becher verkauft, davon a Becher Apfelsaft zu je € 0,80 und b Becher Orangensaft zu je € 1,00.
Der dabei erzielte Verkaufserlös beträgt € 339,00.

Aufgabenstellung:

Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von a und b.

I: ____

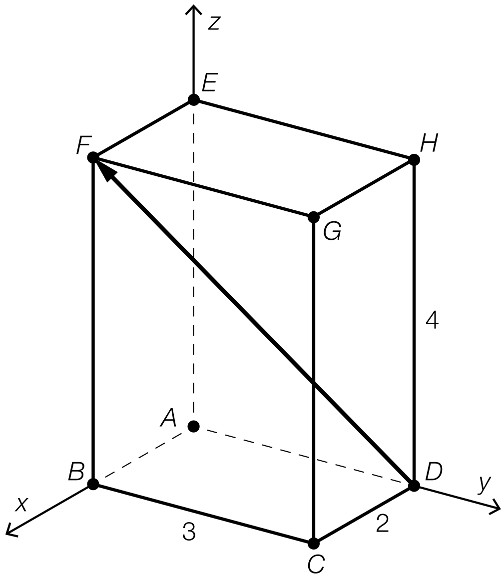
II: ____

[0/½/1 P.]

Aufgabe 4

Quader

In der nachstehenden Abbildung ist ein Quader *ABCDEFGH* in einem dreidimensionalen Koordinatensystem dargestellt. Die Längen der Kanten des Quaders können aus der Abbildung entnommen werden (Angaben in Zentimetern).



Aufgabenstellung:

Geben Sie die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{DF}$ an.

$$\overrightarrow{DF} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

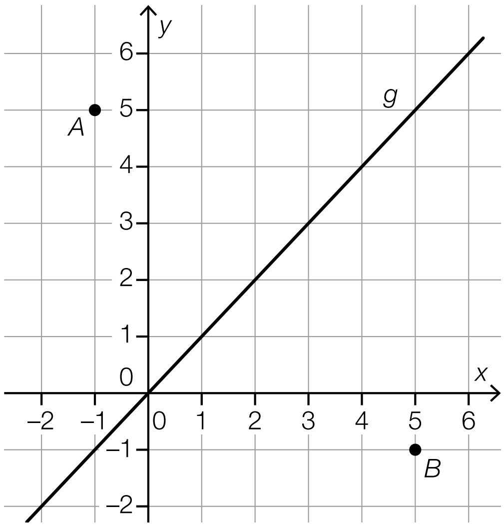
[0/1 P.]

Aufgabe 5

Vektor und Gerade

In der unten stehenden Abbildung sind die Punkte A und B sowie die Gerade $g: y = x$ dargestellt.

Die Punkte A und B haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung:

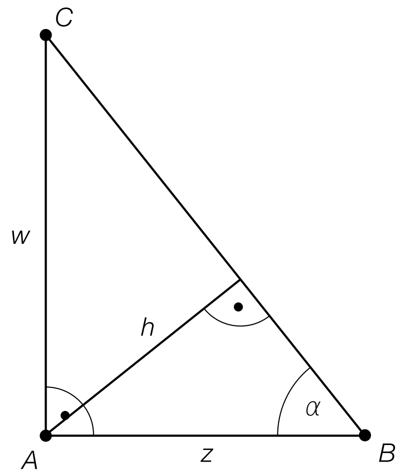
Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Vektor $\overrightarrow{AB}$ normal auf die Gerade g steht.

[0/1 P.]

Aufgabe 6

Dreieck

In der nachstehenden Abbildung ist ein rechtwinkeliges Dreieck *ABC* dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die Gleichung an, die jedenfalls zutrifft. *[1 aus 6]*

$h = \frac{w}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha)$	☐
$h = \frac{w}{\cos(\alpha)} \cdot \sin(\alpha)$	☐
$h = \frac{w}{\sin(\alpha)} \cdot \tan(\alpha)$	☐
$h = \frac{w}{\tan(\alpha)} \cdot \sin(\alpha)$	☐
$h = \frac{\sin(\alpha)}{w} \cdot \tan(\alpha)$	☐
$h = \frac{\sin(\alpha)}{w} \cdot \cos(\alpha)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 7

Exponentialfunktionen

Gegeben ist eine Exponentialfunktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Form $f(x) = a \cdot b^x$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a, b > 0$ und $b \neq 1$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jede Exponentialfunktion der oben angeführten Form zutreffen. *[2 aus 5]*

f hat keine Nullstellen.	☐
f ist streng monoton steigend.	☐
f hat mindestens eine lokale Extremstelle.	☐
Der Graph von *f* ist positiv gekrümmt (linksgekrümmt).	☐
Der Graph von *f* nähert sich für $x \to \infty$ der positiven *x*-Achse.	☐

[0/1 P.]

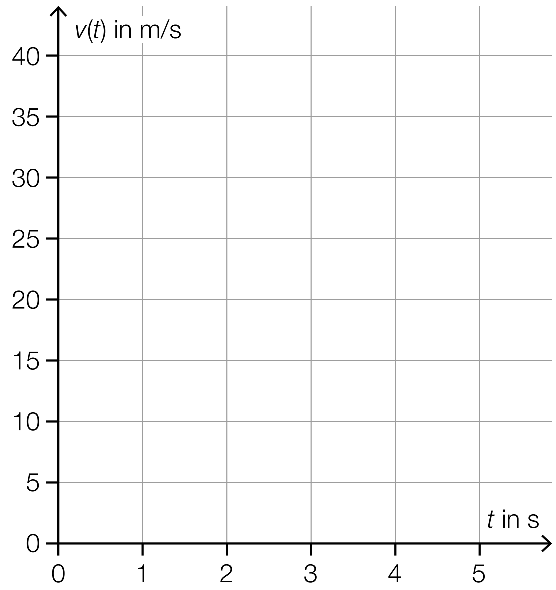
Aufgabe 8

Beschleunigung

Ein Fahrzeug bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s auf einer geradlinig verlaufenden Strecke vorwärts.
Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ beschleunigt es 5 s lang gleichmäßig mit 3 m/s^2. Die Richtung der Bewegung bleibt unverändert.
Die Funktion v beschreibt die Geschwindigkeit des Fahrzeugs (in m/s) nach t Sekunden im Zeitintervall [0; 5].

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von v ein.



[0 / 1 P.]

Aufgabe 9

Quadratische Funktion

Gegeben ist eine quadratische Funktion f der Form $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Bedingung an, die die Parameter a und b erfüllen müssen, damit f zwei reelle Nullstellen hat.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 10

Anzahl der Nullstellen einer Polynomfunktion

Zwischen der Anzahl der möglichen reellen Nullstellen und dem Grad einer Polynomfunktion gibt es einen Zusammenhang.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Jede Polynomfunktion _____①_____ Grades hat _____②_____ eine reelle Nullstelle.

①	
zweiten	☐
dritten	☐
vierten	☐

②	
genau	☐
mindestens	☐
mehr als	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Verdoppelungszeit

Die jeweilige Anzahl der Bakterien von sechs Bakterienkulturen wächst exponentiell. Dabei ist die jeweilige Verdoppelungszeit unterschiedlich.

Die Anzahl der Bakterien der jeweiligen Bakterienkultur wird in Abhängigkeit von der Zeit t durch $N_i: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}^+, t \mapsto N_i(t)$ mit $i \in \{1, 2, \ldots, 6\}$ modelliert (t in Stunden).

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Aussagen über die Verdoppelungszeiten jeweils die zugehörige Funktionsgleichung aus A bis F zu.

Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich 1-mal pro Stunde.	
Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich 2-mal pro Stunde.	
Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich 3-mal pro Stunde.	
Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich 4-mal pro Stunde.	

A	$N_1(t) = N_1(0) \cdot 1{,}5^t$
B	$N_2(t) = N_2(0) \cdot 4^t$
C	$N_3(t) = N_3(0) \cdot 2^t$
D	$N_4(t) = N_4(0) \cdot 16^t$
E	$N_5(t) = N_5(0) \cdot 3^t$
F	$N_6(t) = N_6(0) \cdot 8^t$

[0/½/1 P.]

Aufgabe 12

Periodenlänge

Gegeben ist die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{c} \cdot x\right)$ mit $c \in \mathbb{R}^+$.

Die (kleinste) Periodenlänge von f ist $\frac{3}{2}$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie c.

[0/1 P.]

Aufgabe 13

Bitcoin

Bitcoin ist eine digitale Kunstwährung. Am 17.12.2017 betrug der Wechselkurs € 16.198,60 pro Bitcoin.
Die nachstehende Tabelle zeigt den Wechselkurs pro Bitcoin im Laufe eines Jahres.

Datum	Wechselkurs pro Bitcoin
17.12.2017	€ 16.198,60
17.03.2018	€ 6.422,98
17.06.2018	€ 5.571,62
17.09.2018	€ 5.362,46
17.12.2018	€ 3.145,20

In einem der dreimonatigen Zeitintervalle ist der Betrag der absoluten Änderung des Wechselkurses am größten.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die relative Änderung des Wechselkurses von Bitcoin in diesem Zeitintervall.

relative Änderung: ____

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Mittlere Geschwindigkeit

Die Bewegung eines bestimmten Körpers wird durch die Zeit-Weg-Funktion s mit $s(t) = d \cdot t^2$ modelliert (t in s, $s(t)$ in m).
Die mittlere Geschwindigkeit dieses Körpers im Zeitintervall [0 s; 2 s] beträgt 10 m/s.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie d.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 15

Stammfunktion einer Sinusfunktion

Die Funktion $F\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $F(x) = -1{,}25 \cdot \cos(b \cdot x)$ ist eine Stammfunktion der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2 \cdot \sin(b \cdot x)$ mit $b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie b.

[0/1 P.]

Aufgabe 16

Wert eines bestimmten Integrals

Die Funktion g ist eine Stammfunktion der Polynomfunktion f. Von der Funktion g sind einige Wertepaare gegeben:

x	$g(x)$
–2	3
–1	0
0	–1
1	0
2	3
3	8
4	15

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert des nachstehenden Integrals an.

$\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x =$ ____________________

[0 / 1 P.]

Aufgabe 17

Eigenschaften einer Polynomfunktion

Eine Polynomfunktion 4. Grades f hat an den Stellen $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ jeweils ein lokales Maximum. Unten stehend sind sechs Aussagen zu $c \in \mathbb{R}$ mit $a < c < b$ angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige Aussage an, die jedenfalls zutrifft. *[1 aus 6]*

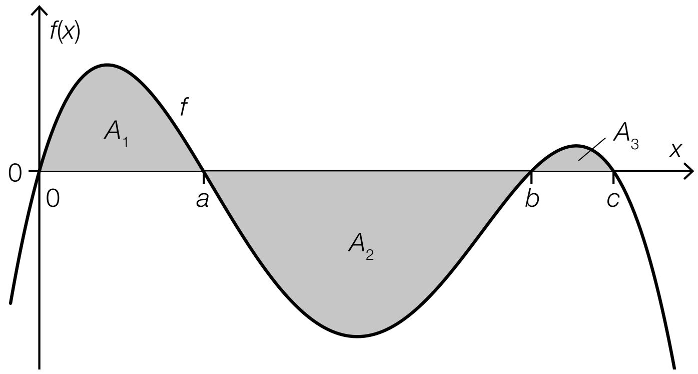
Es gibt genau ein c, für das $f'(c) = 0$ gilt.	☐
Es gibt genau ein c, für das $f''(c) = 0$ gilt.	☐
Es gibt kein c, für das $f(c) = 0$ gilt.	☐
Es gibt kein c, für das $f'(c) = 0$ gilt.	☐
Es gibt genau ein c, für das $f(c) = 0$ gilt.	☐
Es gibt kein c, für das $f''(c) = 0$ gilt.	☐

[0 / 1 P.]

Aufgabe 18

Integral und Flächeninhalt

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f, der die x-Achse an den Stellen 0, a, b und c schneidet.
Der Graph von f schließt mit der x-Achse drei Bereiche mit den Flächeninhalten $A_1 = 17$, $A_2 = 50$ sowie $A_3 = 2$ ein.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Ausdrücken jeweils den zugehörigen Wert aus A bis F zu.

$\int_0^c f(x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + 100$	

A	–31
B	69
C	–33
D	52
E	67
F	152

[0/½/1 P.]

Aufgabe 19

Datenliste

Gegeben ist eine Datenliste mit n natürlichen Zahlen ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass jedenfalls eine richtige Aussage entsteht.

Wenn alle Werte der Datenliste um a ($a \in \mathbb{R}^+$) erhöht werden, erhöht sich auch ___①___ um a, während ___②___ unverändert bleibt.

①	
die Spannweite	☐
der Median	☐
die Varianz	☐

②	
das arithmetische Mittel	☐
der Modus	☐
die Standardabweichung	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 20

Geburtenzahl

In einer Regionalzeitung ist folgender Satz über einen bestimmten Bezirk zu lesen:
„Im Jahr 2019 lag die Anzahl der Geburten im Bezirk über dem durchschnittlichen Wert des 4-jährigen Zeitraums von 2015 bis 2018.“

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die unter Verwendung des obigen Satzes jedenfalls getroffen werden können. *[2 aus 5]*

Die Anzahl der Geburten war im Jahr 2019 höher als in jedem Jahr des Zeitraums von 2015 bis 2018.	☐
Die Gesamtzahl der Geburten im Zeitraum von 2015 bis 2018 war niedriger als die vierfache Anzahl der Geburten im Jahr 2019.	☐
Die Anzahl der Geburten war in mindestens einem Jahr des Zeitraums von 2015 bis 2018 höher als im Jahr 2019.	☐
Die Anzahl der Geburten war in höchstens drei Jahren des Zeitraums von 2015 bis 2018 höher als im Jahr 2019.	☐
Die Anzahl der Geburten war in mindestens zwei Jahren des Zeitraums von 2015 bis 2018 niedriger als im Jahr 2019.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 21

Glücksspiel

Die Wahrscheinlichkeit, 1 Runde eines bestimmten Glücksspiels zu gewinnen, hat den Wert p.
Die Wahrscheinlichkeit, 2 aufeinanderfolgende Runden dieses Glücksspiels zu gewinnen, hat den Wert p_1.
Aufeinanderfolgende Runden sind voneinander unabhängig.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf das oben beschriebene Glücksspiel jedenfalls zutreffen. *[2 aus 5]*

$p_1 = 2 \cdot p$	☐
$p_1 = (1 - p)^2$	☐
$p_1 = p \cdot (1 - p)$	☐
$p_1 \leq p$	☐
$p_1 = p^2$	☐

[0 / 1 P.]

Aufgabe 22

Eissalon

In einem Eissalon werden 24 verschiedene Eissorten angeboten.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Anzahl der Möglichkeiten an, aus den 24 angebotenen Eissorten 3 verschiedene Eissorten auszuwählen. (Dabei spielt die Reihenfolge der Auswahl keine Rolle.)

[0/1 P.]

Aufgabe 23

Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

Ein Zufallsexperiment wird n-mal durchgeführt ($n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 12$).

Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft ein bestimmtes Ereignis bei diesen n Durchführungen eintritt.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis mindestens 10-mal eintritt, beträgt 35 %.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die jedenfalls zutreffen. *[2 aus 5]*

$P(X = 0) = 0$	☐
$P(X \leq 10) = 0{,}35$	☐
$P(X < 9) \leq 0{,}65$	☐
$P(X \geq 10) = 0{,}35$	☐
$P(X > 11) > 0{,}4$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 24

Qualitätssicherung

Im Zuge der Qualitätssicherung bei der Produktion von Porzellanfiguren werden diese nach ihrer Fertigstellung auf Fehler hin überprüft. Erfahrungsgemäß weiß man, dass 2 % der Porzellanfiguren fehlerhaft sind.

Es wird eine Zufallsstichprobe von n Porzellanfiguren entnommen ($n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$). Die Anzahl an fehlerhaften Porzellanfiguren wird als binomialverteilt angenommen.
Das Ereignis, dass mindestens 1 der n Porzellanfiguren fehlerhaft ist, wird mit E bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P(E)$ auf.

$P(E) =$ ____

[0 / 1 P.]

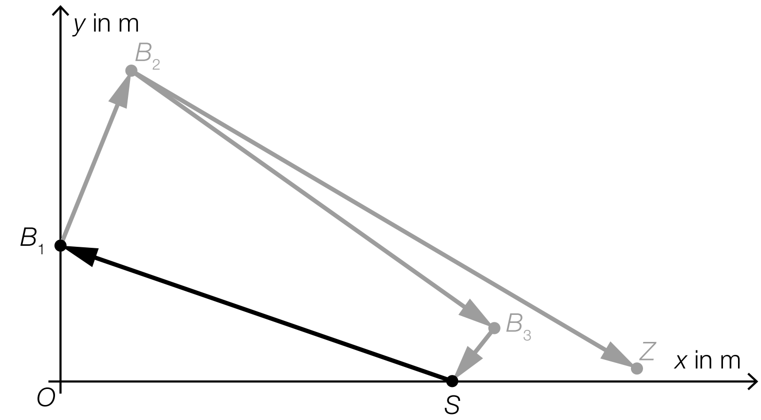
Aufgabe 25 (Teil 2)

Triathlon

Triathlon ist ein Bewerb, bei dem die Sportlerinnen und Sportler einen Schwimmbewerb, einen Radbewerb und einen Laufbewerb in genau dieser Reihenfolge absolvieren.

Aufgabenstellung:

a) Der Verlauf der Schwimmstrecke eines bestimmten Triathlons ist in der nachstehenden Abbildung modellhaft dargestellt. Der Schwimmbewerb startet im Punkt S und endet im Punkt Z, dazwischen müssen die Kontrollpunkte B_1, B_2, B_3, S, B_1 und B_2 in genau dieser Reihenfolge erreicht werden.



Die Entfernung vom Punkt $S = (600|0)$ zum Punkt B_1 beträgt 700 m.

1) Berechnen Sie die y-Koordinate von B_1.

$B_1 = (0|\boxed{})$ *[0/1 P.]*

b) Beim Radbewerb eines bestimmten Triathlons startet Stefanie 1,45 min vor Tanja.

t ... Zeit in min
$t = 0$ ... Zeitpunkt, zu dem Stefanie startet
$v_{\text{Stefanie}}(t)$ ... Geschwindigkeit von Stefanie zum Zeitpunkt t in km/min
$v_{\text{Tanja}}(t)$ ... Geschwindigkeit von Tanja zum Zeitpunkt t in km/min

Stefanie erreicht das Ziel des Radbewerbs nach einer Fahrzeit von 291 min. Zu dieser Zeit ist Tanja noch auf der Radstrecke.

1) Interpretieren Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$\int_0^{291} v_{\text{Stefanie}}(t)\,\mathrm{d}t - \int_{1,45}^{291} v_{\text{Tanja}}(t)\,\mathrm{d}t$ *[0/1 P.]*

c) Michael nimmt an einem bestimmten Triathlon teil.

Michael startet in den abschließenden 42,195 km langen Laufbewerb mit einer bisherigen Gesamtzeit von 5 h 12 min 38 s.

Michael beendet den Triathlon mit einer Gesamtzeit von 7 h 36 min 56 s.

1) Berechnen Sie Michaels Durchschnittsgeschwindigkeit im Laufbewerb in km/h. *[0/1 P.]*

d) Der wohl bekannteste Triathlon-Bewerb ist die *Ironman World Championship* in Hawaii.

Die Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ mit $f(t) = 0{,}1275 \cdot t^3 - 8{,}525 \cdot t^2 + 198{,}425 \cdot t + 15$ beschreibt in Abhängigkeit von der Zeit t für den Zeitraum von 1978 bis 2018 modellhaft die Anzahl der Personen, die an diesem Bewerb teilnehmen (t in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1978).

Quelle: https://www.tri226.de/ironman-ergebnisse.php?language=ge&table=start_finish [09.08.2022].

Die Anzahl der Personen, die an diesem Bewerb teilnehmen, ist im Zeitraum von 1978 bis 2018 im Mittel um n Personen pro Jahr gestiegen.

1) Berechnen Sie n. *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

„Mensch ärgere Dich nicht“

„Mensch ärgere Dich nicht“ ist ein Brettspiel für mindestens zwei Personen. Ziel des Spieles ist es, die eigenen 4 gleichfarbigen Spielfiguren möglichst schnell von den Startfeldern zu den Zielfeldern zu bewegen.

Aufgabenstellung:

a) In einem Stoffsäckchen befinden sich 4 rote, 4 gelbe und 4 blaue Spielfiguren eines „Mensch ärgere Dich nicht“-Spieles. Isabella zieht zufällig und ohne Zurücklegen 4 Spielfiguren.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 gezogenen Spielfiguren rot sind.

[0/1 P.]

Isabella hat alle roten Spielfiguren entnommen. Das Stoffsäckchen enthält also nur mehr die 4 gelben und die 4 blauen Spielfiguren.
Nun zieht Fatima so oft ohne Zurücklegen je 1 Spielfigur, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Züge k, die Fatima benötigt, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat. Durch die nachstehende Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X gegeben.

k	4	5	6	7	8
$P(X = k)$	$\frac{1}{70}$	u	$\frac{10}{70}$	$\frac{20}{70}$	v

2) Berechnen Sie u und v.

u = ______________________________

v = ______________________________

[0/1 P.]

b) Isabella gewinnt gegen ihre Freundin Fatima durchschnittlich 3 von 5 Partien „Mensch ärgere Dich nicht“. In den bevorstehenden Sommerferien werden die beiden Mädchen n Partien gegeneinander spielen (n gerade, $n > 2$).
Die binomialverteilte Zufallsvariable Y gibt an, wie viele der n Partien von Isabella gewonnen werden.

Gegeben sind vier Wahrscheinlichkeiten und sechs Ereignisse.

1) Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils das mit dieser Wahrscheinlichkeit eintretende Ereignis aus A bis F zu. *[0/½/1 P.]*

$\binom{n}{\frac{n}{2}} \cdot 0{,}6^{\frac{n}{2}} \cdot 0{,}4^{\frac{n}{2}}$	
$1 - 0{,}4^n - n \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4^{n-1}$	
$1 - 0{,}6^n$	
$n \cdot 0{,}6^{n-1} \cdot 0{,}4$	

A	Isabella gewinnt genau die Hälfte der n Partien.
B	Isabella gewinnt mindestens 2 der n Partien.
C	Isabella verliert mehr als die Hälfte der n Partien.
D	Isabella verliert genau 1 der n Partien.
E	Isabella verliert mindestens 1 der n Partien.
F	Isabella gewinnt höchstens 1 der n Partien.

Der Erwartungswert von Y wird mit μ, die Standardabweichung von Y mit σ bezeichnet.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\mu - \sigma < Y < \mu + \sigma)$ für $n = 14$. *[0/1 P.]*

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Bienenhaltung in Österreich

Die nachstehende Tabelle gibt Auskunft über die Anzahl der Imker/innen und ihrer Bienenvölker in Österreich im Zeitraum von 2015 bis 2019.

Jahr	Anzahl der Imker/innen	Anzahl der Bienenvölker
2015	26 063	347 128
2016	26 609	354 080
2017	27 580	353 267
2018	28 432	373 412
2019	30 237	390 607

Quelle: https://www.biene-oesterreich.at/daten-und-zahlen+2500++1000247 [10.08.2020].

Aufgabenstellung:

a) Maja führt mit Werten aus der obigen Tabelle die folgende Berechnung durch:

$\frac{353\,267}{27\,580} \approx 13$

1) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

b) Die Anzahl der Imker/innen in Österreich wird in Abhängigkeit von der Zeit t durch die quadratische Funktion f der Form $f(t) = c \cdot t^2 + d$ mit $c, d \in \mathbb{R}$ modelliert (t in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2015).

Die entsprechenden Funktionswerte von f stimmen für die Jahre 2015 und 2019 mit den Werten aus der obigen Tabelle überein.

1) Berechnen Sie c und d. *[0/1 P.]*

c) Niedrige Temperaturen führen zu einer Wintersterblichkeit von Bienenvölkern. Die Anzahl der Bienenvölker würde ohne eine erneute Aufzucht durch die Imker/innen jährlich um durchschnittlich 16 % abnehmen.

Die Anzahl der Bienenvölker in Österreich, die es ohne eine erneute Aufzucht geben würde, wird durch die Exponentialfunktion g beschrieben.

Es gilt:

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2015
$g(t)$ ... Anzahl der Bienenvölker in Österreich zur Zeit t

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von g auf.

$g(t) =$ ____ *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie, nach welcher Zeitdauer sich die Anzahl der Bienenvölker in Österreich gemäß der Exponentialfunktion g halbiert. *[0/1 P.]*

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Teich

In einem künstlich angelegten Teich befinden sich 129 m^3 Wasser.

Aufgabenstellung:

a) Der Teich kann über zwei Abflüsse vollständig entleert werden.

Wird nur der eine Abfluss geöffnet, so dauert die vollständige Entleerung 10 h.
Wird nur der andere Abfluss geöffnet, so dauert die vollständige Entleerung 6 h.
Die jeweilige Abflussgeschwindigkeit ist dabei im gesamten Zeitraum konstant.
Die Zeitdauer, die zur vollständigen Entleerung benötigt wird, wenn beide Abflüsse gleichzeitig geöffnet sind, wird mit T bezeichnet.

1) Berechnen Sie T. *[0/1 P.]*

b) Der vollständig entleerte Teich wird wieder mit 129 m^3 Wasser befüllt.

Die Funktion $d: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ gibt die Fülldauer $d(z)$ in Abhängigkeit von der konstanten Zuflussgeschwindigkeit z an (z in m^3/h, $d(z)$ in h).

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von d auf.

$d(z) =$ ____ *[0/1 P.]*

Die Funktion h beschreibt in Abhängigkeit von der Zeit t die Höhe der Wasseroberfläche über dem tiefsten Punkt des Teiches bei der konstanten Zuflussgeschwindigkeit $z = 6$ m^3/h (t in h, $h(t)$ in m).

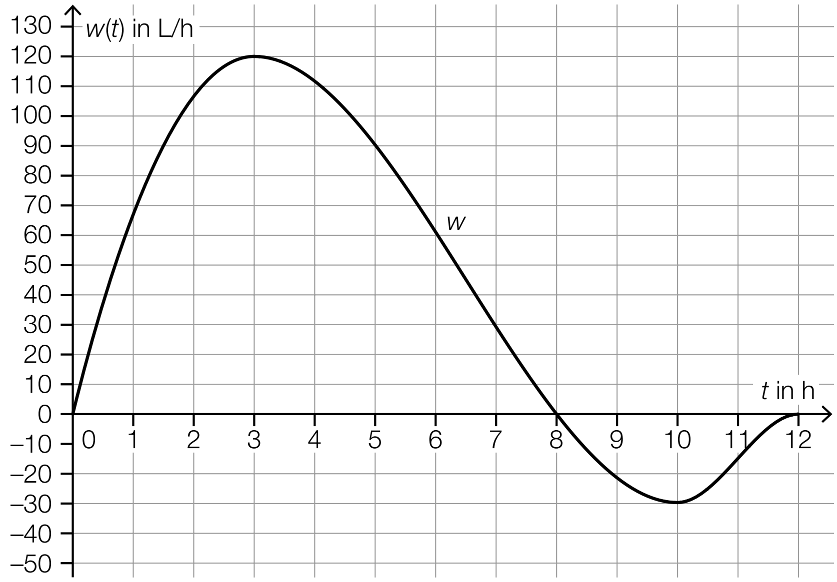
Für die momentane Änderungsrate der Höhe der Wasseroberfläche gilt:
$h'(t) = \frac{15}{\sqrt{2738 \cdot \pi \cdot t}}$ mit $t > 0$

2) Ermitteln Sie, um wie viele Meter die Höhe der Wasseroberfläche in den letzten 10 h der Befüllung ansteigt. *[0/1 P.]*

c) Durch Regen und Verdunstung ändert sich die Wassermenge im Teich.

Die Funktion w: $[0;12] \to \mathbb{R}$ beschreibt näherungsweise die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich in Abhängigkeit von der Zeit t (t in h, $w(t)$ in L/h).

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph von w dargestellt.



1) Ordnen Sie den vier Aussagen jeweils das passende größtmögliche Zeitintervall aus A bis F zu. *[0/½/1 P.]*

Die Wassermenge im Teich nimmt ab.	
Die Wassermenge im Teich nimmt immer schneller zu.	
Die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich nimmt ab.	
Die Wassermenge im Teich nimmt zu.	

A	(0; 3)
B	(3; 10)
C	(8; 12)
D	(3; 12)
E	(8; 10)
F	(0; 8)