

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

3. Mai 2023

Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HTL 2

Beurteilung der Klausurarbeit

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
44–48 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
31–37 Punkte	Befriedigend
23–30 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

Jahresnoteneinrechnung: Damit die Leistungen der letzten Schulstufe in die Beurteilung des Prüfungsgebiets einbezogen werden können, muss die Kandidatin/der Kandidat mindestens 14 Punkte erreichen.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://www.matura.gv.at/srdp/ablauf> gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

Für die Korrektur und die Bewertung sind die am Prüfungstag auf <https://korrektur.srdp.at> veröffentlichten Unterlagen zu verwenden.

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
 - a. Punkte sind zu vergeben, wenn die jeweilige Handlungsanweisung in der Bearbeitung richtig umgesetzt ist.
 - b. Berechnungen im offenen Antwortformat ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
 - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind richtig, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
 - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - h. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Wandern

$$\text{a1) } \frac{4 \cdot 1,25 + 2 \cdot 2,5}{3,75} = 2,66\dots$$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt rund 2,7 km/h.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der mittleren Geschwindigkeit.

$$\text{b1) } v'(t) = s''(t) = 1,92 \cdot t - 4,64$$

$$v'(t) = 0 \quad \text{oder} \quad 1,92 \cdot t - 4,64 = 0$$

$$t = 2,41\dots$$

Lena wandert nach etwa 2,4 h mit der geringsten Geschwindigkeit.

In der Abbildung ist erkennbar, dass die Steigung von s an der Wendestelle minimal ist. Ein entsprechender Nachweis und eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.

$$\text{b2) } v(t) = s'(t) = 0,96 \cdot t^2 - 4,64 \cdot t + 7,08$$

$$v(t) = 5 \quad \text{oder} \quad 0,96 \cdot t^2 - 4,64 \cdot t + 7,08 = 5$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

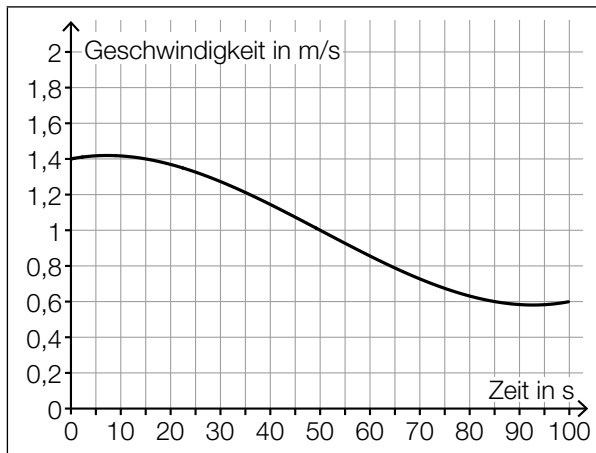
$$t_1 = 0,5 \quad t_2 = 4,33\dots$$

Im Zeitintervall $[0,5; 4,33\dots]$ wandert Lena mit einer Geschwindigkeit von höchstens 5 km/h.

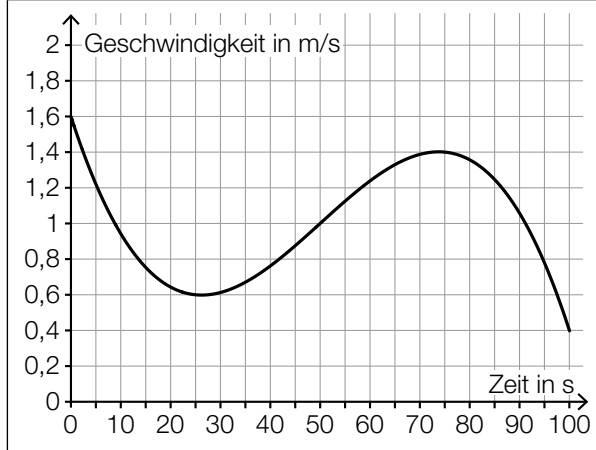
b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Zeit, nach der Lena mit der geringsten Geschwindigkeit wandert.

b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Zeitintervalls, in dem Lena mit einer Geschwindigkeit von höchstens 5 km/h wandert.

c1)



B



C

A	Die Geschwindigkeit ist nach etwa 26 Sekunden am höchsten.
B	Die Beschleunigung ist nach etwa 50 Sekunden am geringsten.
C	Der zurückgelegte Weg im Zeitintervall [70; 80] ist länger als jener im Zeitintervall [20; 30].
D	Im Zeitintervall [0; 100] ist die Geschwindigkeit nach etwa 75 Sekunden am höchsten.

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

Aufgabe 2

Flächenverbauung

a1) $f(t) = k \cdot t + d$

$$d = 15$$

$$k = \frac{12,4 - 15}{4 - 0} = -0,65$$

$$f(t) = -0,65 \cdot t + 15$$

a2) $f(t) = 2$ oder $-0,65 \cdot t + 15 = 2$
 $t = 20$

Die Vorgabe wird nach 20 Jahren (also im Jahr 2033) erfüllt.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion f .

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der die Vorgabe erfüllt ist.

b1) $0,95 = 0,995^t$

$$\frac{\ln(0,95)}{\ln(0,995)} = 10,2\dots$$

Nach etwa 10 Jahren wird die Agrarfläche Österreichs gemäß diesem Modell um 5 % kleiner als zu Beginn des Jahres 2017 sein.

b2)

$0,995^T - 1$	<input checked="" type="checkbox"/>

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der die Agrarfläche Österreichs um 5 % kleiner als zu Beginn des Jahres 2017 sein wird.

b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) Flächeninhalt A des Fußballfelds:

$$A = 68 \text{ m} \cdot 105 \text{ m} = 7140 \text{ m}^2 = 0,00714 \text{ km}^2$$

$$\frac{0,6}{0,00714} = 84,0\dots$$

Rund 84 solcher Fußballfelder haben insgesamt eine Fläche von $0,6 \text{ km}^2$.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Fußballfelder.

Aufgabe 3

Taxi

a1)

Es werden mindestens 5 Fahrgäste befördert.	<input checked="" type="checkbox"/>

a2) Binomialverteilung mit $n = 30$ und $p = 0,31$

X ... Anzahl der Taxifahrten, bei denen jeweils genau 1 Fahrgast befördert wird

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \geq 8) = 0,757\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 76 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

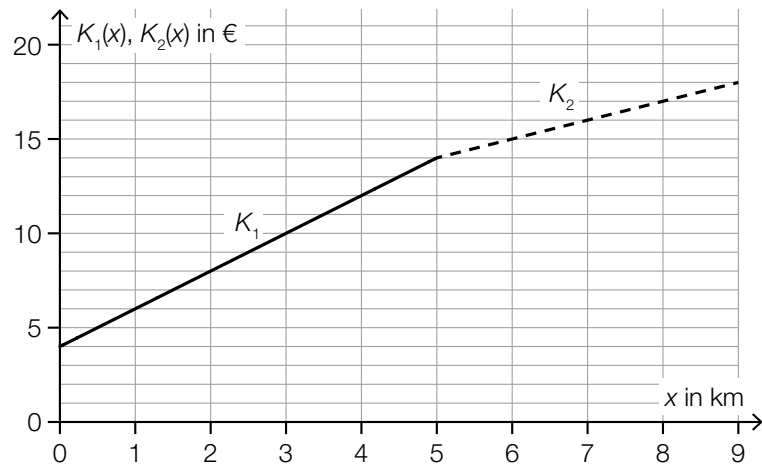
b1) $2 \cdot 0,83 \cdot 0,17 = 0,2822$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 28,22 %.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

c1) $G = 4 \text{ €}$
 $p = 2 \text{ €/km}$

c2)



c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von G und p .

c2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von K_2 .

Aufgabe 4

Alpentransit

a1) $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(200) = 0$

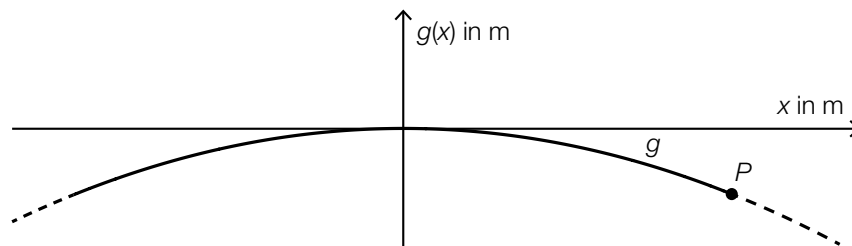
II: $f'(0) = 0,1$

oder:

I: $a \cdot 200^2 + b \cdot 200 = 0$

II: $b = 0,1$

a2)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, die Koordinatenachsen zu beschriften.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Koordinaten.

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Ableitung.

a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Achsen des Koordinatensystems.

b1) ≈ 9300 Fahrzeuge

Toleranzbereich: [9000; 10000]

b2)

$t = 8$	B
$t = 14$	D

A	$k'(t) > 0$ und $k''(t) > 0$
B	$k'(t) > 0$ und $k''(t) < 0$
C	$k'(t) < 0$ und $k''(t) > 0$
D	$k'(t) < 0$ und $k''(t) < 0$

b1) Ein Punkt für das richtige Schätzen der Anzahl der Fahrzeuge.

b2) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1) $\frac{1,34 \cdot 10^7}{0,29} - 3 \cdot 10^6 = 43,20... \cdot 10^6$

Der gesamte Gütertransport über den Brennerpass im Jahr 2015 betrug rund 43,2 Mio. t.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des gesamten Gütertransports über den Brennerpass im Jahr 2015.

Aufgabe 5

Tiefgarage

a1) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{a}{b}\right)$

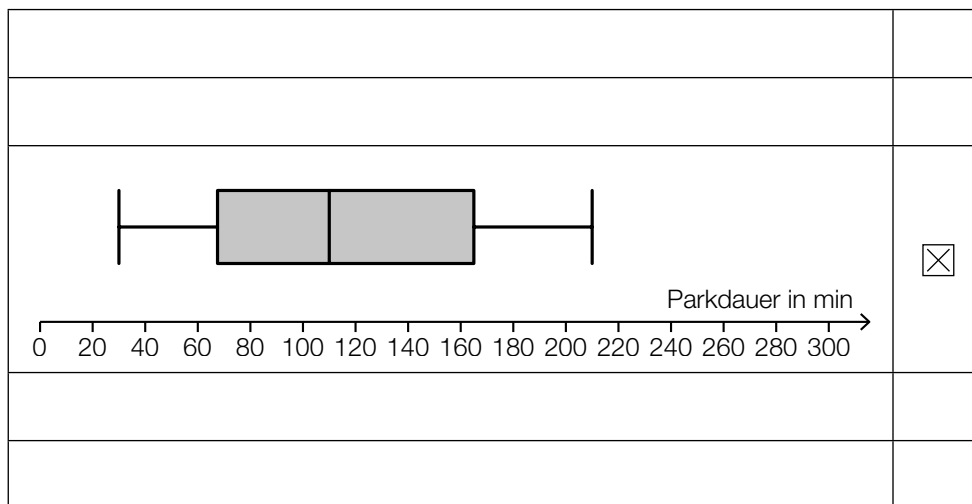
a2) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{14}{135}\right) = 11,90\dots^\circ$
 $\tan(\alpha) = 0,210\dots$

Die Steigung der Rampe beträgt rund 21 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Steigung in Prozent.

b1)



b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) X ... Parkdauer in min

$$P(60 \leq X \leq 120) = 0,6562\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 65,6 %.

c2) Der Flächeninhalt unter dem Graphen einer Dichtefunktion muss 1 betragen. Da der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion g kleiner als der Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion f ist, kann g keine Dichtefunktion sein.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

c2) Ein Punkt für das richtige Begründen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Federung von Mountainbikes

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$p(m) = 3,32 \cdot m - 67,3 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

m ... Masse des Fahrers in kg

$p(m)$... Druck bei der Masse m in psi

a2) $p(82) = 204,959\dots$

Berechnung des Wertes durch lineare Interpolation:

$$200 + 2 \cdot 3 = 206$$

$$206 - 204,959\dots = 1,040\dots$$

Diese beiden Werte unterscheiden sich um rund 1,04 psi.

Auch eine Angabe der Differenz als „-1,04 psi“ ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion p .

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Differenz.

b1) $\mu = 80 \text{ N/cm}$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{8}} \text{ N/cm}$$

Berechnung des 99-%-Zufallsstreubereichs mittels Technologieeinsatz:

$$[77,267\dots; 82,732\dots] \quad (\text{in N/cm})$$

b2) Berechnung des arithmetischen Mittels \bar{x} dieser Stichprobe mittels Technologieeinsatz:

$$\bar{x} = 77,1075 \text{ N/cm}$$

Das arithmetische Mittel dieser Stichprobe ist nicht im oben berechneten Zufallsstreubereich enthalten.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Zufallsstreubereichs.

b2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

$$\text{c1) } \frac{1000 - 700}{95 - 60} = 8,571\dots$$

Die mittlere Änderungsrate beträgt rund 8,57 N/mm.

$$\text{c2) } \int_{110}^{130} f(x) dx = 400 \text{ N}$$

$$\text{c3) } x_1 = 10 \text{ mm}$$

c4)

$x = 40$	D
$x = 20$	C

A	$f(x) = 0$
B	$f(x) < 0$
C	$f'(x) < 0$
D	$f'(x) = 0$

- c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der mittleren Änderungsrate unter Angabe der zugehörigen Einheit.
 c2) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Wertes.
 c3) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Stelle x_1 .
 c4) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

Aufgabe 7 (Teil B)

Pferdesport

$$\text{a1) } \alpha = \arccos\left(\frac{-\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$$

oder:

$$\alpha = 180^\circ - \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$$

$$\text{a2) } \overrightarrow{HF} = \frac{8}{10} \cdot \overrightarrow{TU} - \overrightarrow{WT}$$

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel zur Berechnung des Winkels α .
 a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel zur Berechnung des Vektors \overrightarrow{HF} .

$$\text{b1) } f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$f(4) = 0,5$$

$$f(15,5) = 5$$

$$f(27) = 0,5$$

oder:

$$a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0,5$$

$$a \cdot 15,5^2 + b \cdot 15,5 + c = 5$$

$$a \cdot 27^2 + b \cdot 27 + c = 0,5$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{18}{529} = -0,0340\dots$$

$$b = \frac{558}{529} = 1,0548\dots$$

$$c = -\frac{3359}{1058} = -3,1748\dots$$

$$f(x) = -0,034 \cdot x^2 + 1,055 \cdot x - 3,175 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$$\text{b2) } \alpha = \arctan(f'(4)) = \arctan\left(\frac{18}{23}\right) = 38,047\dots^\circ$$

b3)

$g(x) = f(x - 26)$	<input checked="" type="checkbox"/>

- b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der quadratischen Funktion f .
 b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels α .
 b3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) $a = 9,5$
 $d = 10$

c2) $b = \frac{2 \cdot \pi}{30} = \frac{\pi}{15}$
 $c = 0$

c3) $f(x) = 9,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{15} \cdot x\right) + 10$
 $\int_0^{60} \sqrt{1 + f'(x)^2} dx = 100,33\dots$

Die Länge des zurückgelegten Weges beträgt rund 100,3 m.

- c1) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Werte der Parameter a und d .
c2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Parameter b und c .
c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge des zurückgelegten Weges.

Aufgabe 8 (Teil B)

Heizungstechnik

a1) $\frac{dT}{dt} = -a \cdot T$

oder:

$$\frac{dT}{dt} + a \cdot T = 0$$

a2) $-\frac{1}{10} \cdot C \cdot e^{-\frac{t}{10}} = -a \cdot C \cdot e^{-\frac{t}{10}}$

$$a = \frac{1}{10}$$

a3)

$T(0)$	C
b	D

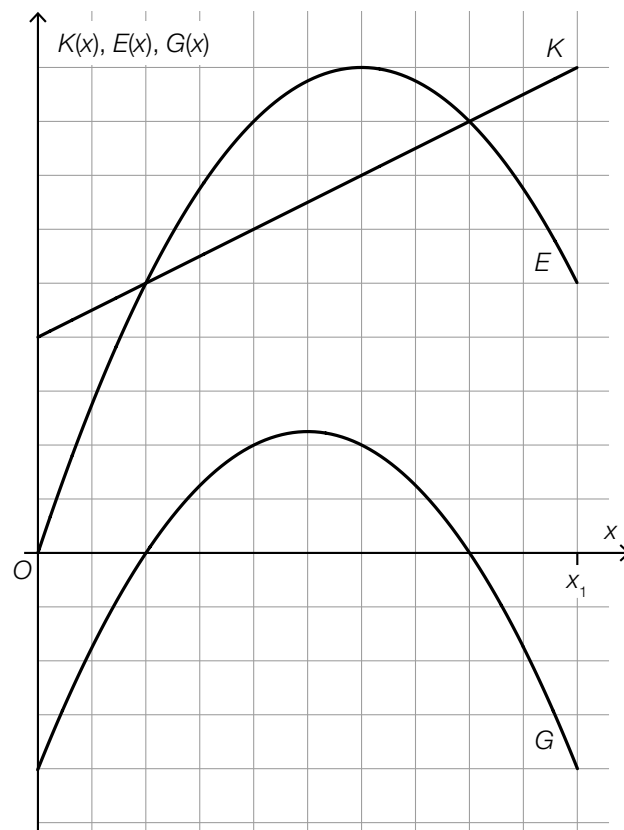
A	-5
B	0
C	15
D	20

a1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen homogenen Differenzialgleichung.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Parameters a .

a3) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

b1)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist das richtige Einzeichnen des Graphen der quadratischen Funktion G an den Stellen $x = 0$ und $x = x_1$ sowie an den beiden Nullstellen relevant.

b2) $a = -n$
 $b = m - k$

b3) $G'(x) = -2 \cdot n \cdot x + m - k$
 $G'(x_s) = 0$ oder $-2 \cdot n \cdot x_s + m - k = 0$
 $x_s = \frac{m - k}{2 \cdot n}$

- b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen im Intervall $[0; x_1]$.
 b2) Ein Punkt für das richtige Angeben der Koeffizienten a und b .
 b3) Ein Punkt für das richtige Zeigen.

- c1) durchschnittliche jährliche Zunahme der Wohnfläche pro Kopf im Zeitraum von 1971 bis 1981: $\frac{31 - 24}{10} = \frac{7}{10}$
 durchschnittliche jährliche Zunahme der Wohnfläche pro Kopf im Zeitraum von 2001 bis 2004: $\frac{41 - 38}{3} = 1$
 Bernhards Behauptung ist also falsch.

- c1) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.