Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

3. Mai 2023

Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HAK

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
44 – 48 Punkte	Sehr gut
38 – 43 Punkte	Gut
31 – 37 Punkte	Befriedigend
23 – 30 Punkte	Genügend
0 – 22 Punkte	Nicht genügend

Jahresnoteneinrechnung: Damit die Leistungen der letzten Schulstufe in die Beurteilung des Prüfungsgebiets einbezogen werden können, muss die Kandidatin / der Kandidat mindestens 14 Punkte erreichen.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://www.matura.gv.at/srdp/ablauf*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

Für die Korrektur und die Bewertung sind die am Prüfungstag auf ***https://korrektur.srdp.at*** veröffentlichten Unterlagen zu verwenden.

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

   a. Punkte sind zu vergeben, wenn die jeweilige Handlungsanweisung in der Bearbeitung richtig umgesetzt ist.

   b. Berechnungen im offenen Antwortformat ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind richtig, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Wandern

a1) $\frac{4 \cdot 1{,}25 + 2 \cdot 2{,}5}{3{,}75} = 2{,}66...$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt rund 2,7 km/h.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der mittleren Geschwindigkeit.

b1) $v'(t) = s''(t) = 1{,}92 \cdot t - 4{,}64$

$v'(t) = 0$ *oder* $1{,}92 \cdot t - 4{,}64 = 0$
$t = 2{,}41...$

Lena wandert nach etwa 2,4 h mit der geringsten Geschwindigkeit.

In der Abbildung ist erkennbar, dass die Steigung von s an der Wendestelle minimal ist. Ein entsprechender Nachweis und eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.

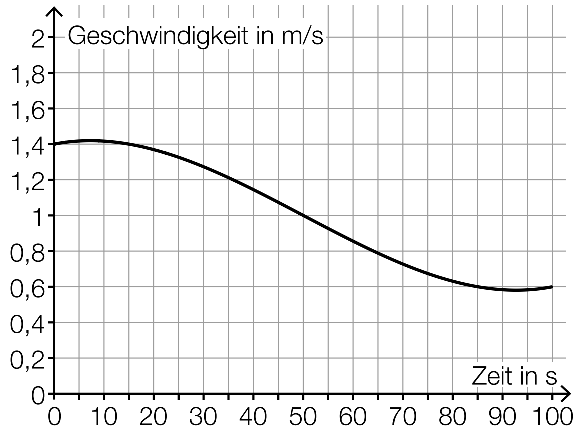
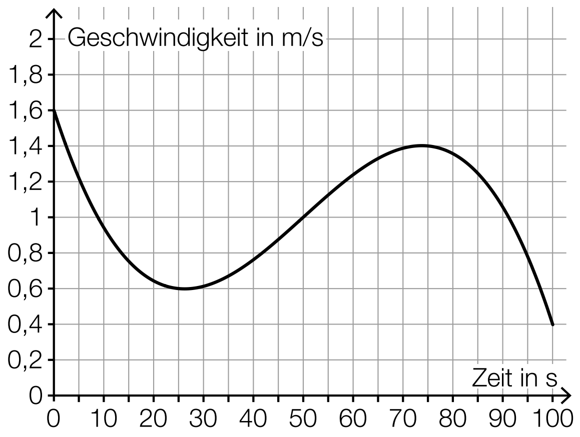
b2) $v(t) = s'(t) = 0{,}96 \cdot t^2 - 4{,}64 \cdot t + 7{,}08$

$v(t) = 5$ *oder* $0{,}96 \cdot t^2 - 4{,}64 \cdot t + 7{,}08 = 5$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t_1 = 0{,}5 \quad t_2 = 4{,}33...$

Im Zeitintervall [0,5; 4,33...] wandert Lena mit einer Geschwindigkeit von höchstens 5 km/h.

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Zeit, nach der Lena mit der geringsten Geschwindigkeit wandert.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Zeitintervalls, in dem Lena mit einer Geschwindigkeit von höchstens 5 km/h wandert.

c1)

	B
	C

A	Die Geschwindigkeit ist nach etwa 26 Sekunden am höchsten.
B	Die Beschleunigung ist nach etwa 50 Sekunden am geringsten.
C	Der zurückgelegte Weg im Zeitintervall [70; 80] ist länger als jener im Zeitintervall [20; 30].
D	Im Zeitintervall [0; 100] ist die Geschwindigkeit nach etwa 75 Sekunden am höchsten.

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

Aufgabe 2

Flächenverbauung

a1) $f(t) = k \cdot t + d$

$d = 15$
$k = \frac{12{,}4 - 15}{4 - 0} = -0{,}65$

$f(t) = -0{,}65 \cdot t + 15$

a2) $f(t) = 2$ *oder* $-0{,}65 \cdot t + 15 = 2$
$t = 20$

Die Vorgabe wird nach 20 Jahren (also im Jahr 2033) erfüllt.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion f.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der die Vorgabe erfüllt ist.

b1) $0{,}95 = 0{,}995^t$
$\frac{\ln(0{,}95)}{\ln(0{,}995)} = 10{,}2...$
Nach etwa 10 Jahren wird die Agrarfläche Österreichs gemäß diesem Modell um 5 % kleiner als zu Beginn des Jahres 2017 sein.

b2)

$0{,}995^T - 1$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der die Agrarfläche Österreichs um 5 % kleiner als zu Beginn des Jahres 2017 sein wird.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) Flächeninhalt A des Fußballfelds:
$A = 68\text{ m} \cdot 105\text{ m} = 7\,140\text{ m}^2 = 0{,}00714\text{ km}^2$
$\frac{0{,}6}{0{,}00714} = 84{,}0...$
Rund 84 solcher Fußballfelder haben insgesamt eine Fläche von $0{,}6\text{ km}^2$.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Fußballfelder.

Aufgabe 3

Taxi

a1)

Es werden mindestens 5 Fahrgäste befördert.	☒

a2) Binomialverteilung mit $n = 30$ und $p = 0{,}31$

X ... Anzahl der Taxifahrten, bei denen jeweils genau 1 Fahrgast befördert wird

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 8) = 0{,}757...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 76 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

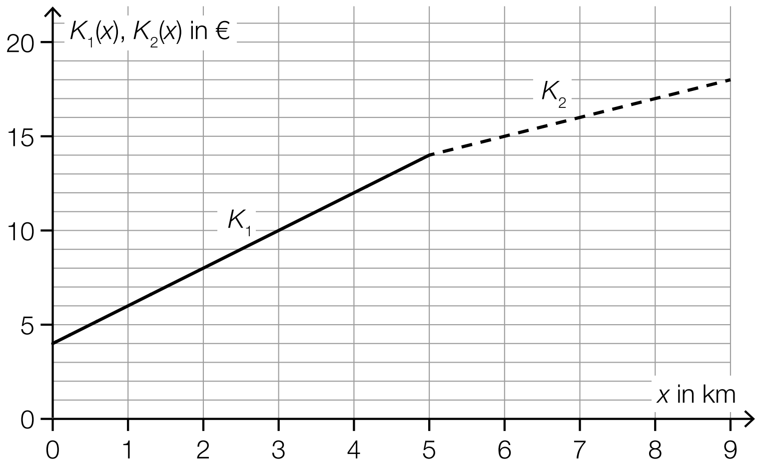
b1) $2 \cdot 0{,}83 \cdot 0{,}17 = 0{,}2822$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 28,22 %.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

c1) $G = 4$ €
$p = 2$ €/km

c2)



c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von G und p.
c2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von K_2.

Aufgabe 4

Alpentransit

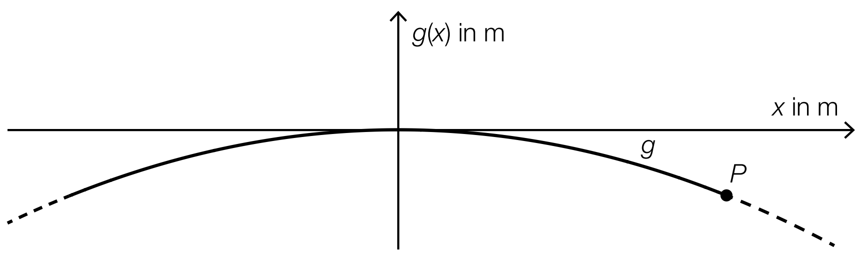
a1) $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(200) = 0$
II: $f'(0) = 0{,}1$

oder:

I: $a \cdot 200^2 + b \cdot 200 = 0$
II: $b = 0{,}1$

a2)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, die Koordinatenachsen zu beschriften.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Koordinaten.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Ableitung.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Achsen des Koordinatensystems.

b1) ≈ 9300 Fahrzeuge
Toleranzbereich: [9000; 10000]

b2)

$t = 8$	B
$t = 14$	D

A	$k'(t) > 0$ und $k''(t) > 0$
B	$k'(t) > 0$ und $k''(t) < 0$
C	$k'(t) < 0$ und $k''(t) > 0$
D	$k'(t) < 0$ und $k''(t) < 0$

b1) Ein Punkt für das richtige Schätzen der Anzahl der Fahrzeuge.
b2) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1) $\frac{1{,}34 \cdot 10^7}{0{,}29} - 3 \cdot 10^6 = 43{,}20... \cdot 10^6$
Der gesamte Gütertransport über den Brennerpass im Jahr 2015 betrug rund 43,2 Mio. t.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des gesamten Gütertransports über den Brennerpass im Jahr 2015.

Aufgabe 5

Tiefgarage

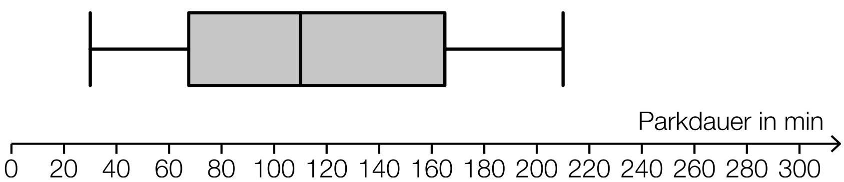
a1) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{a}{b}\right)$

a2) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{14}{135}\right) = 11{,}90...°$
$\tan(\alpha) = 0{,}210...$

Die Steigung der Rampe beträgt rund 21 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Steigung in Prozent.

b1)

	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) X ... Parkdauer in min

$P(60 \leq X \leq 120) = 0{,}6562...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 65,6 %.

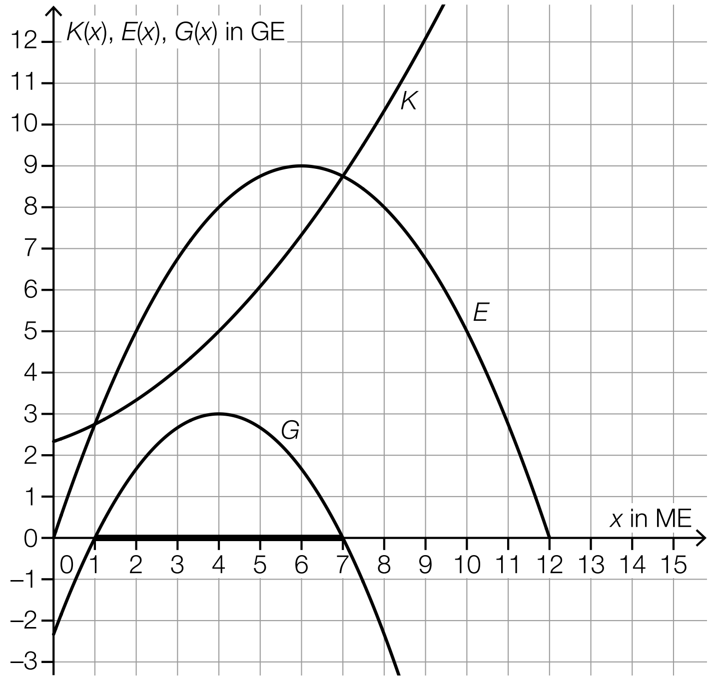
c2) Der Flächeninhalt unter dem Graphen einer Dichtefunktion muss 1 betragen. Da der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion g kleiner als der Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion f ist, kann g keine Dichtefunktion sein.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
c2) Ein Punkt für das richtige Begründen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Trinkflaschen

a1)



a2) $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$

$E(12) = 0$
$E(6) = 9$

oder:

$a \cdot 12^2 + b \cdot 12 = 0$
$a \cdot 6^2 + b \cdot 6 = 9$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -0{,}25$
$b = 3$

$E(x)= -0{,}25 \cdot x^2 + 3 \cdot x$

a3)

2 GE/ME	☒

a1) Ein Punkt für das Markieren des richtigen Gewinnbereichs.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Erlösfunktion *E*.
a3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b1) $K'(x) = 0{,}105 \cdot x^2 - 0{,}64 \cdot x + 1{,}2$

$K'(x) = 2{,}8$ *oder* $0{,}105 \cdot x^2 - 0{,}64 \cdot x + 1{,}2 = 2{,}8$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 8 \quad (x_2 = -1{,}90...)$

Bei einer Produktionsmenge von 8 ME betragen die Grenzkosten 2,8 GE/ME.

b2) $K(9) - K(8) = 3{,}355$

Die absolute Änderung der Gesamtkosten beträgt 3,355 GE.

b3) $K''(x) = 0{,}21 \cdot x - 0{,}64$

$K''(x) = 0$ *oder* $0{,}21 \cdot x - 0{,}64 = 0$
$x = 3{,}047...$

Die Kostenkehre liegt bei rund 3,05 ME.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Produktionsmenge.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der absoluten Änderung der Gesamtkosten.
b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Kostenkehre.

c1) X ... Temperatur des Tees in °C

$P(X < 60) = 0{,}04$
Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2{,}28...$

Die Standardabweichung beträgt rund 2,3 °C.

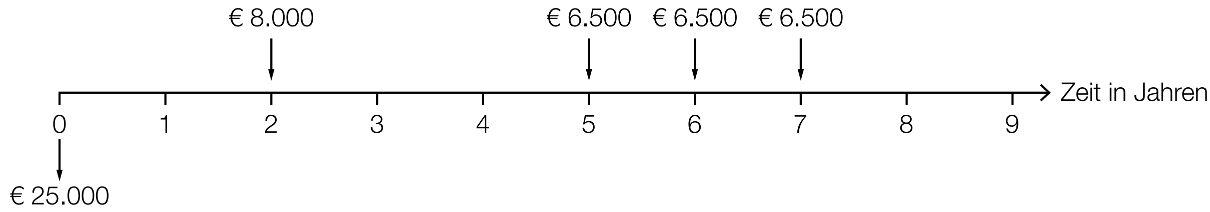
c2) 97 °C

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung σ.
c2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Temperatur.

Aufgabe 7 (Teil B)

Umbaufinanzierung

a1)



a2) $25\,000 \cdot (1 + i)^7 = 8\,000 \cdot (1 + i)^5 + 6\,500 \cdot (1 + i)^2 + 6\,500 \cdot (1 + i) + 6\,500$

oder:

$25\,000 \cdot (1 + i)^7 = 8\,000 \cdot (1 + i)^5 + 6\,500 \cdot \frac{(1 + i)^3 - 1}{i}$

Auch ein Aufstellen der Gleichung unter Verwendung des Aufzinsungsfaktors q ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das richtige Eintragen aller Rückzahlungen.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung.

b1) $\left(25\,000 \cdot 1{,}03^5 - 5\,000 \cdot \frac{1{,}03^5 - 1}{0{,}03}\right) \cdot 1{,}03 = 2\,509{,}257...$
Die Höhe der Restzahlung beträgt € 2.509,26.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe der Restzahlung.

c1) $\frac{26{,}06}{9\,998{,}09 + 423{,}94} = 0{,}00250...$
Der Monatszinssatz für den Monat 37 beträgt rund 0,25 %.

c2)

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
37	€ 26,06	€ 423,94	€ 450,00	€ 9.998,09
38	**€ 20,00**	**€ 430,00**	€ 450,00	**€ 9.568,09**

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Monatszinssatzes für den Monat 37.
c2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeile für den Monat 38.

d1) $25\,000 \cdot 1{,}00375^n = 30\,000$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 48{,}7...$

Nach 49 Monaten würde die Restschuld erstmals € 30.000 übersteigen.

Für die Punktevergabe ist eine Rundung auf ganze Monate nicht erforderlich.

d2) $25\,000 \cdot 0{,}00375 = 93{,}75$

Die monatlichen Rückzahlungen müssen € 93,75 betragen.

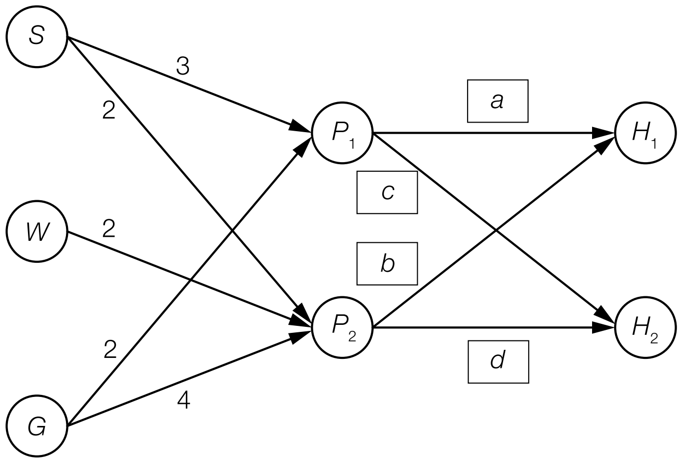
d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Monate.
d2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Höhe der monatlichen Rückzahlungen.

Aufgabe 8 (Teil B)

Tennissocken

a1) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

a2)



a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\boldsymbol{A}$.
a2) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Elemente.

b1) $\boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b2) $\vec{\boldsymbol{n}} = \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ 300 \\ 280 \\ 240 \end{pmatrix}$

b3) $(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{V})^{-1} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} = \begin{pmatrix} 1\,720 \\ 480 \\ 1\,820 \\ 280 \\ 240 \end{pmatrix}$

oder:

$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 280 \\ 240 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,720 \\ 480 \\ 1\,820 \end{pmatrix}$

oder:

$3 \cdot 280 + 2 \cdot 240 + 400 = 1\,720$
$2 \cdot 240 = 480$
$2 \cdot 280 + 4 \cdot 240 + 300 = 1\,820$

Es werden 1 720 Paar schwarze Tennissocken, 480 Paar weiße Tennissocken und 1 820 Paar graue Tennissocken benötigt.

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\boldsymbol{V}$.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vektors $\vec{\boldsymbol{n}}$.
b3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der jeweiligen Anzahl.

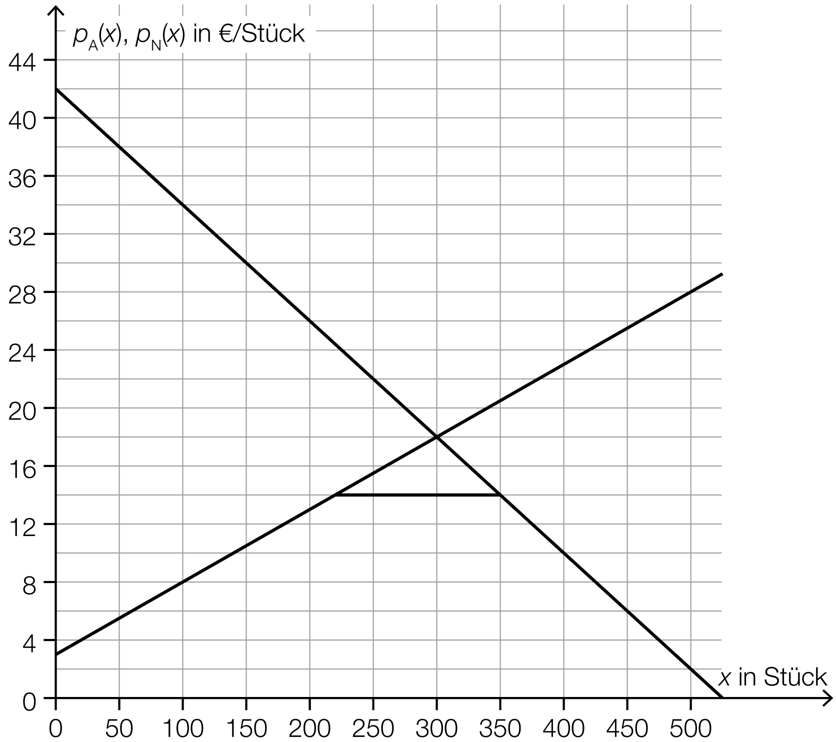
c1)

①	
Preisfunktion der Nachfrage	☒

②	
$y = -0{,}08 \cdot x + 42$	☒

c2) 18 €/Stück

c3)



Die Strecke kann auch auf der x-Achse markiert werden.

c1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.
c2) Ein Punkt für das richtige Ablesen des Gleichgewichtspreises.
c3) Ein Punkt für das Markieren der richtigen Strecke.