Name:	
Klasse/Jahrgang:	

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche
Reife- und Diplomprüfung / Berufsreifeprüfung

BHS/BRP

20. September 2022

Angewandte Mathematik

Berufsreifeprüfung Mathematik

BAfEP, BASOP, BRP

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-A-Aufgaben und Teil-B-Aufgaben mit jeweils unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihren Jahrgang bzw. Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 3d1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

- Bei Aufgaben mit offenem Antwortformat ist jede Berechnung mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. mit einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben werden) durchzuführen.
- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Für die Bearbeitung wird empfohlen:

- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
44–48 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
31–37 Punkte	Befriedigend
23–30 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Obst

a) Apfelsaft ist mit einem Jahresverbrauch von durchschnittlich 7,6 Litern pro Person der beliebteste Fruchtsaft in Deutschland.
Aus 100 kg Äpfeln kann man 65 L Apfelsaft herstellen.
Derzeit leben in Deutschland 83 Millionen Menschen.

1) Berechnen Sie die Menge an Äpfeln in Tonnen, die man benötigt, um den Jahresverbrauch an Apfelsaft in Deutschland zu decken. Geben Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10, k \in \mathbb{Z}$ an. *[0/1 P.]*

b) Unverdünnter Apfelsaft ist wegen des hohen Zuckergehalts als Erfrischungsgetränk ungeeignet. Es wird empfohlen, unverdünnten Apfelsaft mit der doppelten Menge an Leitungswasser zu mischen.

1) Kreuzen Sie die auf diese Empfehlung zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

Das Verhältnis von unverdünntem Apfelsaft zu Leitungswasser beträgt 1 : 3.	☐
Das Verhältnis von unverdünntem Apfelsaft zu Leitungswasser beträgt 3 : 1.	☐
Das Verhältnis von unverdünntem Apfelsaft zu Leitungswasser beträgt 2 : 1.	☐
Die Mischung besteht zu $\frac{2}{3}$ aus unverdünntem Apfelsaft.	☐
Die Mischung besteht zu $\frac{2}{3}$ aus Leitungswasser.	☐

c) Die Obstanbaufläche in Österreich ist in den letzten Jahrzehnten zurückgegangen. Im Jahr 1960 betrug die Obstanbaufläche rund 28 000 Hektar (ha). Im Jahr 2005 betrug die Obstanbaufläche rund 15 000 ha.
Die Entwicklung der Obstanbaufläche lässt sich für diesen Zeitraum näherungsweise durch die Exponentialfunktion A beschreiben.

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1960
$A(t)$ ... Obstanbaufläche zur Zeit t in ha
A_0, k ... Parameter

1) Ermitteln Sie die Parameter A_0 und k. *[0/1 P.]*

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$1 - \frac{15\,000}{28\,000} \approx 0{,}46$ *[0/1 P.]*

Aufgabe 2

Stau

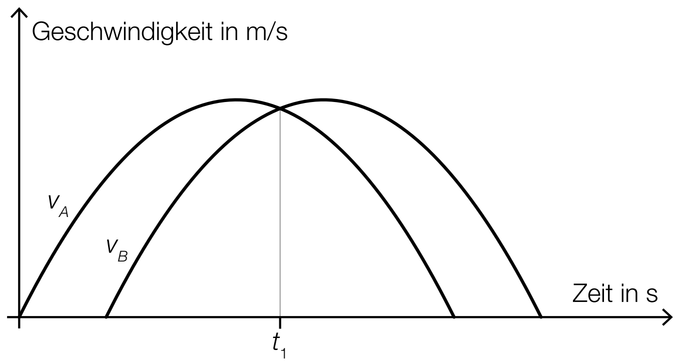
a) Die zwei Autos *A* und *B* stehen im Stau hintereinander. Sie beschleunigen und bremsen wieder ab.
Die Weg-Zeit-Funktion des Autos *A* lautet:

$s_A(t) = -0{,}08 \cdot t^3 + 1{,}2 \cdot t^2$ mit $0 \leq t \leq 10$

t ... Zeit in s
$s_A(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

1) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit des Autos *A*. *[0/1 P.]*

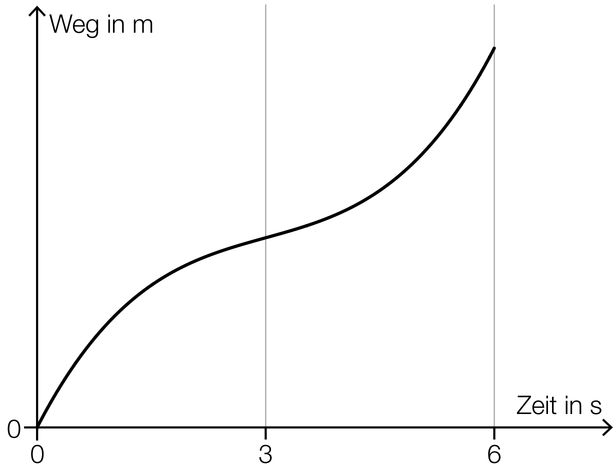
Die Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktionen v_A und v_B der beiden Autos sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



2) Interpretieren Sie den Schnittpunkt der Graphen im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

b) Der Bewegungsvorgang eines bestimmten Autos wird über einen Zeitraum von 6 s betrachtet. In den ersten 3 s nimmt die Geschwindigkeit des Autos zu. In den letzten 3 s nimmt die Geschwindigkeit des Autos ab.

1) Begründen Sie, warum der nachstehend dargestellte Graph den beschriebenen Bewegungsvorgang nicht zutreffend wiedergibt. *[0/1 P.]*



c) Frau Maier fährt mit dem Auto zu ihrem Arbeitsplatz. Für das Jahr 2019 ergaben sich für ihren Arbeitsweg modellhaft folgende Werte:
Bei geringem Verkehrsaufkommen benötigte sie für die gesamte Strecke (hin und retour) 40 min. Bei starkem Verkehrsaufkommen war die Fahrzeit für diese Strecke um 31 % länger.
An 185 Arbeitstagen gab es starkes Verkehrsaufkommen.

1) Berechnen Sie, wie viele Stunden Frau Maier im Jahr 2019 durch das starke Verkehrsaufkommen zusätzlich für ihren Arbeitsweg benötigt hat. *[0/1 P.]*

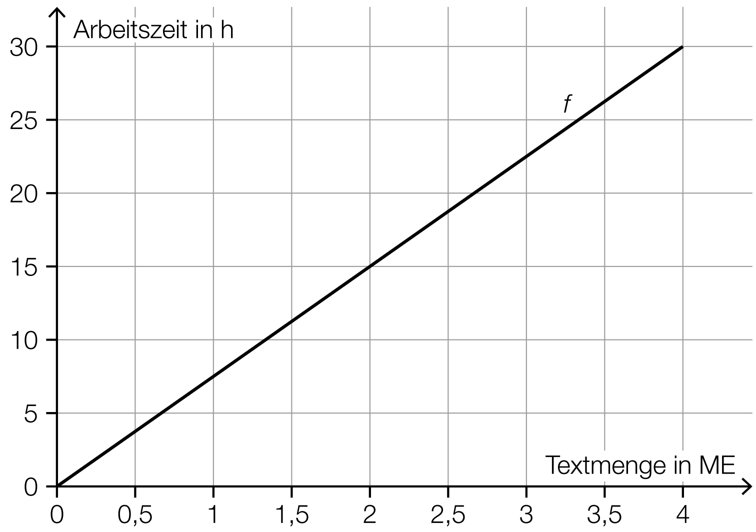
Aufgabe 3

Zehnfingersystem

Das Zehnfingersystem ermöglicht schnelles Tippen auf Tastaturen.

a) In einem Diagramm soll die Arbeitszeit für das Tippen einer bestimmten Textmenge mit zwei bzw. zehn Fingern verglichen werden.

x ... Textmenge in Mengeneinheiten (ME)
$f(x)$ ... Arbeitszeit für die Textmenge x beim Tippen mit zwei Fingern in h
$g(x)$ ... Arbeitszeit für die Textmenge x beim Tippen mit zehn Fingern in h

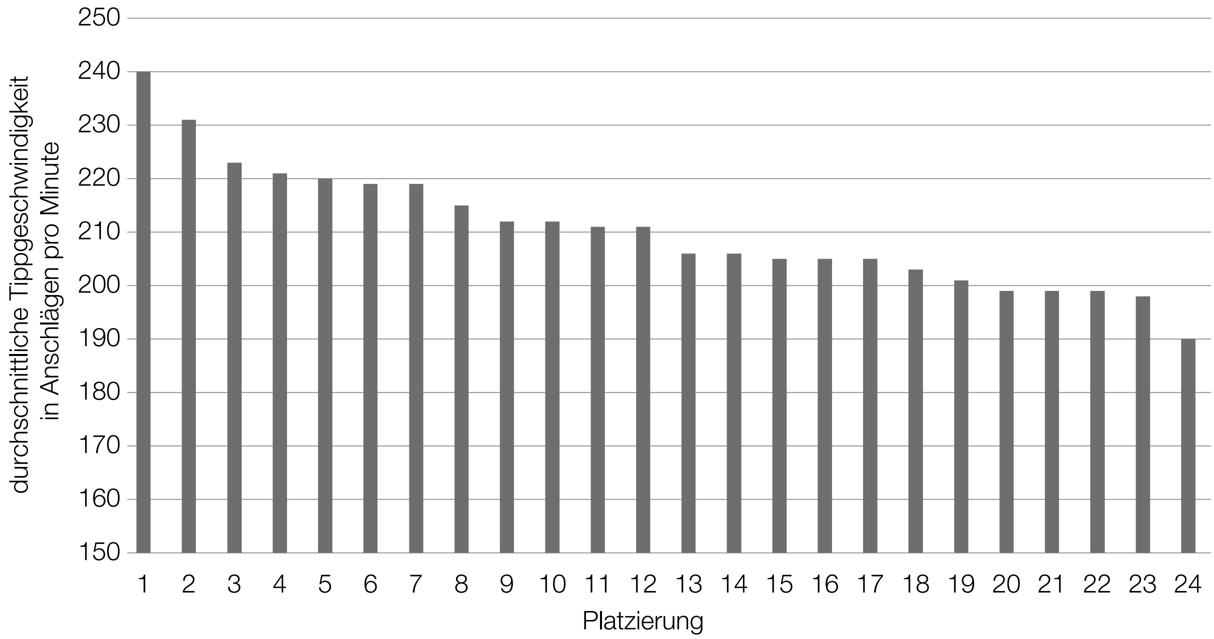


1) Stellen Sie mithilfe des obigen Diagramms eine Gleichung der linearen Funktion f auf. *[0/1 P.]*

Laut Angabe auf einer Website gilt: Beim Tippen mit zehn Fingern kann man im Vergleich zum Tippen mit zwei Fingern die doppelte Textmenge in der gleichen Arbeitszeit tippen.

2) Zeichnen Sie im obigen Diagramm den Graphen der linearen Funktion g für die Arbeitszeit beim Tippen mit zehn Fingern ein. *[0/1 P.]*

b) In einer Klasse mit 24 Schülerinnen und Schülern wird ein Tippwettbewerb veranstaltet. Dabei werden die Platzierungen nach der durchschnittlichen Tippgeschwindigkeit vergeben. Diese wird in Anschlägen pro Minute angegeben. (Siehe nachstehendes Säulendiagramm.)

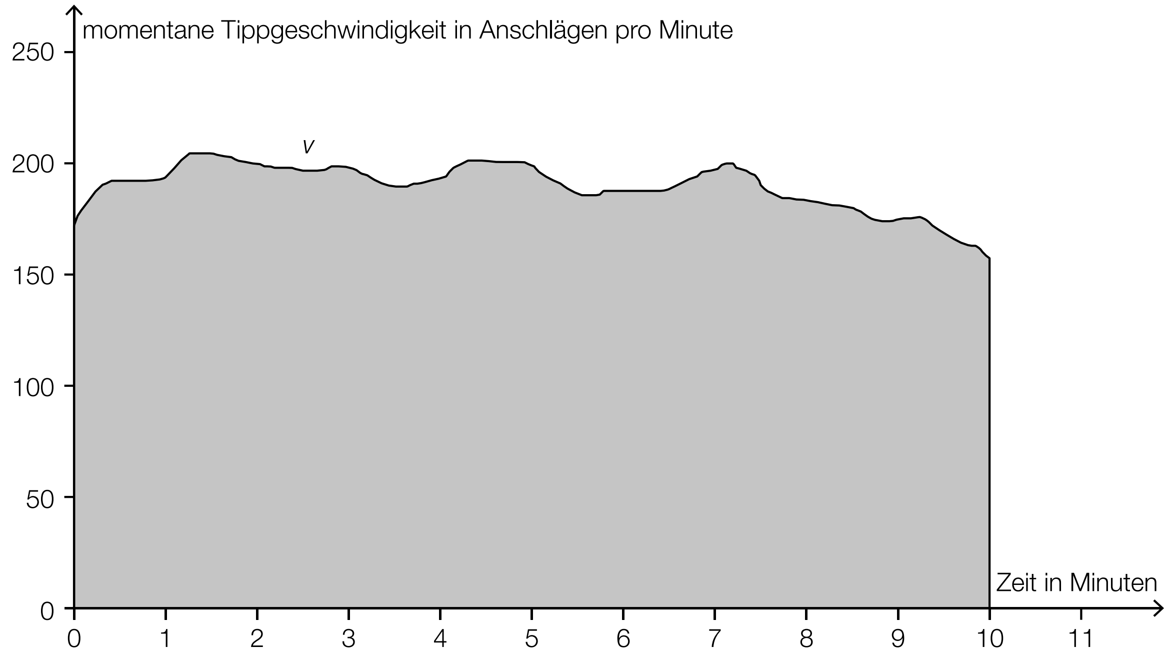


1) Kreuzen Sie die auf diesen Tippwettbewerb zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

Die relative Häufigkeit der Schüler/innen mit mehr als 215 Anschlägen pro Minute liegt über 0,4.	☐
Die Spannweite beträgt 40 Anschläge pro Minute.	☐
Der Median liegt unter 210 Anschlägen pro Minute.	☐
Hätte die/der Erstplatzierte 250 Anschläge pro Minute erreicht, wäre der Median größer.	☐
Wird genau ein Wert der Liste entfernt, bleibt der Median gleich.	☐

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die durchschnittliche Tippgeschwindigkeit der/des Erstplatzierten höher ist als jene der/des Letztplatzierten. *[0/1 P.]*

c) Die momentane Tippgeschwindigkeit während einer 10-Minuten-Abschrift kann näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Interpretieren Sie den Inhalt der grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

Aufgabe 4

Mit Pfeil und Bogen

Auf einem horizontalen Gelände finden Bogenschießübungen statt.

a) Für die Beschreibung der Flugbahn eines Pfeiles beim Bogenschießen wird die Bewegung der Pfeilspitze beobachtet. Die Flugbahn kann näherungsweise durch die quadratische Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

x ... horizontale Entfernung vom Abschusspunkt in m
$f(x)$ ... Höhe der Pfeilspitze in der horizontalen Entfernung x in m

Beim ersten Schuss beträgt der Steigungswinkel der Flugbahn im Abschusspunkt 45°.

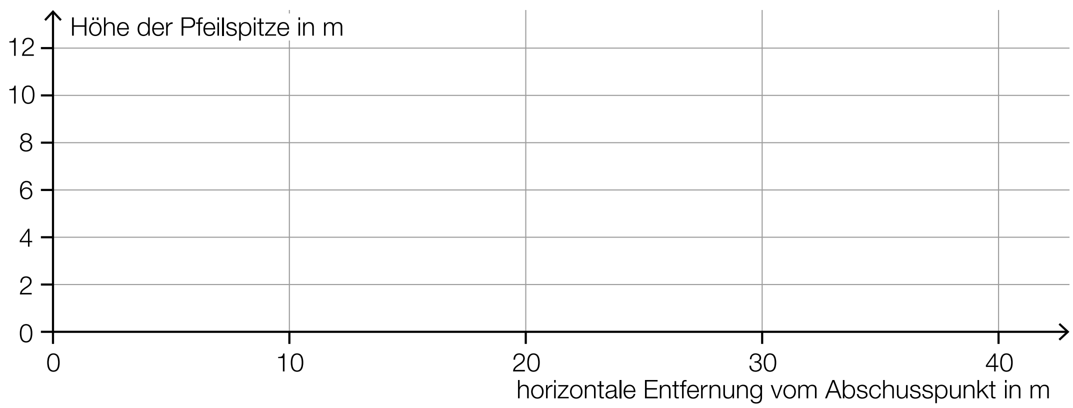
1) Ermitteln Sie den Koeffizienten b. *[0/1 P.]*

Beim zweiten Schuss befindet sich die Pfeilspitze beim Abschuss in einer Höhe von 2 m. Sie erreicht ihre maximale Höhe von 10 m in einer horizontalen Entfernung vom Abschusspunkt von 20 m. Die Flugbahn beim zweiten Schuss kann ebenfalls durch eine quadratische Funktion beschrieben werden.

2) Geben Sie die Höhe H der Pfeilspitze bei einer horizontalen Entfernung vom Abschusspunkt von 40 m an.

H = ____________________ m *[0/1 P.]*

3) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem die Flugbahn beim zweiten Schuss im Intervall [0; 40] ein. *[0/1 P.]*



b) Ein Bogenschütze trifft bei jedem Schuss mit der konstanten Wahrscheinlichkeit von $p = 0{,}8$ den schwarzen Bereich der Zielscheibe. Man geht modellhaft davon aus, dass die Schüsse unabhängig voneinander sind.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - 0{,}2^n$ *[0/1 P.]*

Beim Training schießt der Bogenschütze 20-mal auf die Zielscheibe.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er dabei mindestens 17-mal den schwarzen Bereich der Zielscheibe trifft. *[0/1 P.]*

Aufgabe 5

Baumstammwerfen

Baumstammwerfen ist ein traditioneller schottischer Wettkampf.

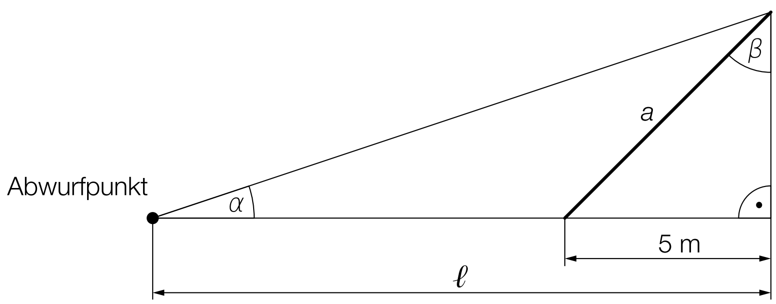
a) Die dafür verwendeten Baumstämme sind annähernd zylinderförmig.
Ein bestimmter Baumstamm aus Lärchenholz hat eine Länge von 19 Fuß 6 Zoll und einen Durchmesser von 6 Zoll.

1 Fuß entspricht 12 Zoll.
1 Zoll entspricht 2,54 cm.

Die Masse m ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen V, also $m = \varrho \cdot V$.
Lärchenholz hat eine Dichte von 570 kg/m³.

1) Berechnen Sie die Masse dieses Baumstamms in der Einheit kg. *[0/1/2 P.]*

b) Ein Baumstamm mit der Länge a wurde vom Abwurfpunkt aus geworfen. In der nachstehenden Abbildung ist der nun auf dem Boden liegende Baumstamm in der Ansicht von oben dargestellt (Abmessungen in m).



1) Vervollständigen Sie mithilfe von a und ℓ die nachstehende Formel.

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)$$

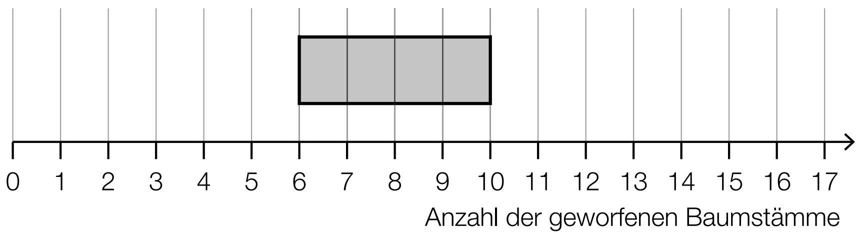
[0/1 P.]

Es gilt: $\beta = 70°$

2) Berechnen Sie die Länge a des Baumstamms. *[0/1 P.]*

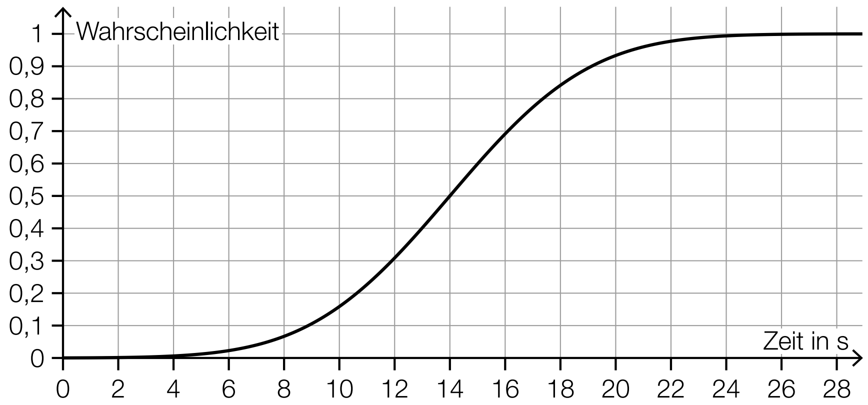
c) Bei einem Wettbewerb versucht jede teilnehmende Person, innerhalb von drei Minuten möglichst viele Baumstämme zu werfen. Die Anzahlen der jeweils geworfenen Baumstämme sollen in Form eines Boxplots dargestellt werden.
Folgende Daten sind bekannt:

Maximum	16
Spannweite	12
Median	9



1) Vervollständigen Sie den obigen Boxplot. *[0/1 P.]*

Die Zeit, die Sean pro Wurf benötigt, ist annähernd normalverteilt. Die zugehörige Verteilungsfunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



2) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ ab.

μ = __________ s *[0/1 P.]*

3) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass Sean für einen Wurf mindestens 12 s benötigt. *[0/1 P.]*

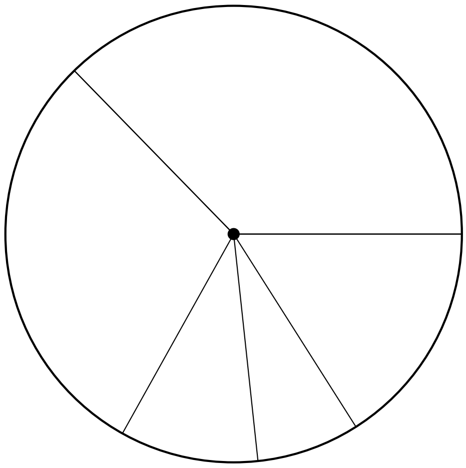
Aufgabe 6 (Teil B)

Erneuerbare Energie in Österreich

a) Im Jahr 2015 teilte sich die Energieproduktion aus erneuerbaren Energieträgern in Österreich in folgende 5 Bereiche auf:
Wasserkraft, Holzbrennstoffe, Fernwärme, Biokraftstoffe und sonstige Energieträger.

Der Anteil der Wasserkraft an der gesamten Energieproduktion betrug in diesem Jahr 37,3 %.

1) Kennzeichnen Sie im nachstehenden Kreisdiagramm denjenigen Sektor, der der Energieproduktion aus Wasserkraft entspricht. *[0/1 P.]*



b) In der nachstehenden Tabelle sind die Werte der Energieproduktion durch Photovoltaik und Windkraft in Österreich in Terajoule (TJ) für die Jahre 2008 bis 2015 angegeben.

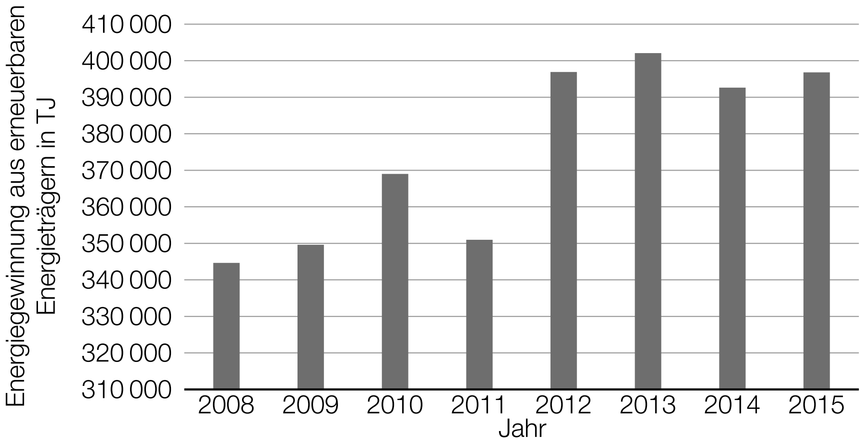
Jahr	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Energieproduktion durch Photovoltaik und Windkraft in TJ	7349	7211	7750	7597	10078	13605	16672	20799

Die Energieproduktion soll in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch die lineare Funktion f beschrieben werden.

1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion f auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für das Jahr 2008. *[0/1 P.]*

2) Interpretieren Sie den Wert der Steigung von f im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. *[0/1 P.]*

c) In der nachstehenden Abbildung ist die Entwicklung der Energiegewinnung aus allen erneuerbaren Energieträgern in Österreich für den Zeitraum von 2008 bis 2015 dargestellt.



Lukas betrachtet diese Abbildung und behauptet: „Im Jahr 2013 wurde in Österreich rund doppelt so viel Energie aus erneuerbaren Energieträgern gewonnen wie im Jahr 2011. Das erkenne ich daran, dass die Säule für das Jahr 2013 rund doppelt so hoch wie jene für das Jahr 2011 ist.“

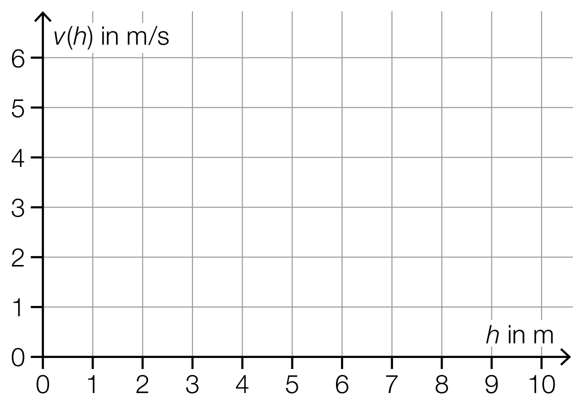
1) Erklären Sie, warum diese Argumentation falsch ist. *[0/1 P.]*

d) Die Leistung von Windkraftwerken ist unter anderem von der Windgeschwindigkeit abhängig. Die Windgeschwindigkeit kann in Abhängigkeit von der Höhe über dem Erdboden für einen bestimmten Standort näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden.

$v(h) = 2{,}5 \cdot \ln(h)$ mit $h \geq 1$

h ... Höhe über dem Erdboden in m
$v(h)$ ... Windgeschwindigkeit in der Höhe h in m/s

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Funktion v ein. *[0/1 P.]*



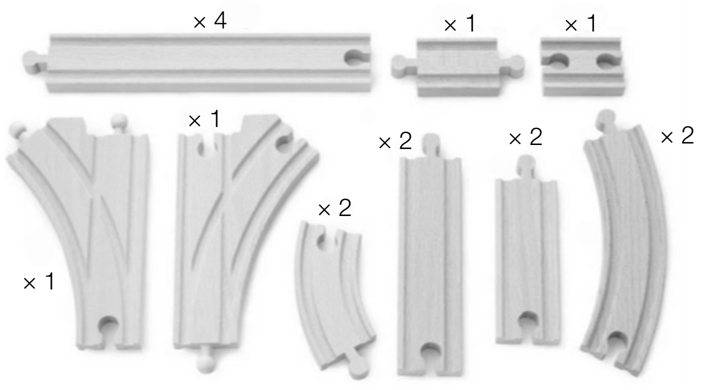
2) Berechnen Sie diejenige Höhe, in der die Windgeschwindigkeit 8 m/s beträgt. *[0/1 P.]*

Aufgabe 7 (Teil B)

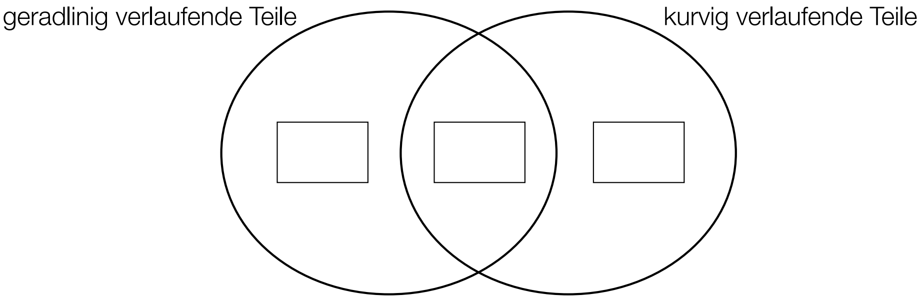
Holzzug

Holzzüge sind nach wie vor bei Kindern sehr beliebt.

a) In einer bestimmten Zubehörpackung für einen Holzzug sind folgende 16 Teile enthalten:

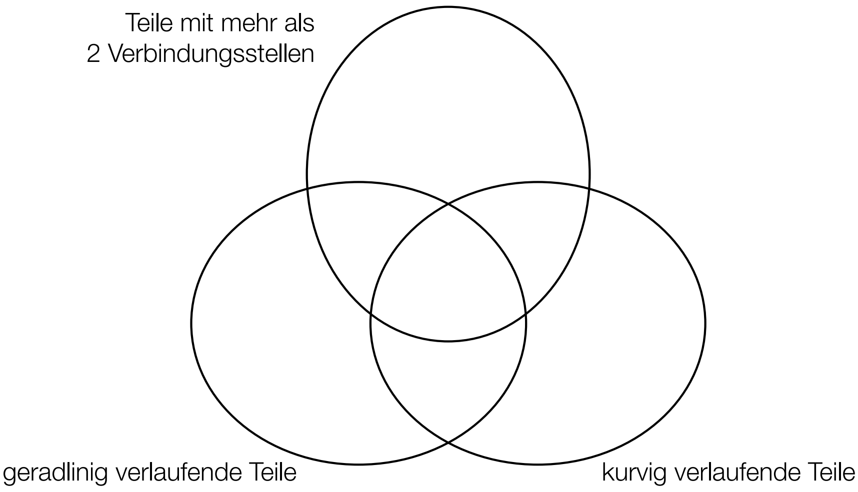


1) Tragen Sie im nachstehenden Venn-Diagramm die jeweiligen Anzahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. *[0/1 P.]*

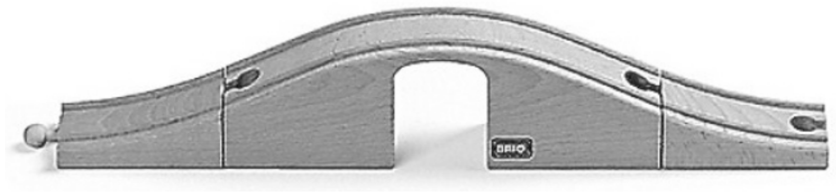


2) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Teile dieser Zubehörpackung nur geradlinig verlaufen. *[0/1 P.]*

3) Markieren Sie im nachstehenden Venn-Diagramm alle Bereiche, in denen Teile dieser Zubehörpackung enthalten sind. *[0/1 P.]*

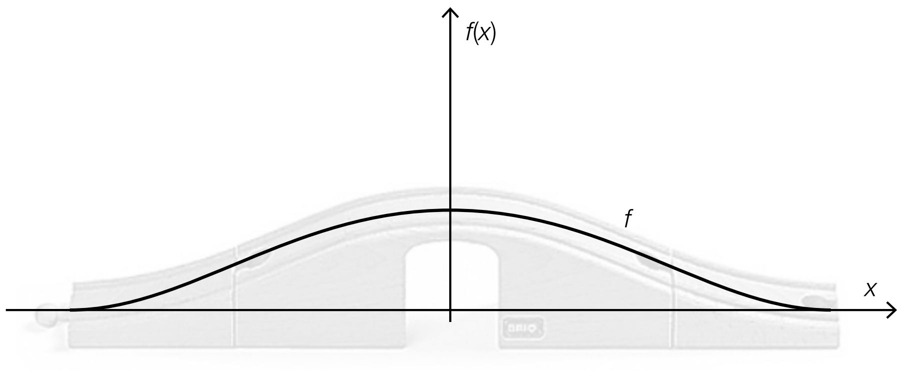


b) In der nachstehenden Abbildung ist eine Brücke für einen Holzzug dargestellt.



© Ravensburger AG

Der Verlauf der oberen Begrenzungslinie soll durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Kreuzen Sie denjenigen Funktionstyp an, der auf f zutreffen kann. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

quadratische Funktion	☐
Polynomfunktion 3. Grades	☐
Polynomfunktion 4. Grades	☐
lineare Funktion	☐
Logarithmusfunktion	☐

2) Geben Sie die Anzahl der Stellen von f an, für die sowohl $f''(x) = 0$ als auch $f'(x) \neq 0$ gilt.

Anzahl der Stellen: ____________________ *[0/1 P.]*

c) Der Holzzug überwindet auf einem ansteigenden Teil mit einer horizontalen Länge von 216 mm einen Höhenunterschied von 54 mm.

1) Ermitteln Sie die mittlere Steigung entlang dieses ansteigenden Teiles in Prozent. *[0/1 P.]*

d) Ein bestimmter Hersteller bietet geradlinig verlaufende Teile nur in folgenden Längen an:
54 mm, 72 mm, 108 mm, 144 mm, 216 mm

Diese Längen (in mm) sind Glieder der arithmetischen Folge (a_n).
$a_1 = 54$ und $a_{n+1} = a_n + 18$

1) Erstellen Sie ein explizites Bildungsgesetz der Folge (a_n). *[0/1 P.]*
2) Tragen Sie in der nachstehenden Tabelle die fehlenden Werte von n ein. *[0/1 P.]*

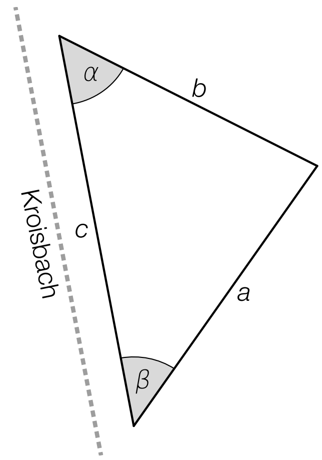
n	1				
a_n	54	72	108	144	216

Aufgabe 8 (Teil B)

Der Grazbach

Der Kroisbach und der Leonhardbach sind Bäche in Graz, die nach ihrem Zusammenfluss den Grazbach bilden.

a) Vor dem Zusammenfluss zum Grazbach fließt der Kroisbach unter einer Straße. Diese Straße begrenzt zusammen mit zwei anderen Straßen einen dreieckigen Platz mit den Seitenlängen a, b und c. (Siehe nachstehende Abbildung – Ansicht von oben.)



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. Verwenden Sie dabei a, b und c.

α = ____ *[0/1 P.]*

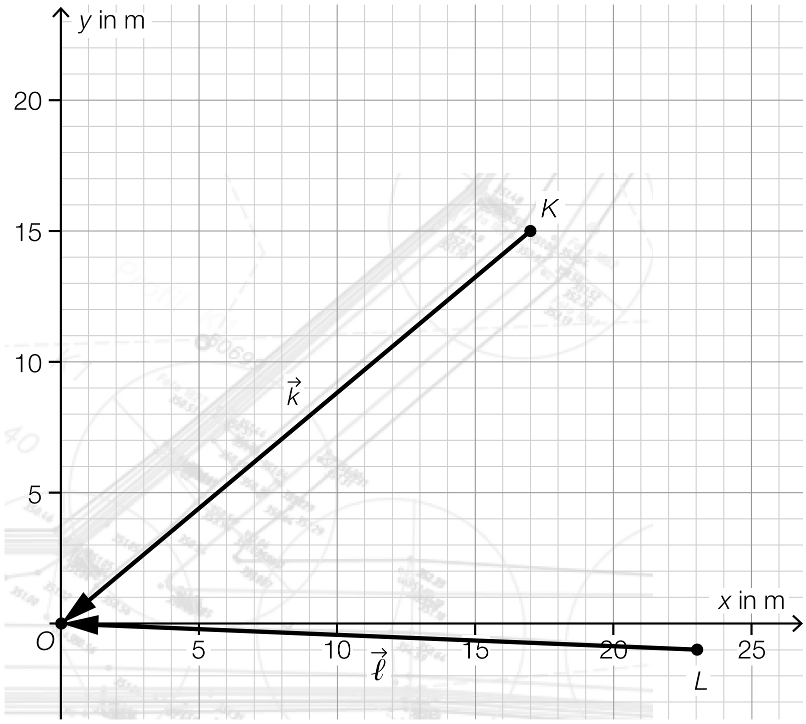
Die folgenden Abmessungen dieses dreieckigen Platzes sind bekannt:
$c = 54$ m, $b = 39{,}6$ m, $\alpha = 51{,}8°$

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{54 \cdot 39{,}6 \cdot \sin(51{,}8°)}{2} \approx 840$$ *[0/1 P.]*

3) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung markierten Winkel β. *[0/1 P.]*

b) In der nachstehenden Abbildung ist der Bereich des Zusammenflusses in einem Vermessungsplan modellhaft dargestellt. Im Koordinatenursprung O fließen die beiden Bäche zusammen.



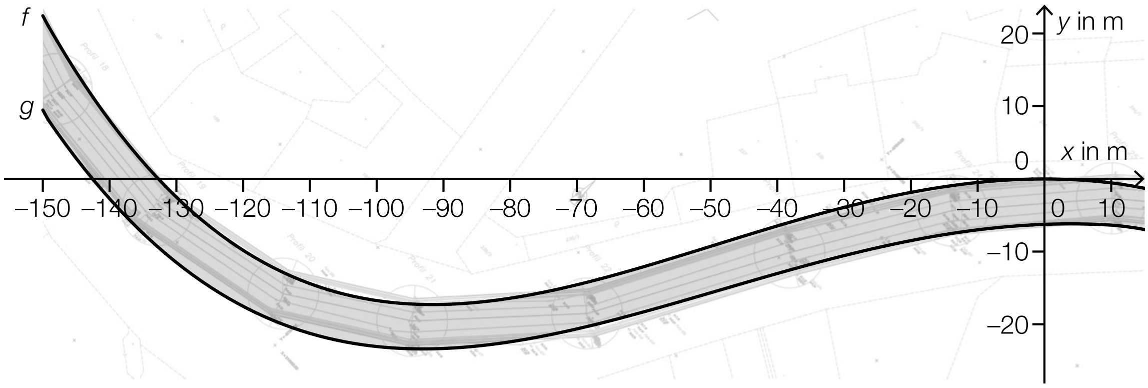
Der Kroisbach fließt vom Punkt P zum Punkt K.

Es gilt: $\overrightarrow{PK} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Punkt P ein. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie denjenigen spitzen Winkel, den die Vektoren $\vec{\ell}$ und $\vec{k}$ miteinander einschließen. *[0/1 P.]*

c) In der nachstehenden Abbildung ist ein Abschnitt des Kanals des Grazbachs in einem Vermessungsplan modellhaft dargestellt.



Ein Vermesser modelliert die Begrenzungslinien des Kanals im Intervall [–150; 15] mit den Graphen der Funktionen f und g.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche auf.

$A =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

Für die Polynomfunktion 4. Grades f gilt: $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2$

Der Graph von f hat den Tiefpunkt $T = (-92{,}2 \mid -17{,}6)$ und schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -133{,}5$.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

[0/1/2 P.]

Die Funktion g ist ebenfalls eine Polynomfunktion 4. Grades.

3) Kreuzen Sie diejenige Aussage an, die auf die Funktion g im Intervall [–150; 15] zutrifft. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

g hat genau 2 Nullstellen.	☐
g ändert genau 1-mal das Monotonieverhalten.	☐
g hat nur negative Funktionswerte.	☐
g hat genau 1 lokale Extremstelle.	☐
g ändert genau 1-mal das Krümmungsverhalten.	☐