Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Die Kreiszahl π

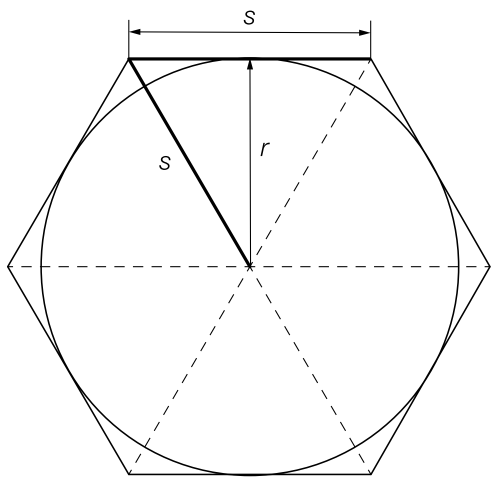
Im Laufe der Geschichte wurden verschiedene Methoden eingesetzt, um die Kreiszahl $\pi = 3{,}141...$ möglichst genau zu bestimmen.

a) Im ältesten bekannten Rechenbuch der Welt *(Papyrus Rhind)* ist für die Kreiszahl der folgende Näherungswert π_N angegeben:

$\pi_N = \left(\frac{16}{9}\right)^2$

1) Berechnen Sie die prozentuelle Abweichung des Näherungswerts π_N von der Kreiszahl π.

b) Bei einer anderen Methode wird der Umfang eines Kreises mit dem Radius r durch den Umfang eines umgeschriebenen Sechsecks angenähert (siehe nebenstehende Abbildung).

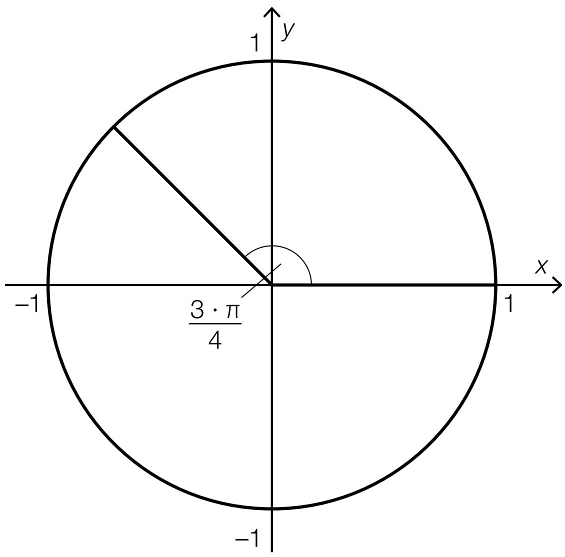


1) Stellen Sie mithilfe von r eine Formel zur Berechnung des Umfangs u des umgeschriebenen Sechsecks auf.

$u =$ ____

c) 1) Veranschaulichen Sie im nachstehenden Einheitskreis den Winkel α mit $\alpha \neq \frac{3 \cdot \pi}{4}$, für den gilt:

$\sin\left(\frac{3 \cdot \pi}{4}\right) = \sin(\alpha)$



Lösung zur Aufgabe 1

Die Kreiszahl π

a1) $\frac{\pi_N - \pi}{\pi} = \frac{0{,}0189...}{3{,}1415...} = 0{,}0060...$

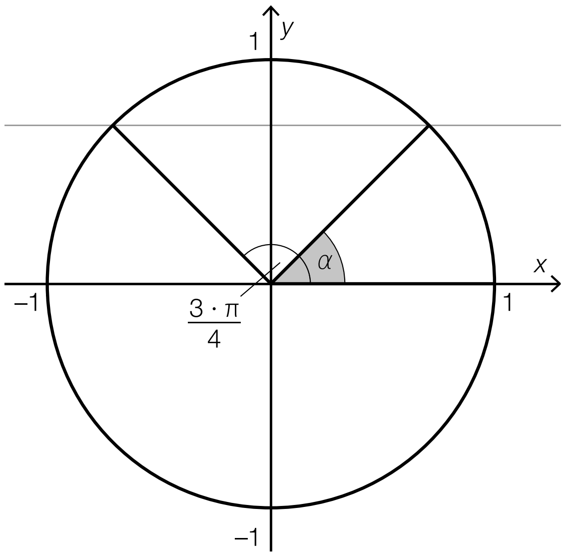
Die prozentuelle Abweichung des Näherungswerts von der Kreiszahl π beträgt rund 0,6 %.

b1) $s^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + r^2$

$s = \frac{2 \cdot r}{\sqrt{3}}$

$u = 6 \cdot s = \frac{12 \cdot r}{\sqrt{3}}$

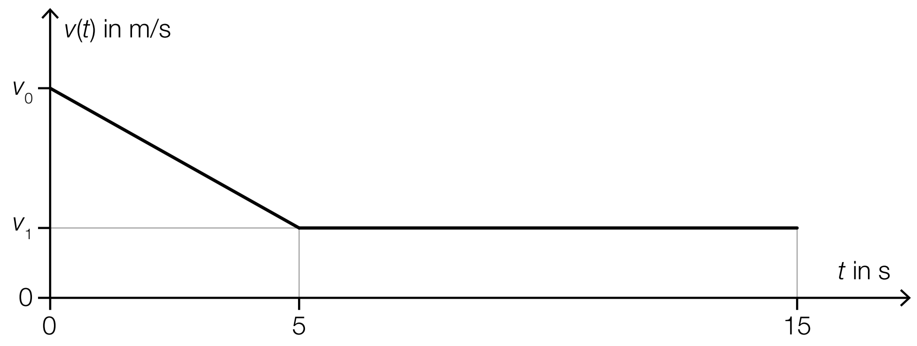
c1)



Aufgabe 2

Autofahrt

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit für eine bestimmte Autofahrt in einem Zeitraum von 15 s dargestellt.



Der zurückgelegte Weg in den ersten 5 s ist gleich lang wie der zurückgelegte Weg in den darauffolgenden 10 s.

1) Stellen Sie mithilfe von v_0 und v_1 eine Gleichung auf, die diesen Sachverhalt richtig beschreibt.

b) Für eine andere Autofahrt kann die Geschwindigkeit näherungsweise durch die Funktion v_A beschrieben werden.

$v_A(t) = 70 \cdot t^3 - 260 \cdot t^2 + 230 \cdot t + 80 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 1{,}5$

t ... Zeit in h
$v_A(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in km/h

1) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit bei dieser Autofahrt.

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$v_A'(0) = 230$

Lösung zur Aufgabe 2

Autofahrt

a1) $\frac{(v_0 + v_1) \cdot 5}{2} = 10 \cdot v_1$

b1) $v_A'(t) = 210 \cdot t^2 - 520 \cdot t + 230$
$v_A'(t) = 0$ *oder* $210 \cdot t^2 - 520 \cdot t + 230 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 0{,}57...$ $(t_2 = 1{,}89...)$
$v_A(t_1) = 139{,}59...$
Die maximale Geschwindigkeit beträgt rund 140 km/h.

b2) Die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit (Beschleunigung) zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt 230 km/h².

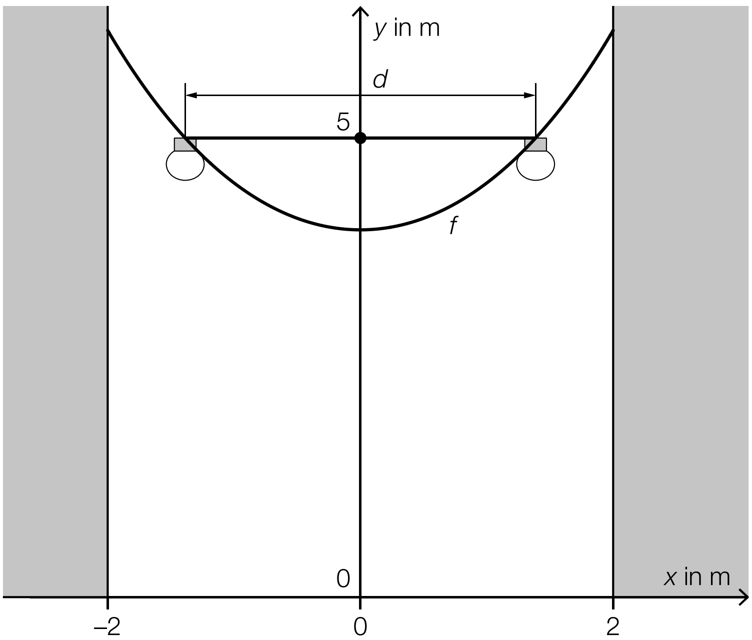
Aufgabe 3

Lichterkette

a) Zwischen zwei Häusern wird eine Lichterkette angebracht. Diese Häuser haben einen Abstand von 4 m.
Der Verlauf der Lichterkette wird in einem bestimmten Modell durch den Graphen der Funktion f beschrieben. Der Graph von f ist symmetrisch zur y-Achse.
(Siehe nachstehende Abbildung.)

$f(x) = 2 \cdot \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right)$ mit $-2 \leq x \leq 2$

x ... horizontale Koordinate in m
$f(x)$ ... Höhe der Lichterkette über dem Boden an der Stelle x in m



In einer Höhe von 5 m über dem Boden werden zwei Lampen angebracht (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie den Abstand d dieser beiden Lampen.

Karl berechnet die 1. Ableitung der Funktion f fälschlicherweise mit $f'(x) = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}$.

2) Beschreiben Sie den Fehler, den Karl bei seiner Berechnung gemacht hat.

Der Verlauf der Lichterkette wird in einem anderen Modell durch den Graphen der quadratischen Funktion p mit $p(x) = a \cdot x^2 + b$ beschrieben. Dabei sollen die Funktionswerte von p an den Stellen 0 und 2 mit jenen der Funktion f übereinstimmen.

3) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten a und b.

Lösung zur Aufgabe 3

Lichterkette

a1) $f(x) = 5$ *oder* $2 \cdot \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right) = 5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = -1{,}38...$; $x_2 = 1{,}38...$
$x_2 - x_1 = 2{,}77...$

Der Abstand zwischen den beiden Lampen beträgt rund 2,8 m.

a2) Bei der inneren Ableitung von $e^{-\frac{x}{2}}$ hat Karl vergessen, das Minus zu berücksichtigen.

a3) $p(0) = 4$
$p(2) = 6{,}17...$

I: $p(0) = f(0)$
II: $p(2) = f(2)$

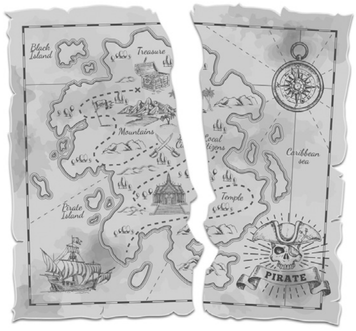
oder:

I: $a \cdot 0^2 + b = 4$
II: $a \cdot 2^2 + b = 6{,}17...$

Aufgabe 4

Schatztruhen

Bei einem bestimmten Spiel können Schatztruhen geöffnet werden.



a) In jeder Schatztruhe befindet sich genau einer von zwei verschiedenen Teilen einer Schatzkarte, mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % ein Teil *A* und mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 % ein Teil *B*.

Bildquelle: https://img.freepik.com/vektoren-kostenlos/handgezeichnete-illustration-der-piratenschatzkarte_1284-37182.jpg [04.04.2022] (adaptiert).

1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}6^2 = 0{,}64$

Bei diesem Spiel werden so lange Schatztruhen geöffnet, bis man jeweils mindestens 1-mal einen Teil *A* und einen Teil *B* erhalten hat. Dann ist das Spiel beendet.
(Sobald man die zwei Teile *A* und *B* erhalten hat, kann keine weitere Schatztruhe mehr geöffnet werden.)

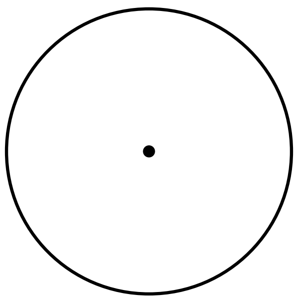
2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel nach dem Öffnen von genau 3 Schatztruhen beendet ist.

b) Die nachstehende Tabelle zeigt für insgesamt 100 Spieler/innen die Anzahl der jeweils am Spielende geöffneten Schatztruhen.

Anzahl der jeweils am Spielende geöffneten Schatztruhen	2	3	4	5	6	7	8
Anzahl der Spieler/innen	53	27	8	7	3	1	1

Es soll ein Kreisdiagramm für die Kategorien „2 geöffnete Schatztruhen“, „3 geöffnete Schatztruhen“ und „mehr als 3 geöffnete Schatztruhen“ erstellt werden.

1) Zeichnen Sie in den nachstehenden Kreis die entsprechenden Sektoren ein.



Lösung zur Aufgabe 4

Schatztruhen

a1) *E* ... „bei 2 geöffneten Schatztruhen enthält mindestens 1 Schatztruhe einen Teil *B*“

oder

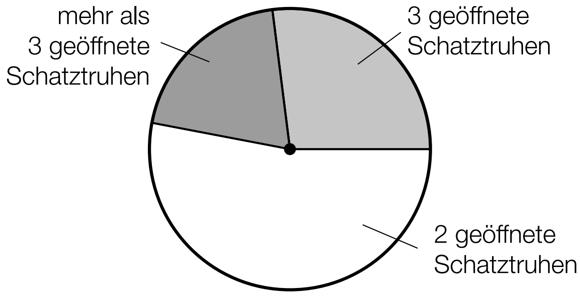
E ... „bei 2 geöffneten Schatztruhen enthalten nicht beide Schatztruhen einen Teil *A*“

a2) *X* ... Anzahl geöffneter Schatztruhen, nach denen das Spiel beendet ist

$P(X = 3) = 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 + 0{,}6^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel nach dem Öffnen von genau 3 Schatztruhen beendet ist, beträgt 24 %.

b1)



Winkel für den Sektor „2 geöffnete Schatztruhen“: 190,8°
Winkel für den Sektor „3 geöffnete Schatztruhen“: 97,2°
Winkel für den Sektor „mehr als 3 geöffnete Schatztruhen“: 72°