Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wasserverbrauch

a) In einer Kleinstadt beträgt der Wasserverbrauch pro Jahr rund $1{,}2 \cdot 10^9$ L.
In der Nachbarstadt ist der Wasserverbrauch pro Jahr doppelt so hoch.

Jemand behauptet fälschlicherweise:
„In dieser Nachbarstadt beträgt der Wasserverbrauch pro Jahr also $1{,}2 \cdot 10^{18}$ L.“

1) Ermitteln Sie denjenigen Faktor, um den der Wasserverbrauch pro Jahr in der Nachbarstadt gemäß dieser Behauptung tatsächlich höher wäre.

b) Der Wasserverbrauch einer Schule mit n Personen beträgt 800 m³ pro Jahr.
Man geht bei einer Schule von 200 Wassernutzungstagen pro Jahr aus.

1) Stellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung des durchschnittlichen Wasserverbrauchs V für 1 Person in Litern pro Wassernutzungstag auf.

$V =$ ______________________________

c) Der Wasserverbrauch von Familie A ist im Jahr 2017 um 2 % und im Jahr 2018 um 3 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr gestiegen.

Der Wasserverbrauch von Familie B ist im Jahr 2017 um 3 % und im Jahr 2018 um 2 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr gestiegen.

1) Erklären Sie, warum die gesamte prozentuelle Änderung in diesem Zeitraum bei Familie A und Familie B gleich ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wasserverbrauch

a1) Gemäß der Behauptung wäre der Wasserverbrauch in der Nachbarstadt um den Faktor $10^9 = 1\,000\,000\,000$ höher.

b1) $V = \frac{800 \cdot 1\,000}{n \cdot 200}$ *oder* $V = \frac{4\,000}{n}$

c1) Da die gesamte prozentuelle Änderung über die Multiplikation der Änderungsfaktoren berechnet wird, also $1{,}02 \cdot 1{,}03$, ist das Ergebnis nicht von der Reihenfolge dieser Faktoren abhängig.

Aufgabe 2

Gehsteig

In der unten stehenden Abbildung 1 ist ein Teil eines Gehsteigs dargestellt.
Der Rand des Gehsteigs kann zwischen den Punkten Q und P modellhaft durch den Graphen der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 2 ist dies in einer Ansicht von oben dargestellt.

Abbildung 1 (Quelle: BMBWF)

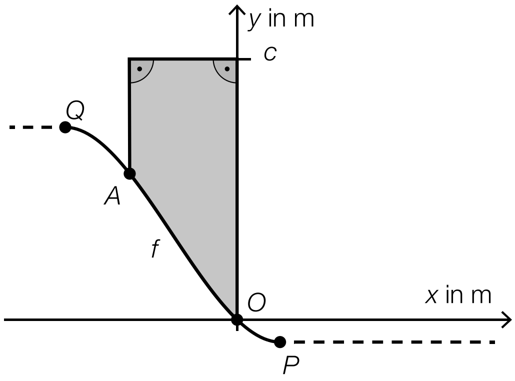


Abbildung 2

a) In Abbildung 2 ist ein Teil des Gehsteigs grau markiert.
Der Punkt $A = (x_A \mid y_A)$ liegt auf dem Graphen der Funktion f.

1) Erstellen Sie mithilfe von x_A, c und f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$A =$ ____

b) Für die Funktion f gilt: $f(x) = 2 \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x \quad \text{mit} \quad -0{,}5 \leq x \leq 0{,}5$

Der Punkt P hat die Koordinaten $(0{,}5 \mid -0{,}5)$.

1) Zeigen Sie, dass der Graph der Funktion f im Punkt P eine waagrechte Tangente hat.

In der nebenstehenden Abbildung 3 ist ein Pflasterstein dieses Gehsteigs dargestellt. Dieser ist so verlegt, dass die beiden Eckpunkte $Q = (-0{,}5 \mid f(-0{,}5))$ und $R = (-0{,}36 \mid f(-0{,}36))$ auf dem Graphen der Funktion f liegen.

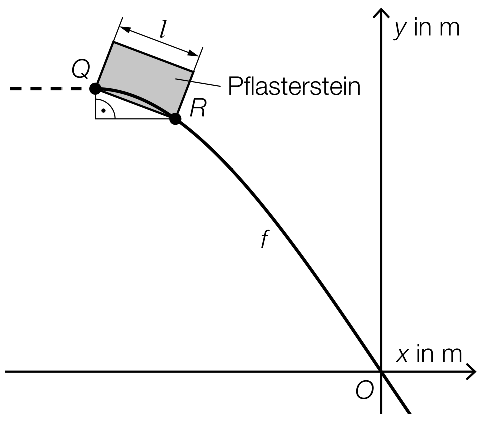


Abbildung 3

2) Berechnen Sie die Länge l dieses Pflastersteins.

Lösung zur Aufgabe 2

Gehsteig

a1) $A = \int_{x_A}^{0} (c - f(x))\,\mathrm{d}x$

oder:

$A = |x_A| \cdot c - \int_{x_A}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$

b1) $f'(x) = 6 \cdot x^2 - \frac{3}{2}$

$f'(0{,}5) = 6 \cdot 0{,}5^2 - \frac{3}{2} = 0$

Der Graph der Funktion *f* hat im Punkt *P* also eine waagrechte Tangente.

b2) $l = \sqrt{(0{,}5 - 0{,}36)^2 + (f(-0{,}5) - f(-0{,}36))^2} = 0{,}149...$

Die Länge l beträgt rund 0,15 m.

Aufgabe 3

Am Arlberg

Zwischen den Gemeinden Flirsch und St. Anton verläuft ein 12,5 km langer Geh- und Radweg.

a) Can startet um 14:00 Uhr in St. Anton und geht auf diesem Weg in Richtung Flirsch.
Seine Entfernung von Flirsch kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion s_C beschrieben werden.

$s_C(t) = 12{,}5 - 5 \cdot t \quad \text{mit} \quad t \leq 2{,}5$

t ... Zeit in h ($t = 0$ für 14:00 Uhr)
$s_C(t)$ ... Entfernung von Flirsch zur Zeit t in km

1) Interpretieren Sie die Zahl 5 der obigen Funktionsgleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

Karo startet ihre Fahrradtour nach St. Anton um 14:00 Uhr in Pettneu, einem Ort, der an diesem Weg liegt.
Ihre Entfernung von Flirsch kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion s_K beschrieben werden.

$s_K(t) = 19 \cdot t + 5{,}7$

t ... Zeit in h ($t = 0$ für 14:00 Uhr)
$s_K(t)$ ... Entfernung von Flirsch zur Zeit t in km

2) Berechnen Sie, wie lange Karo unterwegs ist, bis sie Can begegnet.

b) Martina benötigt für den Geh- und Radweg von Flirsch nach St. Anton eine Zeit von a Minuten.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von Martinas Durchschnittsgeschwindigkeit v in km/h auf.

$v =$ ______________________________

Lösung zur Aufgabe 3

Am Arlberg

a1) Can bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h.

a2) $12{,}5 - 5 \cdot t = 19 \cdot t + 5{,}7$

$t = \frac{17}{60} = 0{,}283...$
Karo ist rund 0,28 Stunden unterwegs.

b1) $v = \frac{12{,}5}{\frac{a}{60}} = \frac{750}{a}$

Aufgabe 4

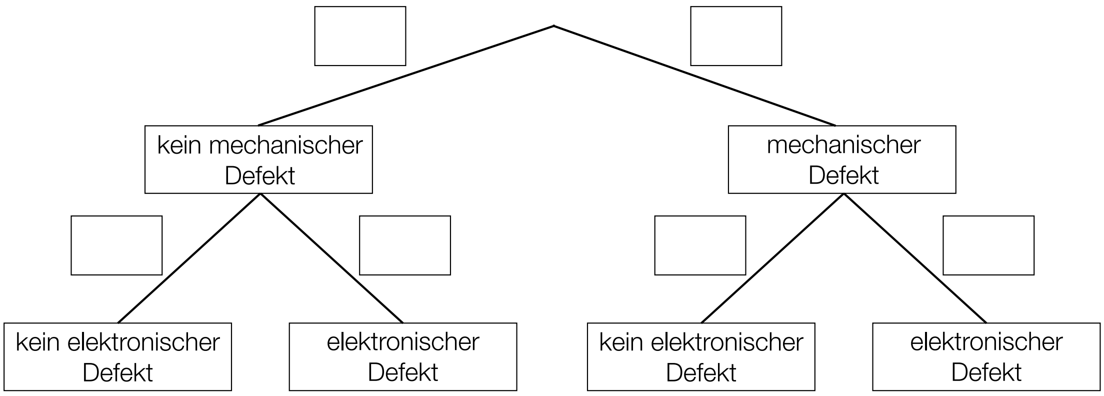
Wärmepumpen

a) Heizungen mit Wärmepumpe gelten als umweltfreundlich. Man weiß aus Erfahrung, dass bei einer bestimmten Wärmepumpe zwei verschiedene Fehler unabhängig voneinander auftreten können.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 2 % liegt ein mechanischer Fehler vor.
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 3 % liegt ein elektronischer Fehler vor.

Eine zufällig ausgewählte Wärmepumpe wird auf diese beiden Fehler hin untersucht.

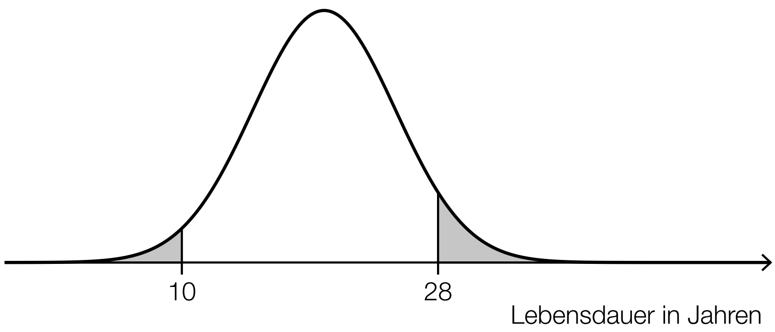
1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Es werden 20 solcher Wärmepumpen auf das Vorliegen eines mechanischen Fehlers hin untersucht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als 17 dieser 20 Wärmepumpen kein mechanischer Fehler vorliegt.

b) Die Lebensdauer von Wärmepumpen ist annähernd normalverteilt. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion.

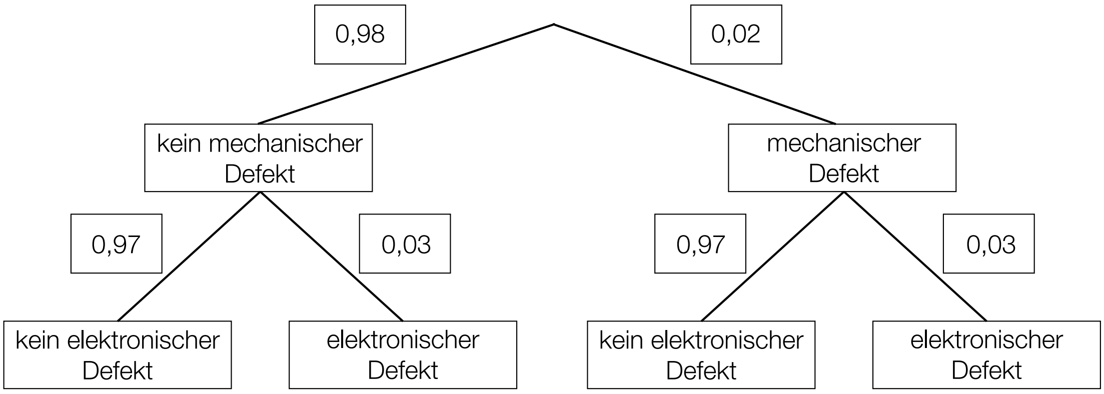


1) Beschreiben Sie die Bedeutung der grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 4

Wärmepumpen

a1)



a2) X ... Anzahl der Wärmepumpen ohne mechanischen Defekt
Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0{,}98$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 18) = 0{,}9929...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 99,3 %.

b1) Die grau markierte Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer einer Wärmepumpe höchstens 10 Jahre oder mindestens 28 Jahre beträgt.