Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

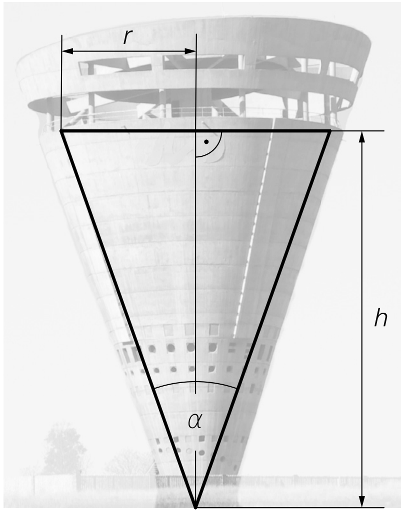
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wasserbehälter

Der *Grand Central Water Tower* (Südafrika) ist ein Behälter für die Wasserversorgung.
Er hat annähernd die Form eines auf der Spitze stehenden Kegels mit dem Radius r, der Höhe h und dem Winkel α an der Spitze (siehe nachstehende Abbildung).



Bildquelle: NJR ZA – eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bb/Johhanesburg_Water-Midrand_Tower-001.jpg [11.01.2021] (adaptiert).

a) 1) Erstellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Formel zur Berechnung des Winkels α aus r und h.

$\alpha =$ ____

b) Das Volumen des Wasserbehälters beträgt 6 500 m³.

Karin möchte das Volumen in Hektolitern (hl) angeben und führt die nachstehende fehlerhafte Berechnung durch.

$$6\,500 \text{ m}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ L} = 6\,500 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \text{ hl}$$
$$= 6\,500 \cdot 10^5 \text{ hl} = 650\,000\,000 \text{ hl}$$

1) Geben Sie an, in welchem Rechenschritt der Fehler passiert ist, und stellen Sie die Berechnung richtig.

c) Der *Grand Central Water Tower* soll durch einen neuen kegelförmigen Wasserbehälter ersetzt werden.
Der Radius dieses neuen Wasserbehälters soll doppelt so groß sein wie jener des *Grand Central Water Tower*. Die Höhe soll gleich groß sein wie jene des *Grand Central Water Tower*.

1) Zeigen Sie, dass das Volumen des neuen Wasserbehälters <u>nicht</u> doppelt so groß wie jenes des *Grand Central Water Tower* ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wasserbehälter

a1) $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{h}$

$\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{r}{h}\right)$

b1) Bei der Umrechnung von L in hl muss durch 10^2 dividiert werden.
Richtig ist:
$6\,500 \text{ m}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ L} = 6\,500 \cdot \frac{10^3}{10^2} \text{ hl} = 6\,500 \cdot 10 \text{ hl} = 65\,000 \text{ hl}$

c1) $V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

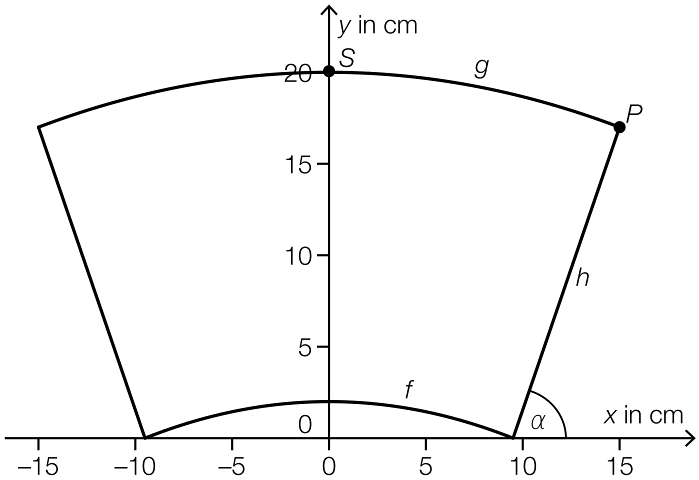
neuer Wasserbehälter:
$V_1 = \frac{(2 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = 4 \cdot V$
Das Volumen des neuen Wasserbehälters ist also nicht doppelt so groß.

Auch ein Nachweis mit konkreten Zahlen ist als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Kinderhocker

Die nachstehende modellhafte Abbildung zeigt die zur y-Achse symmetrische Sitzfläche eines Kinderhockers in der Ansicht von oben.



Die rechte Begrenzungslinie der Sitzfläche wird durch die lineare Funktion h beschrieben. Sie verläuft durch den Punkt $P = (15|17)$ und hat bei $x = 9{,}5$ eine Nullstelle.

a) 1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel α.

b) Die obere Begrenzungslinie der Sitzfläche wird durch den Graphen der quadratischen Funktion g beschrieben. Der Graph von g verläuft durch den Scheitelpunkt $S = (0|20)$ und den Punkt P.

1) Stellen Sie mithilfe der Informationen zu S und P eine Gleichung der Funktion g auf.

c) Clemens möchte den Flächeninhalt der Sitzfläche berechnen.

1) Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck für diese Berechnung an. *[1 aus 5]*

$2 \cdot \int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5$	☐
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5\right)$	☐
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}\right)$	☐
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5$	☐
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}$	☐

Lösung zur Aufgabe 2

Kinderhocker

a1) $\alpha = \arctan\left(\frac{17 - 0}{15 - 9{,}5}\right) = 72{,}0...°$
Der Winkel beträgt rund 72°.

b1) $g(x) = a \cdot x^2 + c$

$g(0) = 20$
$g(15) = 17$

oder:

$c = 20$

$a \cdot 15^2 + c = 17$

$a = -\frac{1}{75}$
$g(x) = -\frac{1}{75} \cdot x^2 + 20$

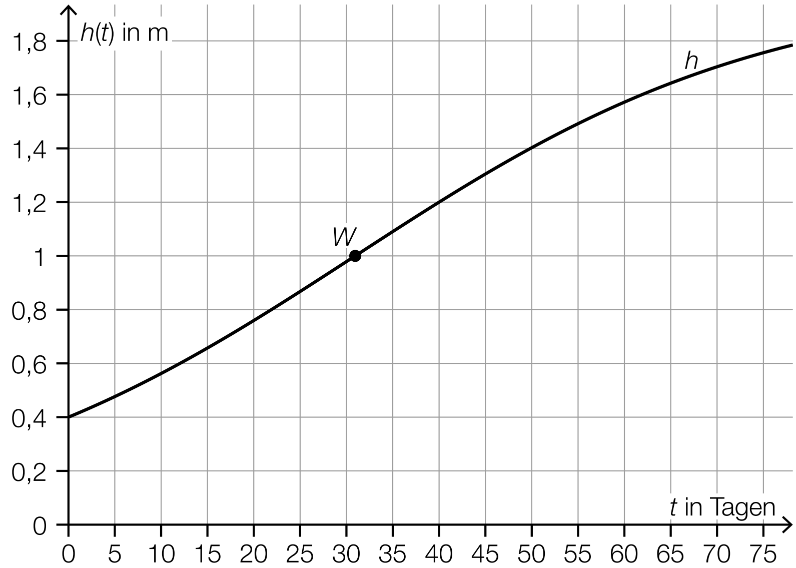
c1)

$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}\right)$	☒

Aufgabe 3

Pflanzenwachstum

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Höhe einer bestimmten Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit t durch den Graphen der Funktion h modellhaft dargestellt.



Die Funktion h hat den Wendepunkt $W = (31 \mid 1)$.

1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung der Tangente im Wendepunkt.
2) Interpretieren Sie die Steigung der Tangente im Wendepunkt im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Für eine andere Pflanze gilt:
Zu Beginn der Beobachtung beträgt das *Höhenwachstum* 0,03 Meter pro Tag.
Das Höhenwachstum nimmt täglich um 4 % bezogen auf den jeweiligen Vortag ab.

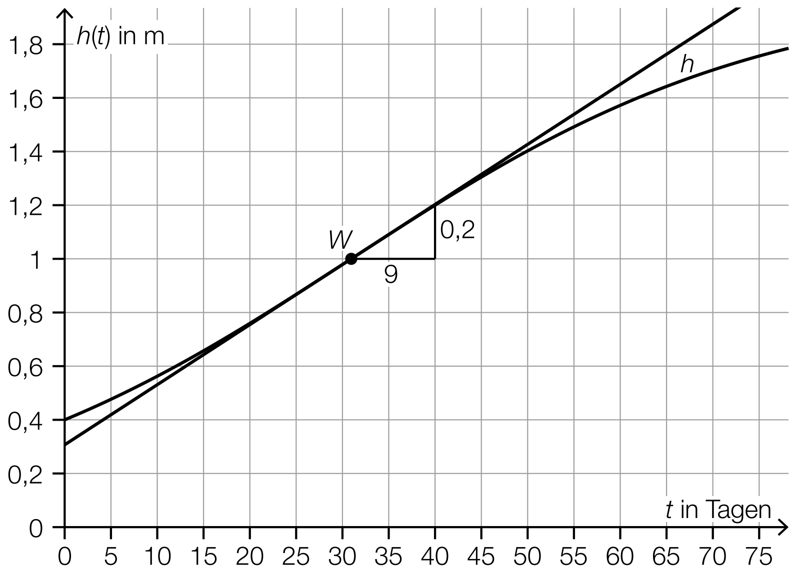
Das Höhenwachstum soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen durch eine Funktion v beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion v auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn der Beobachtung.

Lösung zur Aufgabe 3

Pflanzenwachstum

a1)



Steigung: $\frac{0{,}2}{9} = 0{,}022... \approx 0{,}02$

Toleranzintervall: [0,019; 0,025]

a2) Die Steigung entspricht der maximalen momentanen Änderungsrate der Höhe.

oder:

Die Steigung entspricht der momentanen Änderungsrate der Höhe nach 31 Tagen.

b1) $v(t) = 0{,}03 \cdot 0{,}96^t$

Aufgabe 4

Fischzucht

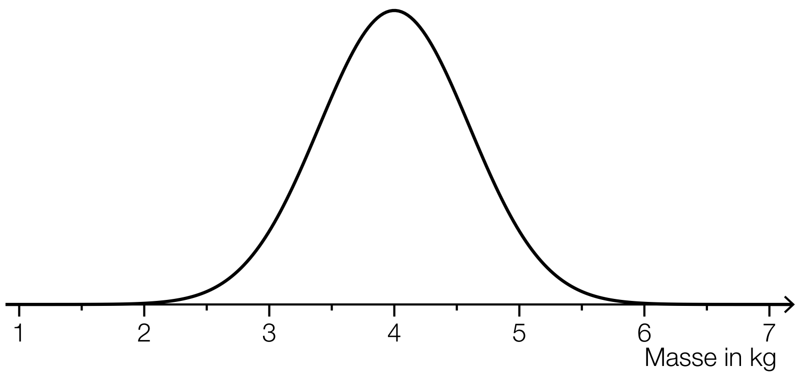
a) In einem Teich befinden sich k Karpfen und h Hechte, sonst gibt es keine Fische im Teich.

Bei einem Fang werden 2 Fische zufällig entnommen.

1) Stellen Sie mithilfe von k und h eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„beide entnommenen Fische sind Karpfen“) = ____________________

b) Die Masse von Lachsen in einer bestimmten Fischzucht ist annähernd normalverteilt.
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



1) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Lachses mindestens 5 kg beträgt.

Der Erwartungswert der Masse der Lachse beträgt $\mu = 4$ kg und die Standardabweichung $\sigma = 0{,}6$ kg.

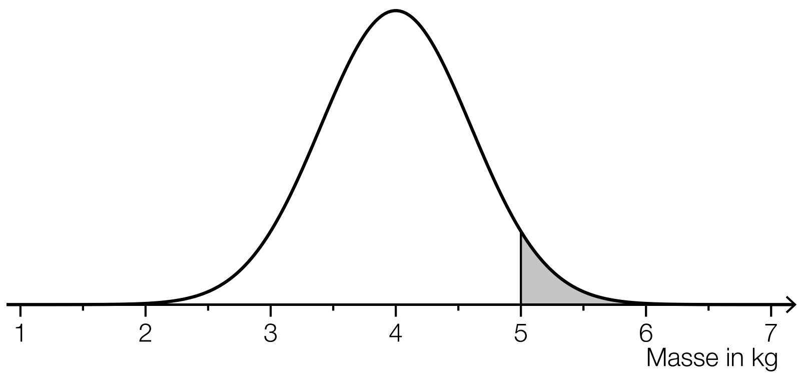
2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Lachses um mehr als ±1 kg vom Erwartungswert abweicht.

Lösung zur Aufgabe 4

Fischzucht

a1) $P(\text{„beide entnommenen Fische sind Karpfen“}) = \frac{k}{k+h} \cdot \frac{k-1}{k+h-1}$

b1)



b2) X ... Masse in kg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X < 3) + P(X > 5) = 0{,}0955...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 9,6 %.