

# Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur  
standardisierten kompetenzorientierten  
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2021

## Mathematik

Kompensationsprüfung 3  
Angabe für **Prüfer/innen**

## Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: „Aufgabenstellung“ und „Leitfrage“.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

### Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

|               | Kandidat/in 1 |  | Kandidat/in 2 |  | Kandidat/in 3 |  | Kandidat/in 4 |  | Kandidat/in 5 |  |
|---------------|---------------|--|---------------|--|---------------|--|---------------|--|---------------|--|
| Aufgabe 1     |               |  |               |  |               |  |               |  |               |  |
| Aufgabe 2     |               |  |               |  |               |  |               |  |               |  |
| Aufgabe 3     |               |  |               |  |               |  |               |  |               |  |
| Aufgabe 4     |               |  |               |  |               |  |               |  |               |  |
| Aufgabe 5     |               |  |               |  |               |  |               |  |               |  |
| <b>gesamt</b> |               |  |               |  |               |  |               |  |               |  |

## Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist bei jeder Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und bei jeder Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

### Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

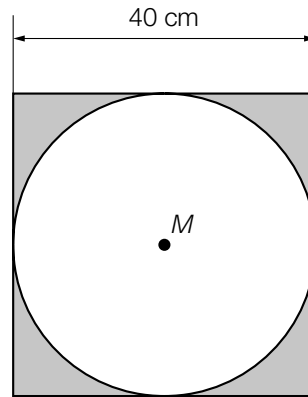
| Note         | erreichte Punkte<br>(Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte) |
|--------------|---|
| Sehr gut     | 7–10  |
| Gut          | 6   |
| Befriedigend | 5   |
| Genügend     | 4   |

# Aufgabe 1

## Badezimmer

### Aufgabenstellung:

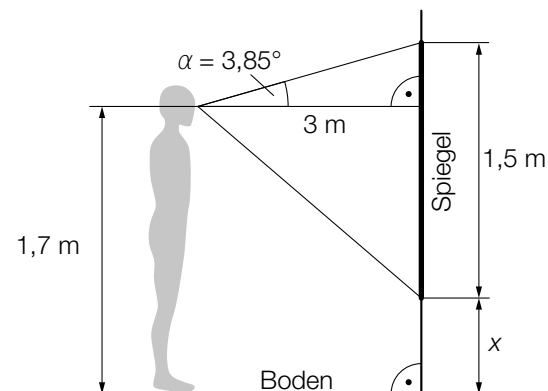
In der nachstehenden Abbildung ist schematisch eine quadratische Motivfliese dargestellt.



– Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt der grauen Fläche rund 21 % des Flächeninhalts der quadratischen Motivfliese beträgt.

### Leitfrage:

Im Badezimmer ist ein Spiegel an der Wand angebracht. Eine Person steht vor dem Spiegel und sieht den oberen Rand des Spiegels unter dem Höhenwinkel  $\alpha$  (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



– Berechnen Sie die Höhe  $x$ .

# Lösung zur Aufgabe 1

## Badezimmer

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

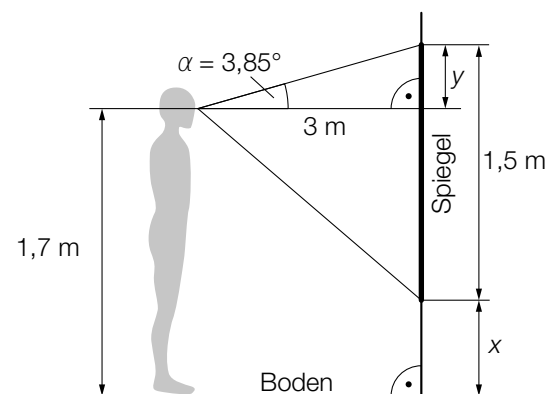
$$\frac{40^2 - 20^2 \cdot \pi}{40^2} = 0,214\dots$$

Der Flächeninhalt der grauen Fläche beträgt also rund 21 % des Flächeninhalts der quadratischen Motivfliese.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn richtig gezeigt wird, dass der Flächeninhalt der grauen Fläche rund 21 % des Flächeninhalts der quadratischen Motivfliese beträgt.

Lösungserwartung zur Leitfrage:



$$\tan(\alpha) = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 0,20\dots$$

$$y + 1,7 = x + 1,5$$

$$x = y + 0,2 = 0,40\dots$$

Die Höhe  $x$  beträgt rund 0,4 m.

Lösungsschlüssel:

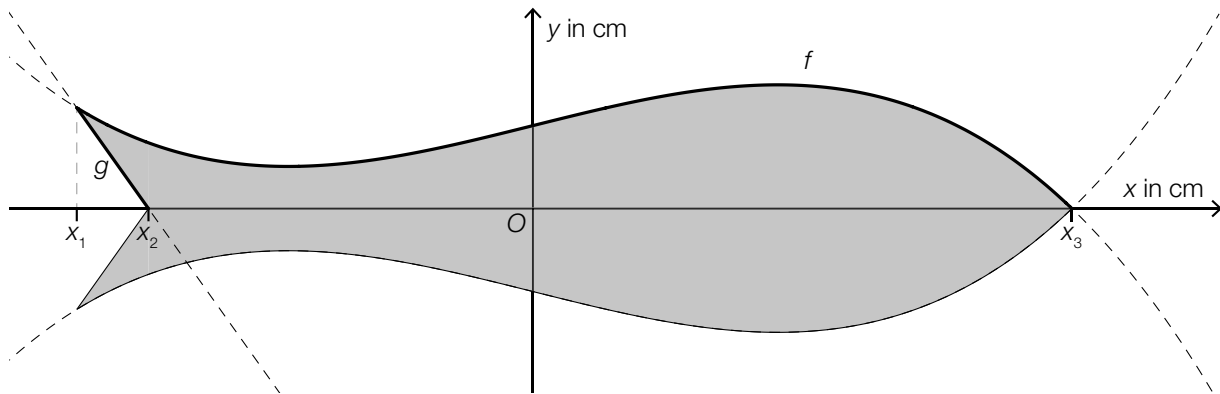
Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Höhe  $x$  richtig berechnet wird.

## Aufgabe 2

### Logo

Die unten stehende Abbildung zeigt den Entwurf für das Logo eines Fischzüchters.

Die Abbildung des Logos ist symmetrisch bezüglich der  $x$ -Achse. Die obere Begrenzungslinie des Logos wird durch die Graphen der linearen Funktion  $g$  und der Polynomfunktion 3. Grades  $f$  beschrieben.



$x, f(x), g(x) \dots$  Koordinaten in cm

### Aufgabenstellung:

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts  $A$  der grau markierten Fläche dieses Logos auf.

$A =$  \_\_\_\_\_

### Leitfrage:

Gegeben sind 3 Aussagen.

Aussage 1:  $g(x_2) = f(x_3)$

Aussage 2:  $g'(x_1) = g'(x_2)$

Aussage 3:  $g'(x_1) = f'(x_1)$

– Geben Sie für jede der 3 Aussagen an, ob sie wahr oder falsch ist, und begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

## Lösung zur Aufgabe 2

### Logo

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$A = 2 \cdot \left( \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx - \int_{x_1}^{x_2} g(x) dx \right) \quad \text{oder} \quad A = 2 \cdot \left( \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx - \frac{1}{2} \cdot f(x_1) \cdot (x_2 - x_1) \right)$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Formel richtig aufgestellt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Aussage 1: wahr,  $g(x_2) = 0$  und  $f(x_3) = 0 \Rightarrow g(x_2) = f(x_3)$

Aussage 2: wahr,  $g$  ist eine lineare Funktion, deshalb ist  $g'$  konstant

Aussage 3: falsch, weil der Graph von  $g$  nicht die Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x_1$  ist

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn bei jeder der angeführten Aussagen die richtige Entscheidung getroffen und diese richtig begründet wird.

## Aufgabe 3

### Ammonium

Der Giftstoff Ammonium ist im Abwasser enthalten und wird in Klärbecken abgebaut.

#### Aufgabenstellung:

Der Ammoniumgehalt in einem bestimmten Klärbecken kann in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  näherungsweise durch die lineare Funktion  $f$  beschrieben werden.

Zu Beobachtungsbeginn ( $t = 0$ ) wurde im Klärbecken ein Ammoniumgehalt von 28 mg/L gemessen. Im Klärbecken wurde 6 Stunden nach Beobachtungsbeginn ein Ammoniumgehalt von 6,17 mg/L gemessen.

– Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion  $f$  auf.

#### Leitfrage:

Der Ammoniumgehalt in einem anderen Klärbecken kann näherungsweise durch die Funktion  $c$  beschrieben werden.

$$c(t) = 24 \cdot e^{-0,4 \cdot t} + 4 \quad \text{mit } t \geq 0$$

$t$  ... Zeit seit Beobachtungsbeginn in Stunden

$c(t)$  ... Ammoniumgehalt zur Zeit  $t$  in mg/L

– Begründen Sie mathematisch, warum alle Funktionswerte der Funktion  $c$  größer als 4 sind.



## Lösung zur Aufgabe 3

### Ammonium

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$f(t) = k \cdot t + d$$

$t$  ... Zeit in Stunden

$f(t)$  ... Ammoniumgehalt zur Zeit  $t$  in mg/L

$$d = 28$$

$$k = \frac{6,17 - 28}{6} = -3,63\dots$$

$$f(t) = -3,63\dots \cdot t + 28$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Gleichung von  $f$  richtig aufgestellt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$e^{-0,4 \cdot t}$  ist für alle  $t$  positiv, und damit sind alle Funktionswerte  $24 \cdot e^{-0,4 \cdot t} + 4$  größer als 4.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn richtig mathematisch begründet wird, warum alle Funktionswerte größer als 4 sind.

## Aufgabe 4

### Bewegungsenergie

Die Bewegungsenergie  $E$  eines Körpers kann mit der nachstehenden Formel berechnet werden.

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$m$  ... Masse des Körpers in kg

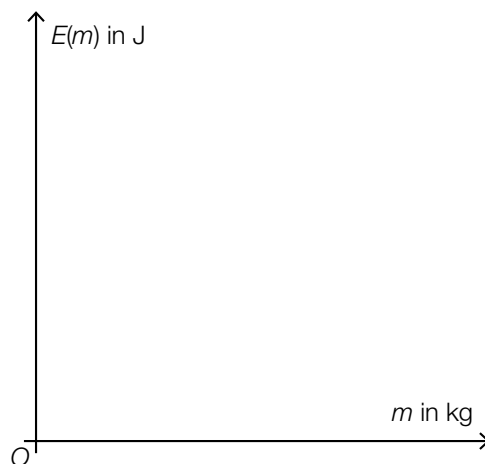
$v$  ... Geschwindigkeit des Körpers in m/s

$E$  ... Bewegungsenergie des Körpers in Joule (J)

#### Aufgabenstellung:

Die Bewegungsenergie  $E$  eines Körpers ist eine Funktion in Abhängigkeit von der Masse  $m$ , wenn die Geschwindigkeit  $v$  als konstant angenommen wird.

– Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem einen möglichen Graphen von  $E$ .

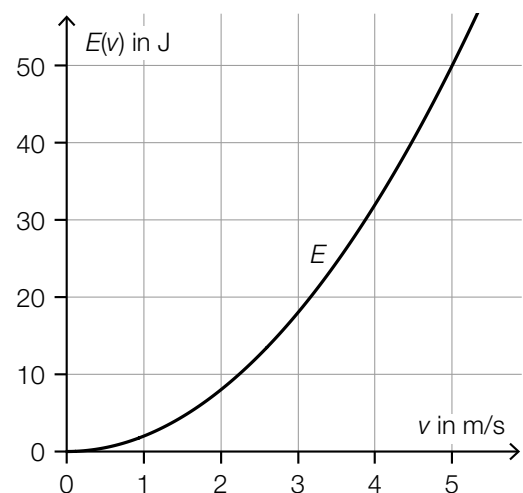


#### Leitfrage:

Die Bewegungsenergie  $E$  eines Körpers ist eine Funktion in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit  $v$ , wenn die Masse  $m$  als konstant angenommen wird.

Für einen bestimmten Körper mit der konstanten Masse  $m$  ist der Graph der Funktion  $E$  in der nebenstehenden Abbildung dargestellt.

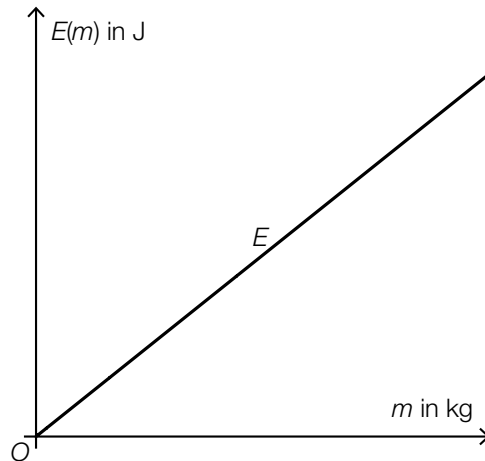
– Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung die Masse  $m$ .



## Lösung zur Aufgabe 4

### Bewegungsenergie

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:



Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Graph richtig skizziert wird. Dabei muss erkennbar sein, dass es sich um eine steigende Gerade handelt, die durch den Ursprung verläuft.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

zum Beispiel mithilfe des Punktes  $(5 | 50)$ :

$$E(5) = 50 \Rightarrow 50 = \frac{m \cdot 25}{2} \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

Lösungsschlüssel:

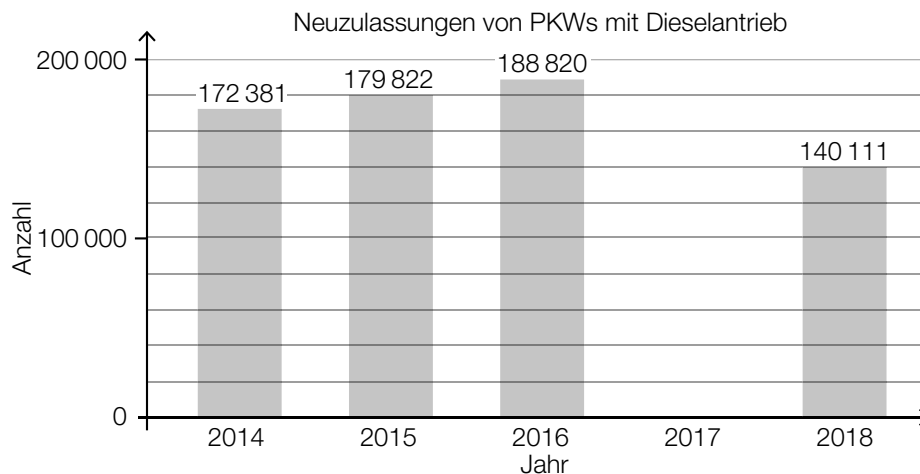
Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn  $m$  richtig ermittelt wird.

## Aufgabe 5

### PKWs mit Dieselantrieb

#### Aufgabenstellung:

Die nachstehende Abbildung zeigt die Anzahl an Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb in Österreich für die Jahre 2014, 2015, 2016 und 2018.



Das arithmetische Mittel der Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb in Österreich für den Zeitraum von 2014 bis 2018 beträgt 171 318,4.

- Ermitteln Sie die Anzahl an Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb in Österreich für das Jahr 2017.

#### Leitfrage:

55,1 % der PKWs in Österreich haben einen Dieselantrieb.

Eine Zufallsstichprobe von  $n$  PKWs in Österreich wird betrachtet.

- Beschreiben Sie ein Ereignis  $E$  im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = 1 - 0,449^n$$

## Lösung zur Aufgabe 5

### PKWs mit Dieselantrieb

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$171\,318,4 = \frac{172\,381 + 179\,822 + 188\,820 + x_{2017} + 140\,111}{5}$$
$$x_{2017} = 175\,458$$

Die Anzahl an Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb in Österreich für das Jahr 2017 beträgt 175 458.

**Lösungsschlüssel:**

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Anzahl an Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb in Österreich für das Jahr 2017 richtig berechnet wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

*E* ... „in der Zufallsstichprobe befindet sich mindestens 1 PKW mit Dieselantrieb“

**Lösungsschlüssel:**

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn das Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang richtig beschrieben wird.