Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Haupttermin 2021

Mathematik

Kompensationsprüfung 6
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: „Aufgabenstellung“ und „Leitfrage“.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1		Kandidat/in 2		Kandidat/in 3		Kandidat/in 4		Kandidat/in 5	
Aufgabe 1										
Aufgabe 2										
Aufgabe 3										
Aufgabe 4										
Aufgabe 5										
gesamt										

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist bei jeder Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und bei jeder Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

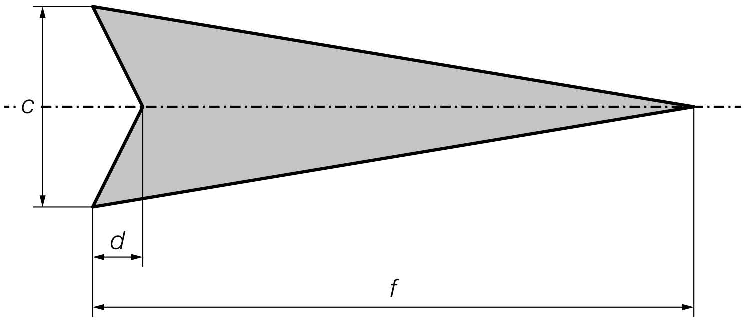
Note	erreichte Punkte (Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte)
Sehr gut	7 – 10
Gut	6
Befriedigend	5
Genügend	4

Aufgabe 1

Pfeil

Aufgabenstellung:

In der nachstehenden Abbildung ist ein Pfeil in der Ebene modellhaft dargestellt. Die strichpunktiert dargestellte Linie ist die Symmetrieachse dieses Pfeiles.

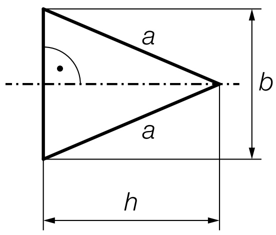


– Stellen Sie mithilfe von c, d und f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ____

Leitfrage:

In der nachstehenden Abbildung ist die Spitze eines Pfeiles in der Ebene modellhaft dargestellt. Die strichpunktiert dargestellte Linie ist die Symmetrieachse der Spitze des Pfeiles.



Das in der obigen Abbildung dargestellte gleichschenkelige Dreieck hat die Basis $b = 6$ cm, die Schenkellänge a cm und die Höhe $h = 7$ cm. Der Flächeninhalt des Dreiecks soll bei gleich langer Basis um 20 % vergrößert werden.

– Berechnen Sie, wie lang die beiden Schenkel dieses Dreiecks nach der Vergrößerung sind.

Lösung zur Aufgabe 1

Pfeil

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$A = \frac{1}{2} \cdot (c \cdot f - c \cdot d)$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Formel richtig aufgestellt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$A_{\text{vorher}} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$
$A_{\text{nachher}} = 21 \cdot 1{,}2 = 25{,}2$
$A_{\text{nachher}} = \frac{h_{\text{nachher}} \cdot 6}{2} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{nachher}} = 8{,}4\text{ cm}$
$a_{\text{nachher}} = \sqrt{8{,}4^2 + 3^2} = 8{,}91\ldots$
Die Schenkel des Dreiecks haben nach der Vergrößerung eine Länge von rund 8,9 cm.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Länge richtig berechnet wird.

Aufgabe 2

Bergbahn

Die Talstation einer Bergbahn befindet sich in 1 000 m Seehöhe. Die horizontale Entfernung zwischen der Talstation und der Bergstation beträgt 2 500 m. Der Verlauf der Bahntrasse wird im Folgenden geradlinig modelliert und hat eine konstante Steigung von 41 %.

Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie den Steigungswinkel der Bahntrasse.

– Berechnen Sie die Seehöhe der Bergstation.

Leitfrage:

Die Fahrzeit dieser Bergbahn von der Talstation zur Bergstation beträgt 5 min.

Die Funktion p mit $p(h) = 1\,000 \cdot e^{-0{,}000126 \cdot h}$ gibt näherungsweise den Luftdruck in der Seehöhe h an (h in m, $p(h)$ in mbar).

– Berechnen Sie die durchschnittliche absolute Abnahme des Luftdrucks pro Minute während einer Fahrt mit dieser Bergbahn von der Talstation zur Bergstation.

Lösung zur Aufgabe 2

Bergbahn

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

α ... Steigungswinkel der Bahntrasse
x ... Differenz zwischen der Seehöhe der Bergstation und der Seehöhe der Talstation

$\tan(\alpha) = 0{,}41 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 22{,}29...°$

$0{,}41 = \frac{x}{2\,500} \quad \Rightarrow \quad x = 1\,025$

Die Bergstation befindet sich in 2025 m Seehöhe.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Steigungswinkel und die Seehöhe der Bergstation richtig berechnet werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$\frac{p(2\,025) - p(1\,000)}{5} = -21{,}3...$
Die durchschnittliche absolute Abnahme des Luftdrucks beträgt rund 21 mbar/min.

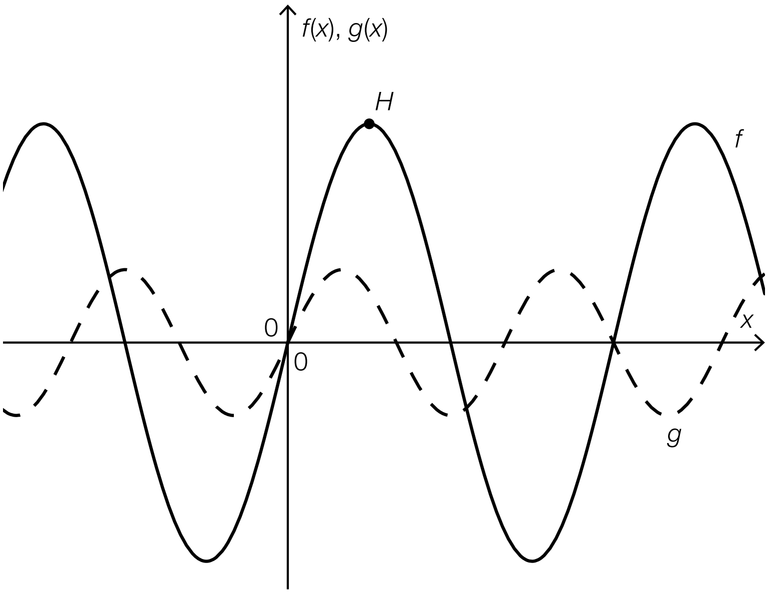
Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die durchschnittliche absolute Abnahme des Luftdrucks richtig berechnet wird, wobei die Einheit „mbar/min“ nicht angegeben werden muss.

Aufgabe 3

Winkelfunktionen

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Funktionen f und g mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ und $g(x) = c \cdot \sin(d \cdot x)$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ dargestellt.



Aufgabenstellung:

– Setzen Sie jeweils das passende Zeichen „<“, „>“ oder „=“ ein und begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

a _____ c

b _____ d

Leitfrage:

Der in der obigen Abbildung mit H gekennzeichnete Hochpunkt des Graphen von f hat die Koordinaten $H = \left(\frac{\pi}{4} \middle| 3\right)$.

– Ermitteln Sie a und b.

Lösung zur Aufgabe 3

Winkelfunktionen

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$a > c$
Die Funktion f hat einen größeren Maximalwert als die Funktion g.

$b < d$
Die Funktion f hat eine größere Periodenlänge als die Funktion g.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtigen Zeichen eingesetzt werden und richtige Begründungen (auch unter Verwendung der Ausdrücke „Amplitude“ und „Frequenz“) angeführt werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$a = 3$

$$b = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{\pi}{4} \cdot 4} = 2$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn a und b richtig ermittelt werden.

Aufgabe 4

Beschleunigungsrennen

Jan und Tom nehmen an einem Beschleunigungsrennen teil. Sie starten gleichzeitig zur Zeit $t = 0$. Die Geschwindigkeiten ihrer Fahrzeuge in den ersten Sekunden können durch die beiden Funktionen v_J und v_T beschrieben werden.

t ... Zeit in s
$v_J(t)$ ... Geschwindigkeit von Jans Fahrzeug zum Zeitpunkt t in m/s
$v_T(t)$ ... Geschwindigkeit von Toms Fahrzeug zum Zeitpunkt t in m/s

Aufgabenstellung:

Für die Zeit-Geschwindigkeit-Funktion v_J gilt:

$v_J(t) = 0{,}6 \cdot t^2 \cdot e^{-0{,}09 \cdot t}$

– Ermitteln Sie die Beschleunigung von Jans Fahrzeug zur Zeit $t = 10$.

Leitfrage:

Zur Zeit t_1 befindet sich Toms Fahrzeug vor Jans Fahrzeug. Die Entfernung der beiden Fahrzeuge zur Zeit t_1 beträgt d Meter.

– Stellen Sie mithilfe von v_J und v_T eine Formel zur Berechnung von d auf.

$d =$ ____

Lösung zur Aufgabe 4

Beschleunigungsrennen

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$v_J'(10) = 2{,}68...$
Die Beschleunigung beträgt rund 2,7 m/s².

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Beschleunigung richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$d = \int_0^{t_1} v_T(t)\,\mathrm{d}t - \int_0^{t_1} v_J(t)\,\mathrm{d}t$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Formel richtig aufgestellt wird.

Aufgabe 5

Bälle

Aufgabenstellung:

In einer Kiste mit 30 Bällen befinden sich 14 rote und 16 gelbe Bälle.

Marie zieht zufällig und ohne Zurücklegen nacheinander 2 Bälle aus der Kiste.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Marie dabei 2 Bälle gleicher Farbe zieht.

Leitfrage:

In einer anderen Kiste mit 4 Bällen befinden sich 3 weiße Bälle und 1 grüner Ball.
Eva zieht zufällig und ohne Zurücklegen, bis sie den grünen Ball zieht.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen Bälle an. Nimmt X den Wert 2 an, so bedeutet das, dass der erste Ball weiß und der zweite Ball grün ist.

– Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

Lösung zur Aufgabe 5

Bälle

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\frac{14}{30} \cdot \frac{13}{29} + \frac{16}{30} \cdot \frac{15}{29} = \frac{211}{435} = 0{,}4850... \approx 48{,}5\ \%$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Erwartungswert: $1 \cdot P(X = 1) + 2 \cdot P(X = 2) + 3 \cdot P(X = 3) + 4 \cdot P(X = 4)$
$= 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Erwartungswert richtig berechnet wird.