

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

15. Jänner 2019

# Mathematik

Teil-1-Aufgaben

Korrekturheft

# Aufgabe 1

## Zahlen und Zahlenmengen

Lösungserwartung:

Die Zahl 3 ist ein Element der Menge $\mathbb{Q}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{-2}$ ist in $\mathbb{C}$ enthalten, nicht aber in $\mathbb{R}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

## Aufgabe 2

### Darstellung von Zusammenhängen durch Gleichungen

Lösungserwartung:

$a$ ist halb so groß wie $b$ .	A
$b$ ist 2 % von $a$ .	D
$a$ ist um 2 % größer als $b$ .	C
$b$ ist um 2 % kleiner als $a$ .	F

A	$2 \cdot a = b$
B	$2 \cdot b = a$
C	$a = 1,02 \cdot b$
D	$b = 0,02 \cdot a$
E	$1,2 \cdot b = a$
F	$b = 0,98 \cdot a$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jeder der vier Beschreibungen ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist.

## Aufgabe 3

Gleichungssystem

Lösungserwartung:

$$a = -1$$

$$b = -3$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

## Aufgabe 4

### Parallele Geraden

Lösungserwartung:

$Q \notin g$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{u} = a \cdot \vec{v}$ für ein $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

## Aufgabe 5

### Beziehung zwischen Vektoren

Lösungserwartung:

$$n = -26 \cdot m$$

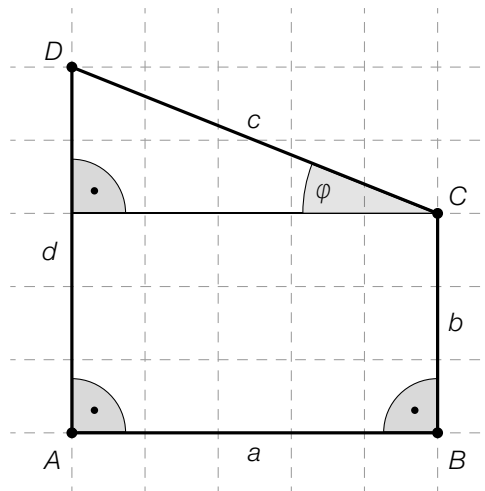
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Äquivalente Ausdrücke sind als richtig zu werten.

# Aufgabe 6

Viereck

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

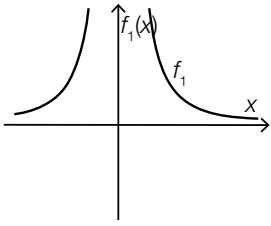
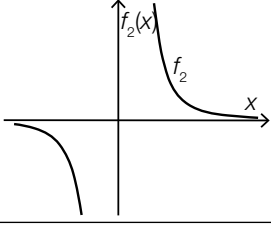
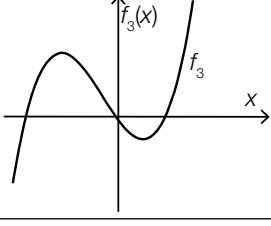
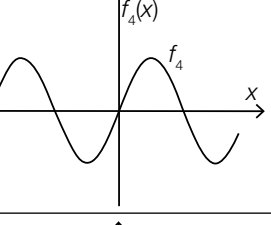
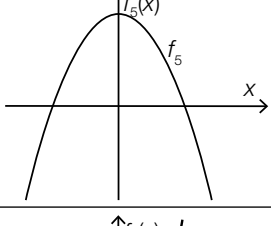
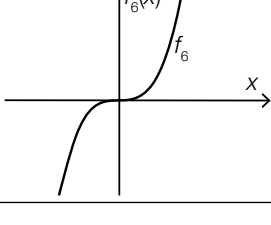
Ein Punkt für das Einzeichnen eines richtigen Winkels  $\varphi$ .

# Aufgabe 7

## Eigenschaften von Funktionsgraphen

Lösungserwartung:

Die Funktion ist auf ihrem gesamten Definitionsbereich monoton steigend.	F
Die Funktion ist auf ihrem gesamten Definitionsbereich negativ gekrümmt (rechtsgekrümmt).	E
Die Funktion ist auf dem Intervall $(-\infty; 0)$ positiv gekrümmt (linksgekrümmt).	A
Die Funktion ist auf dem Intervall $(-\infty; 0)$ monoton fallend.	B

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jeder der vier Eigenschaften ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist.



# Aufgabe 8

## Kosten und Erlös

Lösungserwartung:

Mögliche Interpretation:

Bei einer Produktionsmenge von 500 Mengeneinheiten sind die Kosten und der Erlös jeweils € 5.000.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Interpretation beider Koordinaten des Schnittpunkts.

## Aufgabe 9

### Deutung einer Gleichung

Lösungserwartung:

Mögliche Deutungen:

Pro Sekunde steigt der Ballon um 2 m.

*oder:*

Der Ballon steigt mit einer (konstanten) Geschwindigkeit von 2 m/s.

Lösungsschlüssel:

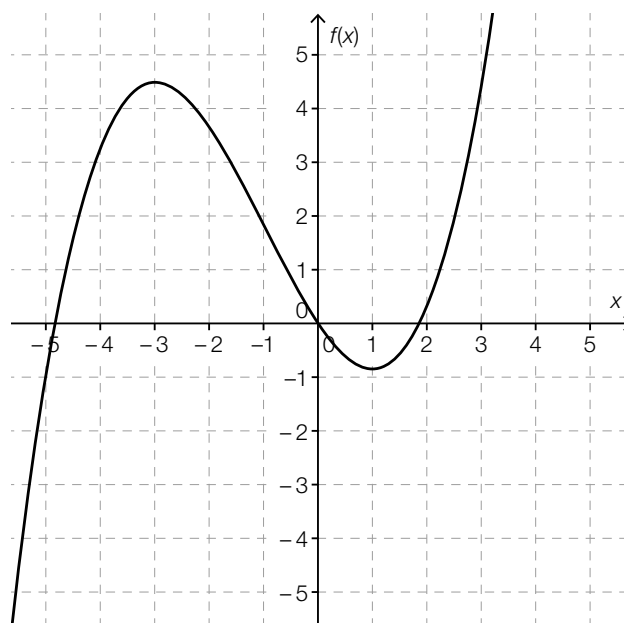
Ein Punkt für eine korrekte Deutung der Gleichung unter Angabe der richtigen Einheiten.

# Aufgabe 10

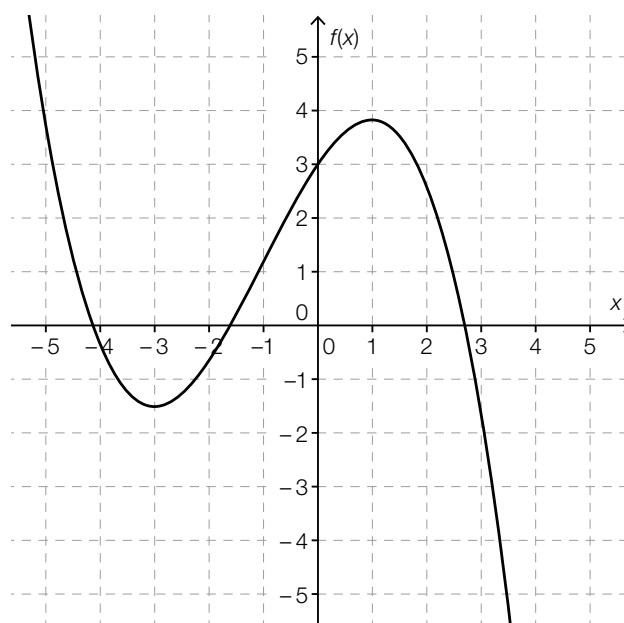
## Polynomfunktionen dritten Grades

Lösungserwartung:

Mögliche Graphen:



oder:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für einen richtigen Graphen, wobei die Extremstellen bei  $x = -3$  und  $x = 1$  klar als solche erkennbar sein müssen.

# Aufgabe 11

## Dicke einer Bleiplatte

Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$0,1 = 0,95^x \Rightarrow x \approx 44,9 \text{ mm}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „mm“ nicht angeführt sein muss.  
Toleranzintervall: [40 mm; 46 mm]

# Aufgabe 12

## Winkelfunktionen

Lösungserwartung:

$$k = \frac{1}{2}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

# Aufgabe 13

## Nächtigungen in österreichischen Jugendherbergen

Lösungserwartung:

Mögliche Deutung:

Im Jahr 2013 gab es um 1,2 % mehr Nächtigungen in österreichischen Jugendherbergen als im Jahr 2012.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Deutung. Andere korrekte Deutungen sind ebenfalls als richtig zu werten.

# Aufgabe 14

## Veränderung eines Flüssigkeitsvolumens

Lösungserwartung:

Das Flüssigkeitsvolumen im Gefäß ist zum Zeitpunkt $t_2$ kleiner als zum Zeitpunkt $t_3$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Das Flüssigkeitsvolumen im Gefäß ist zum Zeitpunkt $t_4$ am größten.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

# Aufgabe 15

## Zusammenhang zwischen Funktion und Stammfunktionen

Lösungserwartung:

$g'(x) = h'(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_0^2 f(x) dx = h(2) - h(0)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.



## Aufgabe 16

### Eigenschaften einer Polynomfunktion dritten Grades

Lösungserwartung:

$f''(1) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

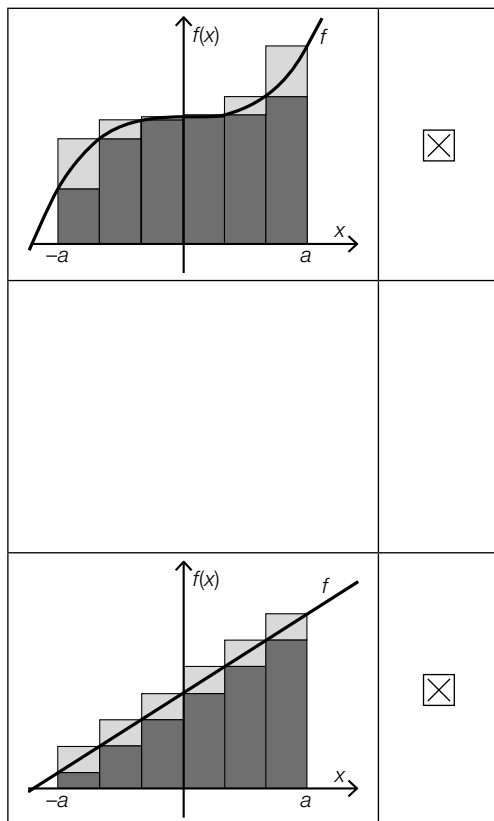
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

# Aufgabe 17

## Untersumme und Obersumme

Lösungserwartung:




Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Funktionsgraphen angekreuzt sind.

## Aufgabe 18

Wert eines bestimmten Integrals

Lösungserwartung:

$$\int_0^6 f(x) dx = -3$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

# Aufgabe 19

## Erwerbstätige

Lösungserwartung:

In jedem Bundesland gab es mehr Erwerbstätige im Handel als im Bau.	<input checked="" type="checkbox"/>
In der Industrie hatte Oberösterreich (OÖ) mehr Erwerbstätige als jedes andere Bundesland.	<input checked="" type="checkbox"/>
Vorarlberg (Vbg.) hatte in allen drei Bereichen zusammen weniger Erwerbstätige als die Steiermark (Stmk.) alleine in der Industrie.	<input checked="" type="checkbox"/>
Im Handel hatte Burgenland (Bgl.) weniger Erwerbstätige als jedes andere Bundesland.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

## Aufgabe 20

Median von Klassenschülerzahlen

Lösungserwartung:

Median: 26

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

# Aufgabe 21

## Jetons

Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{9} \approx 0,127$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass nach der Entnahme der beiden Jetons in beiden Schachteln der gleiche Geldbetrag (11 Euro) vorhanden ist, beträgt ca. 12,7 %.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Toleranzintervall: [0,12; 0,13]

## Aufgabe 22

### Computerchips

Lösungserwartung:

Erwartungswert:  $500 \cdot 0,97 = 485$

Standardabweichung:  $\sqrt{500 \cdot 0,97 \cdot 0,03} \approx 3,81$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die beiden richtigen Werte.

Toleranzintervall für die Standardabweichung:  $[3,8; 3,82]$

# Aufgabe 23

## Pfandflaschen

### Lösungserwartung:

#### Mögliche Deutungen:

Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 1 220 Pfandflaschen dieser Sorte Mineralwasser nicht zurückgegeben werden, beträgt ca. 0,27 (bzw. ca. 27 %).

*oder:*

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 220 Pfandflaschen dieser Sorte Mineralwasser nicht zurückgegeben werden, beträgt ca. 0,27 (bzw. ca. 27 %).

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Deutung. Andere korrekte Deutungen sind ebenfalls als richtig zu werten.



# Aufgabe 24

## Telefonumfrage

Lösungserwartung:

Möglicher rechnerischer Nachweis:

$$0,2 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{400}} \approx 0,2 \pm 0,04 \Rightarrow [16 \% ; 24 \%]$$

Das Intervall [16 %; 24 %] kann daher ein symmetrisches 95-%-Konfidenzintervall für den relativen Anteil  $p$  der Befürworter/innen in der gesamten Bevölkerung sein.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für einen korrekten rechnerischen Nachweis. Andere korrekte rechnerische Nachweise sind ebenfalls als richtig zu werten.

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

15. Jänner 2019

# Mathematik

Teil-2-Aufgaben

Korrekturheft

# Aufgabe 1

## Polynomfunktion dritten Grades

### a) Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$f'_t(x) = \frac{3}{t} \cdot x^2 - 4 \cdot x + t$$
$$3 \cdot x^2 - 4 \cdot t \cdot x + t^2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{t}{3}; x_2 = t$$

Mögliche Beschreibung:

An der Stelle  $x = t$  hat  $f_t$  eine Nullstelle und ein lokales Minimum.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Ausgleichspunkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.
- Ein Punkt für eine korrekte Beschreibung.

### b) Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$f''_t(x) = \frac{6}{t} \cdot x - 4$$
$$f''_t(x) = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{2}{3} \cdot t$$

Mögliche Vorgehensweise:

$$f''_t(0) = \frac{6}{t} \cdot 0 - 4 = -4$$

Die zweite Ableitungsfunktion hat an der Stelle  $x = 0$  den Wert  $-4$  und ist somit unabhängig vom Parameter  $t$ .

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für die richtige Lösung.
- Ein Punkt für einen korrekten rechnerischen Nachweis.

c) Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$A(t) = \int_0^t f_t(x) dx = \frac{t^3}{4} - \frac{2 \cdot t^3}{3} + \frac{t^3}{2} = \frac{t^3}{12}$$

Die Funktion  $A$  ist eine Funktion dritten Grades.

$$A(t) : A(2 \cdot t) = 1 : 8$$

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für einen richtigen Funktionsterm und die Angabe des richtigen Grades von  $A$ .  
Äquivalente Terme sind als richtig zu werten.
- Ein Punkt für ein richtiges Verhältnis.

d) Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$f_{-1}(x) = -x^3 - 2 \cdot x^2 - x$$

$$f_1(-x) = (-x)^3 - 2 \cdot (-x)^2 + (-x) = -x^3 - 2 \cdot x^2 - x \Rightarrow f_{-1}(x) = f_1(-x)$$

Mögliche Erläuterung:

Wird der Graph der Funktion  $f_1$  an der senkrechten Achse gespiegelt, so erhält man den Graphen der Funktion  $f_{-1}$ .

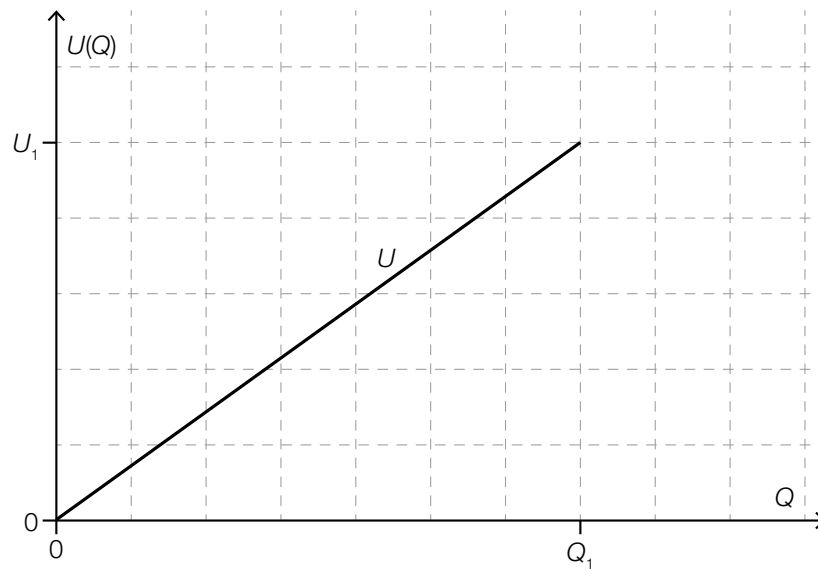
**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für einen korrekten rechnerischen Nachweis.
- Ein Punkt für eine korrekte Erläuterung.

## Aufgabe 2

### Kondensator

a) Lösungserwartung:



$$W = \int_0^{Q_1} U(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot U_1 \cdot Q_1 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_1^2$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für eine richtige Skizze.
- Ein Punkt für eine richtige Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

b) Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$0,99 \cdot U^* = U^* \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$0,01 = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{Ladezeit: } t = -\tau \cdot \ln(0,01) \quad \text{bzw.} \quad t = \tau \cdot \ln(100)$$

Mögliche Vorgehensweise:

$$U'(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot U^*}{\tau}$$

Es gilt:  $U^* > 0$ ,  $\tau > 0$ ,  $e^{-\frac{t}{\tau}} > 0 \Rightarrow U'(t) > 0$  für alle  $t \geq 0$ .

Da  $U'(t) > 0$  für alle  $t \geq 0$  gilt, ist  $U$  während des Ladevorgangs streng monoton steigend.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für die richtige Lösung. Äquivalente Schreibweisen der Lösung sind als richtig zu werten.
- Ein Punkt für eine richtige Formel und eine (sinngemäß) korrekte Begründung. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

# Aufgabe 3

## Vermögensverteilung

### a) Lösungserwartung:

Im Jahr 2012 hatten in Österreich ca. 422 500 Personen (laut Abbildung 1: ca. 5 % der Bevölkerung) ein Vermögen von mindestens einer Million Euro.

Mögliche Vorgehensweise:

$$6086 + \frac{34731 - 6086}{4} = 13247,25$$

Der Näherungswert für den Schwellenwert bei 25 % liegt bei ca. € 13.247.

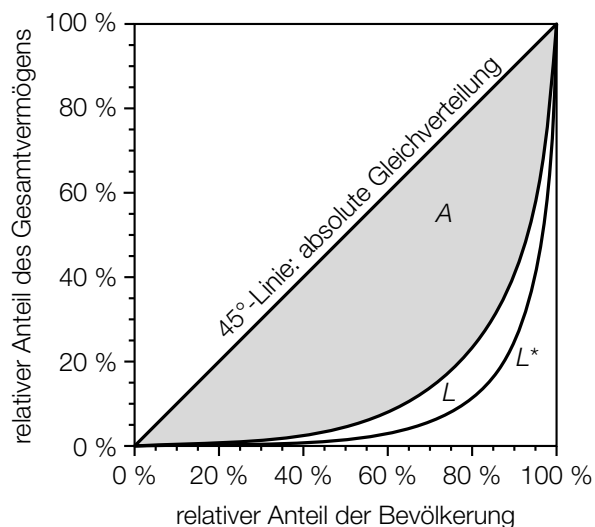
### Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung, wobei auch die Angabe des richtigen relativen Anteils als richtig zu werten ist.  
Toleranzintervalle: [338 000; 507 000] bzw. [4 %; 6 %]
- Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „€“ nicht angeführt sein muss.  
Toleranzintervall: [€ 13.200; € 13.325]

### b) Lösungserwartung:

Die vermögensstärksten 10 % der österreichischen Bevölkerung besitzen ca. 60 % des Vermögens.

Möglicher Verlauf von  $L^*$ :



### Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die richtige Lösung.  
Toleranzintervall: [58 %; 62 %]
- Ein Punkt für einen richtig eingezeichneten Verlauf einer möglichen Lorenz-Kurve  $L^*$ , wobei der Funktionswert an der Stelle 90 % kleiner als 42 % sein muss und die Funktion monoton steigend sein muss.

c) Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$0,5 - \int_0^1 L_1(x) dx = 0,31\dot{3}$$

$$\frac{0,31\dot{3}}{0,5} \approx 0,63$$

Der Gini-Koeffizient für das Jahr 2012 hatte für das Land S etwa den Wert 0,63.

Der Gini-Koeffizient für das Jahr 2012 war für das Land S niedriger als jener für Österreich. Das bedeutet, dass in diesem Jahr das Gesamtvermögen im Land S gleichmäßiger auf die Bevölkerung verteilt war als in Österreich.

**Lösungsschlüssel:**

– Ein Punkt für die richtige Lösung.

Toleranzintervall: [0,62; 0,63]

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

– Ein Punkt für einen korrekten Vergleich und eine (sinngemäß) richtige Deutung.



# Aufgabe 4

## Wahlhochrechnung

a) Lösungserwartung:

$$\frac{1648}{3172} \approx 0,52$$

Für Kandidat A sind ca. 52 % von 978 Stimmen, also ca. 509 Stimmen, zu erwarten.

relativer Stimmenanteil für Kandidat A im 4. Wahlbezirk:  $\frac{343}{570} \approx 0,6$

Der relative Stimmenanteil weicht im 4. Wahlbezirk um ca. 8 Prozentpunkte von  $h$  ab.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung.  
Toleranzintervall: [500; 510]
- Ein Punkt für die richtige Lösung.  
Toleranzintervall: [8; 9]

b)  $1,5462 \cdot 478 - 205,71 \approx 533$

Bei der Hochrechnung mithilfe der Regressionsgeraden  $g$  erhält Kandidat A im 5. Wahlbezirk ca. 533 Stimmen bei der Bürgermeisterwahl.

Mögliche Interpretation:

Der Wert der Steigung von  $g$  gibt an, dass Kandidat A pro zusätzlicher Stimme bei der Vergleichswahl ca. 1,55 Stimmen mehr bei der Bürgermeisterwahl erwarten kann.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für die richtige Lösung.  
Toleranzintervall: [530 Stimmen; 540 Stimmen]
- Ein Punkt für eine korrekte Interpretation.

c)  $0,52 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,52 \cdot 0,48}{3172}} \approx 0,52 \pm 0,017 \Rightarrow [0,503; 0,537]$

Ein symmetrisches 90-%-Konfidenzintervall hat bei gleicher Stichprobengröße sowie gleichem Stichprobenanteil und der Verwendung derselben Berechnungsmethode eine geringere Breite als das symmetrische 95-%-Konfidenzintervall, daher wäre das Ergebnis auch nicht im symmetrischen 90-%-Konfidenzintervall enthalten.

**Lösungsschlüssel:**

– Ein Punkt für ein richtiges Intervall. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Toleranzintervall für den unteren Wert: [0,500; 0,503]

Toleranzintervall für den oberen Wert: [0,536; 0,540]

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

– Ein Punkt für eine richtige Entscheidung und eine (sinngemäß) korrekte Begründung.