Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

12. Jänner 2017

# Mathematik

## Teil-1-Aufgaben

Korrekturheft

BMB
Bundesministerium
für Bildung

# Aufgabe 1

## Mehrwertsteuer für Hörbücher

Lösungserwartung:

$y = \frac{x}{1{,}19} \cdot 1{,}07$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

# Aufgabe 2

## Quadratische Gleichung

Lösungserwartung:

$a = 1$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

# Aufgabe 3

## Teilungspunkt

**Lösungserwartung:**

Mögliche Formeln:

$T = A + \frac{3}{5} \cdot \overrightarrow{AB}$

*oder:*

$T = \frac{2}{5} \cdot A + \frac{3}{5} \cdot B$

**Lösungsschlüssel:**

Ein Punkt für eine korrekte Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

# Aufgabe 4

## Trapez

### Lösungserwartung:

Mögliche Berechnung:

$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \;\Rightarrow\; \overrightarrow{AB} = t \cdot \overrightarrow{CD} \;\Leftrightarrow\; \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ y-2 \end{pmatrix}$

$8 = -6 \cdot t \;\Rightarrow\; t = -\frac{4}{3}$

somit:

$4 = -\frac{4}{3} \cdot (y-2) \;\Rightarrow\; y = -1$

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

# Aufgabe 5

## Parallele Gerade

Lösungserwartung:

$h$: $3 \cdot x - 2 \cdot y = 0$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

# Aufgabe 6

## Rhombus (Raute)

Lösungserwartung:

$f = 2 \cdot a \cdot \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

# Aufgabe 7

## Schnittpunkt

### Lösungserwartung:

Mögliche Interpretationen:

Die erste Koordinate des Schnittpunkts gibt diejenige Produktionsmenge an, bei der kostendeckend produziert wird (d. h., bei der Erlös und Kosten gleich hoch sind), die zweite Koordinate gibt dabei den zugehörigen Erlös bzw. die zugehörigen Kosten an.

*oder:*

Die erste Koordinate des Schnittpunkts gibt diejenige Produktionsmenge an, bei der weder Gewinn noch Verlust gemacht wird, die zweite Koordinate gibt dabei den zugehörigen Erlös bzw. die zugehörigen Kosten an.

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation beider Koordinaten.

# Aufgabe 8

## Steigende Funktion

Lösungserwartung:

| | |
|---|---|
| lineare Funktion $f$ mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x + b$ $(a > 0, b > 0)$ | ☒ |
| | |
| | |
| | |
| Exponentialfunktion $f$ mit Funktionsgleichung $f(x) = c \cdot a^x$ $(a > 1, c > 0)$ | ☒ |

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Funktionen angekreuzt sind.

# Aufgabe 9

## Elektrischer Widerstand

Lösungserwartung:

| | |
|---|---|
| $R(l) = \rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi}$ mit $\rho, r$ konstant | ☒ |
| $l(R) = \frac{R}{\rho} \cdot r^2 \cdot \pi$ mit $\rho, r$ konstant | ☒ |
| $R(\rho) = \rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi}$ mit $l, r$ konstant | ☒ |
| | |
| | |

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Gleichungen angekreuzt sind.

# Aufgabe 10

## Funktion

Lösungserwartung:

$a = 1$
$b = 2$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die korrekten Werte von $a$ und $b$.

# Aufgabe 11

## Wachstum einer Population

Lösungserwartung:

$p \approx 12{,}6\ \%$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.
Toleranzintervall: [12 %; 13 %]

# Aufgabe 12

## Winkelfunktionen

Lösungserwartung:

$$b = \frac{3 \cdot \pi}{2}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.
Toleranzintervall: [4,7 rad; 4,8 rad]

# Aufgabe 13

## Fertilität

**Lösungserwartung:**

prozentuelle Zunahme: ≈ 36,99 %

**Lösungsschlüssel:**

Ein Punkt für die richtige Lösung.
Toleranzintervall: [36 %; 37 %]

# Aufgabe 14

## Änderungsraten einer Polynomfunktion

Lösungserwartung:

| | |
|---|---|
| | |
| Der Differenzialquotient an der Stelle $x = 1$ ist negativ. | ☒ |
| | |
| | |
| Der Differenzenquotient im Intervall [3; 6] ist positiv. | ☒ |

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

# Aufgabe 15

## Ableitungs- und Stammfunktion

Lösungserwartung:

| | |
|---|---|
| | |
| | |
| Wenn die Funktion $f$ an der Stelle $x_0$ definiert ist, gibt $f'(x_0)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von $f$ an dieser Stelle an. | ☒ |
| Die Funktion $f$ hat unendlich viele Stammfunktionen, die sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden. | ☒ |
| | |

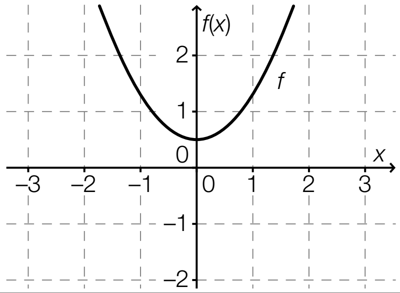
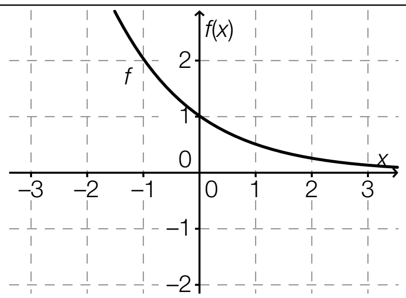
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

# Aufgabe 16

## Eigenschaften der zweiten Ableitung

Lösungserwartung:

| | |
|---|---|
| | |
|  | ☒ |
| | |
| | |
|  | ☒ |

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Graphen angekreuzt sind.

# Aufgabe 17

## Flächeninhalt

Lösungserwartung:

Mögliche Berechnung:

$2 \cdot \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 7$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

# Aufgabe 18

## Tachograph

Lösungserwartung:

Diese Gleichung sagt aus, dass das Fahrzeug in der ersten halben Stunde (bzw. im Zeitintervall [0 h; 0,5 h]) 40 km zurückgelegt hat.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung der Gleichung unter Verwendung der korrekten Einheiten.

# Aufgabe 19

## Mittlere Fehlstundenanzahl

Lösungserwartung:

$$\bar{x}_{\text{ges}} = \frac{18 \cdot 45{,}5 + 20 \cdot 63{,}2 + 16 \cdot 70{,}5 + 15 \cdot 54{,}6}{18 + 20 + 16 + 15} = 58{,}405\ldots$$

$\bar{x}_{\text{ges}} \approx 58{,}4$ h

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „h“ nicht angegeben sein muss.
Lösungsintervall: [58 h; 60 h]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

# Aufgabe 20

## Münzwurf

### Lösungserwartung:

mögliche Ausfälle (Ausgänge): $\{(W, W), (W, Z), (Z, W), (Z, Z)\}$

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe aller möglichen Ausfälle (Ausgänge).

# Aufgabe 21

## Online-Glücksspiel

Lösungserwartung:

| | |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| 21,1 % | ☒ |
| | |
| | |

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Schätzwert angekreuzt ist.

# Aufgabe 22

## Weiche und harte Eier

Lösungserwartung:

$\frac{1}{10}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses (in Prozent oder Dezimalschreibweise) sind ebenfalls als richtig zu werten.

# Aufgabe 23

## Zufallsexperiment

Lösungserwartung:

| | |
|---|---|
| | |
| | |
| Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig“ ausgeht, ist 40 %. | ☒ |
| Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen“ Ergebnisse 20. | ☒ |
| | |

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

# Aufgabe 24

## Blutgruppe

### Lösungserwartung:

$n \approx 400$

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.
Toleranzintervall: [385; 415]

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

AHS

12. Jänner 2017

# Mathematik

## Teil-2-Aufgaben

Korrekturheft

BMB
Bundesministerium für Bildung

# Aufgabe 1

## Graphen von Polynomfunktionen dritten Grades

a) Lösungserwartung:

Mögliche Begründung:

Nur an denjenigen Stellen, an denen $f'(x) = 0$ ist, können lokale Extremstellen von $f$ liegen. Die Ableitungsfunktion $f'$ ist eine Polynomfunktion zweiten Grades. Da die quadratische Gleichung $f'(x) = 0$ maximal zwei Lösungen hat, kann die Funktion $f$ höchstens zwei Extremstellen haben.

Mögliche Vorgehensweise:

Die 1. Ableitung $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ hat genau eine Nullstelle bei $x = 1$ und hat sowohl links als auch rechts von der Nullstelle positive Werte. Damit ist die Funktion $f$ auf ihrem gesamten Definitionsbereich streng monoton wachsend und hat keine Extremstelle.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Begründung.
- Ein Ausgleichspunkt für einen korrekten Nachweis. Andere korrekte Nachweise sind ebenfalls als richtig zu werten.

b) Lösungserwartung:

$b = 0$
$d = 0$

$$\int_{-x_1}^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$$

Mögliche Begründung:

Wegen der Symmetrie des Graphen von $f$ bezüglich des Ursprungs begrenzt der Graph von $f$ mit der $x$-Achse in den Intervallen $[-x_1; 0]$ und $[0; x_1]$ zwei gleich große Flächenstücke, von denen eines oberhalb und eines unterhalb der $x$-Achse liegt.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die Angabe der beiden korrekten Werte.
- Ein Punkt für die richtige Lösung und eine korrekte Begründung.

c) Lösungserwartung:

$f''(x) = 0$

$6a \cdot x + 2b = 0$

$x = -\frac{b}{3a}$

$x = 0 \;\Rightarrow\; b = 0$

$f'(x) = 3a \cdot x^2 + c$

$f'(0) = 0 \;\Rightarrow\; c = 0$

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für die richtige Lösung.
– Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Aufgabe auch bei korrektem Ansatz als richtig gelöst zu werten ist.

# Aufgabe 2

## Ebola

a) **Lösungserwartung:**

$4\,963 - 4269$ gibt die absolute Zunahme der Erkrankungen in dieser Woche an.

$\frac{4\,963 - 4\,269}{4\,269}$ gibt die relative Zunahme der Erkrankungen in dieser Woche an.

prognostizierte Erkrankungen für den 20. September 2014:
lineares Modell: $4\,963 + (4\,963 - 4\,269) = 5\,657$
exponentielles Modell: $4\,963 \cdot \left(\frac{4\,963 - 4\,269}{4\,269} + 1\right) \approx 5\,770$

Das exponentielle Modell ist eher angemessen, da es näher beim tatsächlichen Wert von 5 843 Erkrankungen liegt.

**Lösungsschlüssel:**

– Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung beider Ausdrücke.
– Ein Punkt für die Angabe der beiden korrekten Werte und die Angabe der entsprechenden angemessenen Modellierung.
Toleranzintervall für den exponentiellen Wert: [5 450; 5 960]

b) **Lösungserwartung:**

Mögliche Vorgehensweise:
$f(0) = 4\,269$
$f(14) = 5\,843 = 4\,269 \cdot b^{14}$
$b = \sqrt[14]{\frac{5\,843}{4\,269}} \approx 1{,}0227$
$t = \frac{\ln\left(\frac{20\,000}{4\,269}\right)}{\ln(1{,}0227)} \approx 68{,}80$, also am 69. Tag nach dem 6. September 2014. Dieser Zeitpunkt ist Mitte November.

Die Aussage der Wissenschaftler, es könne bis Mitte Oktober 2014 bereits 20 000 Erkrankungsfälle geben, erscheint daher (nach vorliegendem Modell) nicht gerechtfertigt.

**Lösungsschlüssel:**

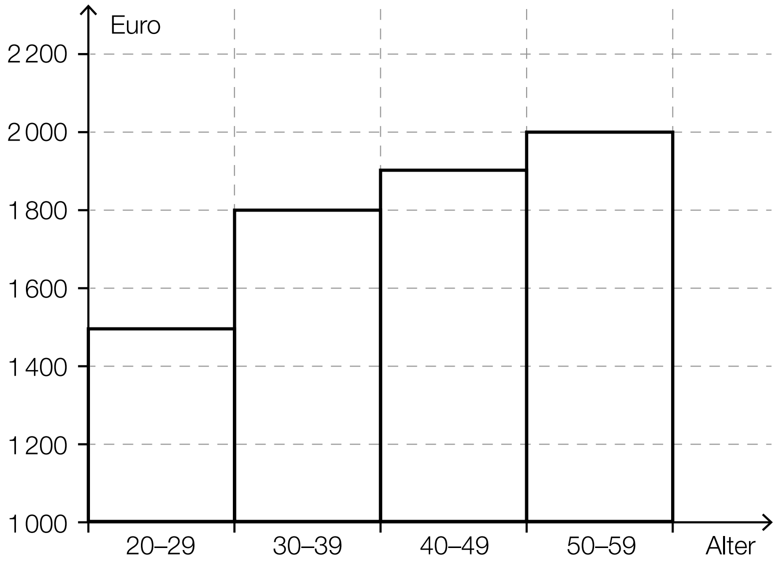
– Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung.
Toleranzintervall: [1,02; 1,03]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
– Ein Punkt für die richtige Lösung und einen (sinngemäß) korrekten Vergleich.
Toleranzintervall: [68; 70]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

# Aufgabe 3

## Nettomonatseinkommen

a) Lösungserwartung:

Mögliches Diagramm:




Die Gegenüberstellung der Nettomonatseinkommen in Boxplots (Kastenschaubildern) ist anhand der gegebenen Daten nicht möglich, da die niedrigsten und die höchsten Nettomonatseinkommen (Minimum und Maximum) in der Tabelle nicht angegeben sind.

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für ein korrektes Diagramm.
– Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Begründung.

b) Lösungserwartung:

Mögliche Begründung:
Die angeführte Rechnung ist falsch, da die Anzahl der Erwerbstätigen in den einzelnen Altersklassen nicht berücksichtigt ist.

Ein richtiger Ansatz lautet:

$$\frac{799{,}4 \cdot 173{,}5 + 1\,487 \cdot 705{,}1 + 1\,885{,}7 \cdot 803{,}1 + 2\,086{,}1 \cdot 1\,020{,}4 + 2\,205 \cdot 632{,}8 + 2\,144{,}7 \cdot 73}{3\,407{,}9}$$

Mögliche Begründung:
In der Altersklasse 60+ weichen die sehr hohen Nettomonatseinkommen viel stärker vom Medianeinkommen ab als die sehr niedrigen Einkommen.

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Begründung und einen korrekten Ansatz.
– Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Begründung.

c) Lösungserwartung:

1. Quartil: € 677,0
3. Quartil: € 1.564,0

Die Behauptung ist richtig, wie die folgenden Interquartilsabstände zeigen:
Lehrabschluss: € 840
BMS-Abschluss: € 1.032
Abschluss einer höheren Schule: € 1.406
Universitätsabschluss: € 1.618

Lösungsschlüssel:

– Ein Ausgleichspunkt für die Angabe beider korrekten Werte.
– Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Begründung.

d) Lösungserwartung:

Die Aussage ist nicht richtig.

Mögliche Begründungen:
Für diesen Vergleich muss der relative Anteil (in Prozent) der Arbeiter/innen als Grundwert verwendet werden.

*oder:*

In der Aussage wurde ein relativer Zuwachs (in Prozent) mit einem Zuwachs von Prozentpunkten verwechselt.

| | |
|---|---|
| | |
| Höchstens ein Viertel der Arbeiter/innen verdient mehr als € 1.922. | ☒ |
| Die Spannweite des Nettomonatseinkommens kann anhand der Daten in der Tabelle nicht exakt angegeben werden. | ☒ |
| | |
| | |

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für die Angabe, dass die Aussage nicht richtig ist, und eine (sinngemäß) richtige Begründung. Eine richtige Berechnung des relativen Anteils (ca. 75 % mehr Angestellte) ist auch als richtig zu werten.
– Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

# Aufgabe 4

## Sonnenstrom in Österreich

a) Lösungserwartung:

$\frac{f(13) - f(0)}{13} \approx 46{,}8$

Im Zeitraum von 2000 bis 2013 hat die Leistung durchschnittlich um ca. 47 MW pro Jahr zugenommen.

Das Integral gibt näherungsweise an, wie viel elektrische Energie („Sonnenstrom“) in den Jahren 2000 bis 2013 mithilfe von Solarzellen insgesamt erzeugt wurde.

Lösungsschlüssel:

– Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung und eine (sinngemäß) korrekte Interpretation. Toleranzintervall: [46 MW; 47 MW]
– Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.

b) Lösungserwartung:

Im Zeitintervall [9 Jahre; 12 Jahre] kommt es jährlich ungefähr zu einer Verdoppelung der Leistung.

$\frac{f(12) - f(9)}{f(9)} + 1 = b^3$

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Begründung.
– Ein Punkt für die richtige Lösung.

c) Lösungserwartung:

$\alpha = 90° + \delta - \varphi = 113{,}5° - \varphi$

$\beta_{opt} + 90° + \alpha = 180° \;\Rightarrow\; \beta_{opt} = 90° - \alpha$

Mögliche Begründung:

Da der Einfallswinkel in höheren Breiten bzw. im Winter kleiner ist, vergrößert sich die optimale Neigung der Fotovoltaikmodule.

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für eine korrekte Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.
– Ein Punkt für eine korrekte Formel, eine korrekte Schlussfolgerung und eine (sinngemäß) korrekte Begründung. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.