

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

11. Mai 2015

# Mathematik

Teil-1-Aufgaben

Korrekturheft

# Aufgabe 1

## Taschengeld

### Lösungserwartung:

Der Term stellt die Höhe des durchschnittlichen wöchentlichen Taschengeldes in Euro dar.

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung des Terms, wobei die Begriffe *wöchentlich* und *in Euro* nicht vorkommen müssen.

## Aufgabe 2

### Fahrenheit und Celsius

Lösungserwartung:

$$T_C = (T_F - 32) \cdot \frac{5}{9}$$

oder:

$$T_F = \frac{9}{5} \cdot T_C + 32$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind ebenfalls als richtig zu werten.

## Aufgabe 3

Gehälter

Lösungserwartung:

Der Ausdruck gibt die Summe der Gehälter der 8 Mitarbeiter/innen des Kleinunternehmens an.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung.

## Aufgabe 4

### Parameterdarstellung einer Geraden

Lösungserwartung:

$$g: X = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Parameterdarstellung der Geraden  $g$ , wobei  $t \in \mathbb{R}$  nicht angegeben werden muss. Äquivalente Parameterdarstellungen der Geraden  $g$  sind ebenfalls als richtig zu werten. Die Angabe der Parameterdarstellung nur in allgemeiner Form wie z. B.  $g: X = A + t \cdot \overrightarrow{AB}$  genügt nicht.

# Aufgabe 5

Vektoren

Lösungserwartung:

$$b_1 = 6$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

# Aufgabe 6

## Sehwinkel

Lösungserwartung:

$$g = 2 \cdot r \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \text{ mit } \alpha \in (0; 180^\circ) \text{ bzw. } \alpha \in (0; \pi)$$

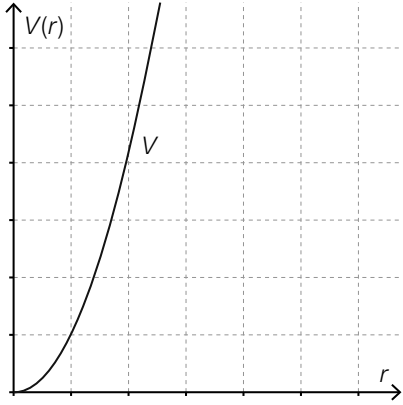
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Formel, wobei der Definitionsbereich von  $\alpha$  nicht angegeben werden muss. Äquivalente Ausdrücke sind ebenfalls als richtig zu werten.

# Aufgabe 7

## Volumen eines Drehkegels

Lösungserwartung:

			<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Abbildung angekreuzt ist.



# Aufgabe 8

## Lorenz-Kurve

Lösungserwartung:

Die einkommensschwächsten 40 % der Bevölkerung verfügen über ca. 10 % des Gesamteinkommens.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die einkommensschwächsten 90 % der Bevölkerung verfügen über ca. 60 % des Gesamteinkommens.	<input checked="" type="checkbox"/>

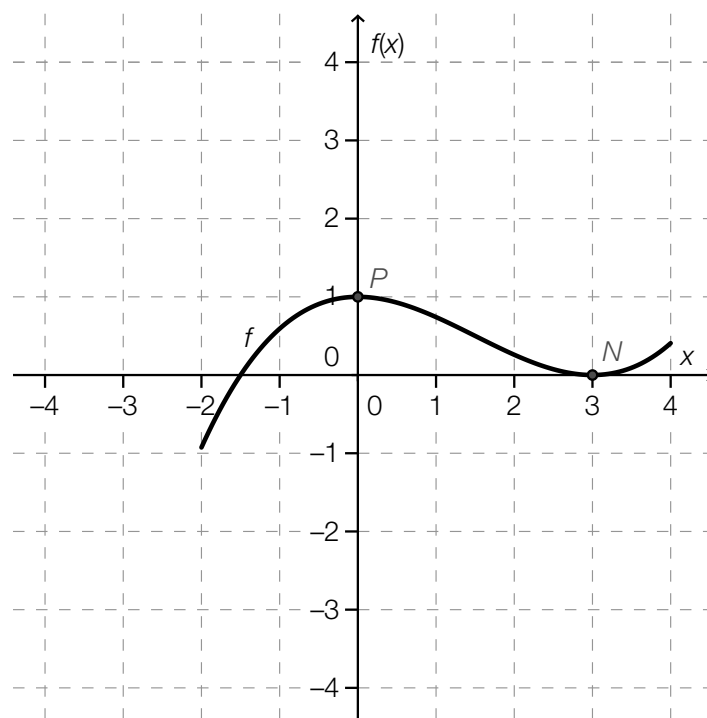
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

## Aufgabe 9

Den Graphen einer Polynomfunktion skizzieren

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Skizze, wobei alle in der Angabe angeführten Eigenschaften der Polynomfunktion  $f$  erkennbar sein müssen.

# Aufgabe 10

## Produktionskosten

Lösungserwartung:

Mögliche Interpretationen:

25 ... der Kostenzuwachs für die Produktion eines weiteren Stücks  
... zusätzliche (variable) Kosten, die pro Stück für die Produktion anfallen

12 000 ... Fixkosten  
... jene Kosten, die unabhängig von der produzierten Stückzahl anfallen

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation beider Zahlenwerte.

# Aufgabe 11

## Technetium

### Lösungserwartung:

Es dauert 12,02 Stunden.

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit *Stunden* nicht angeführt werden muss.  
Toleranzintervall: [11,55; 12,06]

# Aufgabe 12

## Sinusfunktion

Lösungserwartung:

$$a = 0,5$$

$$b = 3$$

oder:

$$a = -0,5$$

$$b = -3$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Angabe beider Parameterwerte.

Toleranzintervall für  $a$ :  $[0,48; 0,52]$  bzw.  $[-0,52; -0,48]$

Toleranzintervall für  $b$ :  $[2,9; 3,1]$  bzw.  $[-3,1; -2,9]$

# Aufgabe 13

## Preisänderungen

Lösungserwartung:

①	
$P_2 - P_0$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$\frac{P_2 - P_0}{P_0}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

# Aufgabe 14

## Mittlere Änderungsrate der Temperatur

Lösungserwartung:

$$D = \frac{T(30) - T(20)}{10} \text{ °C/min}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Angabe des Terms. Äquivalente Ausdrücke sind ebenfalls als richtig zu werten. Die Angabe des Terms nur in allgemeiner Form wie z. B.  $\frac{T(b) - T(a)}{b - a}$  genügt nicht.

# Aufgabe 15

Kredit

Lösungserwartung:

$$y_3 = 1,05 \cdot y_2 - 20000$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind ebenfalls als richtig zu werten.



# Aufgabe 16

## Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion

Lösungserwartung:

①	
im Intervall $[-1; 1]$ positiv	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$f$ ist im Intervall $[-1; 1]$ streng monoton steigend	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

# Aufgabe 17

## Graph einer Ableitungsfunktion

Lösungserwartung:

Die Funktion $f$ hat im Intervall $[-4; 5]$ zwei lokale Extremstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 1$ eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

# Aufgabe 18

## Integral einer Funktion $f$

Lösungserwartung:

$$A = \int_1^2 f(x) dx - \int_{-2}^1 f(x) dx$$

oder:

$$A = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für einen korrekten Ausdruck für  $A$ , wobei äquivalente Darstellungen sowie Schreibweisen wie  $\int_1^2 f dx - \int_{-2}^1 f dx$  und Schreibweisen ohne „ $dx$ “ (wie etwa  $\int_1^2 f - \int_{-2}^1 f$ ) ebenfalls als richtig zu werten sind.

# Aufgabe 19

## Internetplattform

Lösungserwartung:

Der Median der Anzahl von Besuchen pro Woche ist bei den Burschen etwas höher als bei den Mädchen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Anteil der Burschen, die mehr als 20-mal pro Woche die Plattform nützen, ist zumindest gleich groß oder größer als jener der Mädchen.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

## Aufgabe 20

### Nettojahreseinkommen

Lösungserwartung:

$$14\,062 \cdot 0,4 + 24\,141 \cdot 0,47 + 22\,853 \cdot 0,08 + 35\,708 \cdot 0,05 = 20\,584,71$$

Das durchschnittliche Nettjahreseinkommen beträgt € 20.584,71.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit *Euro* nicht angeführt werden muss.

Toleranzintervall: [20 580; 20 590]

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

# Aufgabe 21

## Mehrere Wahrscheinlichkeiten

Lösungserwartung:

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Lehrperson als erste Person einen Schüler auswählt, ist $\frac{10}{25}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit, dass die Lehrperson drei Schüler auswählt, kann mittels $\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} \cdot \frac{8}{23}$ berechnet werden.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

## Aufgabe 22

### Elfmeterschießen

Lösungserwartung:

$\binom{11}{5}$  gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, von den elf Spielern fünf Schützen für das Elfmeterschießen – unabhängig von der Reihenfolge ihres Antretens – auszuwählen.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung, wobei die Unabhängigkeit der Reihenfolge des Antretens nicht angeführt werden muss.

## Aufgabe 23

### Erwartungswert des Gewinns

Lösungserwartung:

$$E = \frac{1}{100} \cdot 100 + \frac{2}{100} \cdot 50 + \frac{5}{100} \cdot 20 - 5 = -2$$

oder:

$$E = \frac{92}{100} \cdot (-5) + \frac{5}{100} \cdot 15 + \frac{2}{100} \cdot 45 + \frac{1}{100} \cdot 95 = -2$$

Der Erwartungswert des Gewinns beträgt € -2.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit *Euro* nicht angeführt werden muss. Der Wert  $E = 2$  ist nur dann als richtig zu werten, wenn aus der Antwort klar hervorgeht, dass es sich dabei um einen Verlust von € 2 aus Sicht der Person, die ein Los kauft, handelt. Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.



# Aufgabe 24

## Tennisspiel

### Lösungserwartung:

Dieser Wert gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der Helmut 3 von 5 Sätzen im Training gewinnt.

### Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

11. Mai 2015

# Mathematik

Teil-2-Aufgaben

Korrekturheft

# Aufgabe 1

## 200-m-Lauf

a) Lösungserwartung:

$$s''(t) = -\frac{7}{75} \cdot t + 1,4$$

$$s'''(t) = -\frac{7}{75}$$

$$s''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$$

$$s'''(15) = -\frac{7}{75} \neq 0$$

Mögliche Interpretationen:

Nach ca. 15 Sekunden erreicht die Läuferin ihre Höchstgeschwindigkeit.

oder:

Bis zum Zeitpunkt  $t = 15$  Sekunden nimmt die Geschwindigkeit der Läuferin zu.

**Lösungsschlüssel:**

– Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei der Nachweis, dass bei  $t = 15$  eine Wendestelle vorliegt (z. B. durch  $s'''(15) \neq 0$ ), nicht angeführt werden muss.

Toleranzintervall für  $t$ :  $[14; 16]$

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

– Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.

b) Lösungserwartung:

$$\frac{200}{26,04} \approx 7,68$$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt ca. 7,68 m/s.

Es gibt mindestens einen Zeitpunkt, für den die Momentangeschwindigkeit der Läuferin gleich der mittleren Geschwindigkeit für die gesamte Laufstrecke ist.

**Lösungsschlüssel:**

– Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit nicht angeführt werden muss.

Toleranzintervall:  $[7,6; 7,7]$

– Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.

# Aufgabe 2

## Altersbestimmung

a) Lösungserwartung:

$$\tau = \frac{\ln(2)}{\lambda} \approx 5728$$

Die Halbwertszeit von  $^{14}\text{C}$  beträgt ca. 5728 Jahre.

Mögliche Überprüfungen:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} \approx 0,00098 < \frac{1}{1000}$$

oder:

$$N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 5728 \cdot 10} \approx 0,00098 \cdot N_0 < \frac{N_0}{1000}$$

Das bedeutet, dass die Nachweisgrenze von  $^{14}\text{C}$  nach 10 Halbwertszeiten unterschritten ist.

**Lösungsschlüssel:**

– Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit *Jahre* nicht angeführt werden muss.

Toleranzintervall: [5727; 5730]

– Ein Punkt für einen korrekten Nachweis. Jeder korrekte Nachweis, der zeigt, dass nach 10 Halbwertszeiten die Nachweisgrenze von  $^{14}\text{C}$  unterschritten ist, ist ebenfalls als richtig zu werten.

b) Lösungserwartung:

$$0,535 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\ln(0,535)}{-\lambda} \approx 5169$$

$$0,525 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\ln(0,525)}{-\lambda} \approx 5325$$

Das Alter der Mumie (in Jahren) lag zum Zeitpunkt ihres Auffindens im Intervall [5169; 5325].

Für große Werte von  $t$  wird der Graph der Funktion  $N$  flacher, d. h., einem Intervall konstanter Länge auf der  $N(t)$ -Achse entspricht ein größeres Intervall auf der  $t$ -Achse.

**Lösungsschlüssel:**

– Ein Punkt für ein korrektes Intervall.

Toleranzintervall für  $t_1$ : [5164; 5174]

Toleranzintervall für  $t_2$ : [5320; 5330]

– Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Begründung.

c) Lösungserwartung:

Mögliche Interpretationen:

$N'(t)$  beschreibt die (momentane) Zerfallsgeschwindigkeit von  $^{14}\text{C}$  zum Zeitpunkt  $t$ .

oder:

$N'(t)$  beschreibt die (momentane) Änderungsrate (Abnahmerate) der Anzahl der  $^{14}\text{C}$ -Atome zum Zeitpunkt  $t$ .

$N(t + 1) - N(t) = -\rho \cdot N(t)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.
- Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Differenzengleichung angekreuzt ist.

# Aufgabe 3

## Blutgruppen

### a) Lösungserwartung:

Blutgruppen: A und AB

Die Aussage ist nicht richtig, weil die Anzahl der Einwohner/innen in den beiden genannten Ländern nicht gleich groß ist.

### Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für die ausschließliche Angabe der beiden Blutgruppen A und AB.
- Ein Punkt für die Angabe, dass die Aussage nicht richtig ist, und eine (sinngemäß) korrekte Begründung dafür.

### b) Lösungserwartung:

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 48 %.

Mögliche Berechnung:

$$n = 100, p = 0,15 \Rightarrow \mu = 15$$

$$2 \cdot \phi(z) - 1 = 0,9 \Rightarrow z = 1,645$$

$$\mu \pm z \cdot \sigma = 15 \pm 1,645 \cdot \sqrt{100 \cdot 0,15 \cdot 0,85} \approx 15 \pm 6 \Rightarrow [9; 21]$$

### Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die richtige Lösung. Äquivalente Schreibweisen des Ergebnisses (als Bruch oder Dezimalzahl) sind ebenfalls als richtig zu werten.
- Ein Punkt für ein korrektes Intervall.  
Toleranzintervall für den unteren Wert: [9; 10]  
Toleranzintervall für den oberen Wert: [20; 21]  
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

c) Lösungserwartung:

Mögliche Berechnung:

$$n = 150, h = 0,48$$

$$2 \cdot \phi(z) - 1 = 0,95 \Rightarrow z = 1,96$$

$$h \pm z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}} = 0,48 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,48 \cdot (1-0,48)}{150}} \approx 0,48 \pm 0,08 \Rightarrow [40 \% ; 56 \%]$$

Bei gleichem Stichprobenergebnis führen eine größere Stichprobe und/oder ein geringeres Konfidenzniveau zu einer Verringerung der Breite des Konfidenzintervalls.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für ein korrektes Intervall. Äquivalente Schreibweisen des Ergebnisses (als Bruch oder Dezimalzahl) sind ebenfalls als richtig zu werten.  
Toleranzintervall für den unteren Wert: [39 %; 43 %]  
Toleranzintervall für den oberen Wert: [53 %; 57 %]  
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Angabe der entsprechenden Änderungen beider Parameter.

d) Lösungserwartung:

$$0,75^2 + 0,25^2 = 0,625$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder die gleiche Blutgruppe haben, beträgt 62,5 %.

Der Vater kann nicht Blutgruppe AB haben, denn sobald ein Elternteil Blutgruppe AB hat, hat das Kind laut Tabelle nie Blutgruppe O.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für die richtige Lösung. Äquivalente Schreibweisen des Ergebnisses (als Bruch oder in Prozenten) sind ebenfalls als richtig zu werten. Toleranzintervall: [0,62; 0,63].
- Ein Punkt für die richtige Antwort und eine (sinngemäß) korrekte Begründung, warum (nur) Blutgruppe AB auszuschließen ist.

# Aufgabe 4

## Füllen eines Gefäßes

a) Lösungserwartung:

$$a(h) = k \cdot h + d$$

$$a(0) = d = 10$$

$$a(20) = 20 \cdot k + 10 = 16 \Rightarrow k = 0,3$$

$$a(h) = 0,3 \cdot h + 10$$

Das Integral gibt das Volumen der enthaltenen Flüssigkeit (in ml) an, wenn das Gefäß bis 5 cm unter dem Rand (bzw. bis zu einer Höhe von 15 cm) gefüllt ist.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Ausgleichspunkt für eine korrekte Formel. Äquivalente Formeln sind ebenfalls als richtig zu werten. Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.

b) Lösungserwartung:

Die momentane Änderungsrate der Wassermenge beträgt im gesamten Zeitintervall 80 Milliliter pro Sekunde.

$$\frac{q(t_2) - q(t_1)}{t_2 - t_1} = 80$$

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.
- Ein Punkt für die richtige Lösung.



c) Lösungserwartung:

$$2500 = \int_0^x (3,6 \cdot h + 120) dh = 1,8x^2 + 120x$$

$$1,8x^2 + 120x - 2500 = 0$$

$$x_1 \approx 16,7, \quad (x_2 < 0)$$

Das Wasser steht ca. 16,7 cm hoch.

3,6 gibt diejenige Fläche in  $\text{cm}^2$  an, um die die Querschnittsfläche mit jedem zusätzlichen cm Höhe zunimmt.

oder:

3,6 ist die Steigung der Funktion, die den Inhalt der Querschnittsfläche in der Höhe  $h$  angibt.

**Lösungsschlüssel:**

- Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei weder die negative Lösung der quadratischen Gleichung noch die Einheit  $\text{cm}$  angeführt werden müssen.  
Toleranzintervall:  $[16,5; 17]$   
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.