| | |
|---|---|
| Name: | |
| Klasse: | |

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

17. September 2014

# Mathematik

Teil-1-Aufgaben

BMBF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundesinstitut bifie

# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 1 enthält 24 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür *120 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft. Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld.

Alle Antworten müssen in das Aufgabenheft geschrieben werden. In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenheft ist abzugeben.

## Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit $\boxed{\text{A}}$ gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

– Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
– Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit $\boxed{\text{A}}$ markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.
  Werden unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
  Werden auch unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
– Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte $\boxed{\text{A}}$) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

| | |
|---|---|
| Genügend | 16–23 Punkte |
| Befriedigend | 24–32 Punkte |
| Gut | 33–40 Punkte |
| Sehr gut | 41–48 Punkte |

## Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits ***freie Antwortformate***, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

***Zuordnungsformat:*** Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

**Beispiel:**
Gegeben sind zwei Gleichungen.

**Aufgabenstellung:**
Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

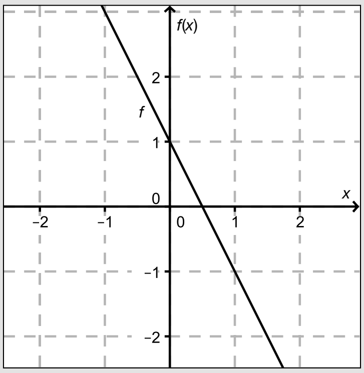
| | |
|---|---|
| $1 + 1 = 2$ | A |
| $2 \cdot 2 = 4$ | C |

| | |
|---|---|
| A | Addition |
| B | Division |
| C | Multiplikation |
| D | Subtraktion |

*Konstruktionsformat:* Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:
Gegeben ist eine lineare Funktion $f$ mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:
Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!




*Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“:* Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 1 | ☐ |
| 2 + 2 = 2 | ☐ |
| 3 + 3 = 3 | ☐ |
| 4 + 4 = 8 | ☒ |
| 5 + 5 = 5 | ☐ |
| 6 + 6 = 6 | ☐ |

*Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“:* Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 1 | ☐ |
| 2 + 2 = 4 | ☒ |
| 3 + 3 = 3 | ☐ |
| 4 + 4 = 8 | ☒ |
| 5 + 5 = 5 | ☐ |

*Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“:* Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine, zwei, drei, vier *oder* fünf Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 2 | ☒ |
| 2 + 2 = 4 | ☒ |
| 3 + 3 = 6 | ☒ |
| 4 + 4 = 4 | ☐ |
| 5 + 5 = 10 | ☒ |

*Lückentext:* Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung ______①______ wird als Zusammenzählung oder ______②______ bezeichnet.

| ① | |
|---|---|
| 1 – 1 = 0 | ☐ |
| 1 + 1 = 2 | ☒ |
| 1 · 1 = 1 | ☐ |

| ② | |
|---|---|
| Multiplikation | ☐ |
| Subtraktion | ☐ |
| Addition | ☒ |

*So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:*

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 3 | ☐ |
| 2 + 2 = 4 | ☒ |
| 3 + 3 = 5 | ☐ |
| 4 + 4 = 4 | ☐ |
| 5 + 5 = 9 | ■ |

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

*So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:*

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 3 | ☐ |
| 2 + 2 = 4 | ■ |
| 3 + 3 = 5 | ☐ |
| 4 + 4 = 4 | ■ |
| 5 + 5 = 9 | ☐ |

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung!**

# Aufgabe 1

## Aussagen über Zahlenmengen

Untenstehend sind fünf Aussagen über Zahlen aus den Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die korrekt sind!

| | |
|---|---|
| Reelle Zahlen mit periodischer oder endlicher Dezimaldarstellung sind rationale Zahlen. | ☐ |
| Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist stets eine natürliche Zahl. | ☐ |
| Alle Wurzelausdrücke der Form $\sqrt{a}$ für $a \in \mathbb{R}$ und $a > 0$ sind stets irrationale Zahlen. | ☐ |
| Zwischen zwei verschiedenen rationalen Zahlen $a$, $b$ existiert stets eine weitere rationale Zahl. | ☐ |
| Der Quotient zweier negativer ganzer Zahlen ist stets eine positive ganze Zahl. | ☐ |

# Aufgabe 2

## Definitionsmengen

Es sind vier Terme und sechs Mengen (A bis F) gegeben.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Termen jeweils die entsprechende größtmögliche Definitionsmenge $D_A,\ D_B, \dots, D_F$ in der Menge der reellen Zahlen zu!

| | |
|---|---|
| $\ln(x + 1)$ | |
| $\sqrt{1-x}$ | |
| $\frac{2x}{x \cdot (x+1)^2}$ | |
| $\frac{2x}{x^2 + 1}$ | |

| | |
|---|---|
| A | $D_A = \mathbb{R}$ |
| B | $D_B = (1; \infty)$ |
| C | $D_C = (-1; \infty)$ |
| D | $D_D = \mathbb{R}\setminus\{-1; 0\}$ |
| E | $D_E = (-\infty; 1)$ |
| F | $D_F = (-\infty; 1]$ |

# Aufgabe 3

## Quadratische Gleichung

Gegeben ist die quadratische Gleichung $(x - 7)^2 = 3 + c$ mit der Variablen $x \in \mathbb{R}$ und dem Parameter $c \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert des Parameters $c$ so an, dass diese quadratische Gleichung in $\mathbb{R}$ genau eine Lösung hat!

$c$ = ____________________________________________

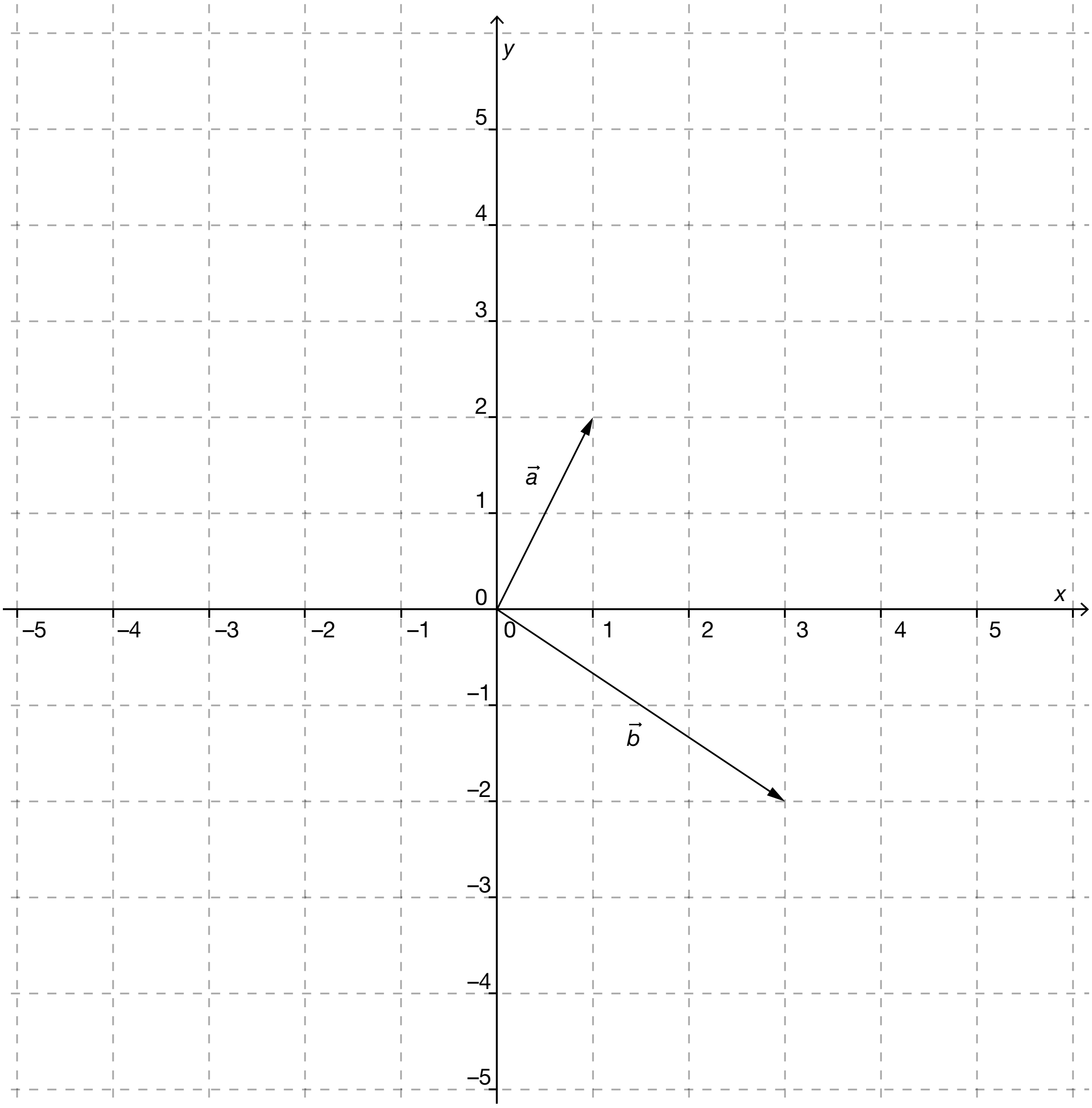
# Aufgabe 4

## Vektoraddition

Gegeben sind die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie im untenstehenden Koordinatensystem den Vektor $\vec{s}$ mit $\vec{s} = 2 \cdot \vec{a} + \vec{b}$ als Pfeil dar!



# Aufgabe 5

## Parameterdarstellung von Geraden

Gegeben ist eine Gerade $g$:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung:

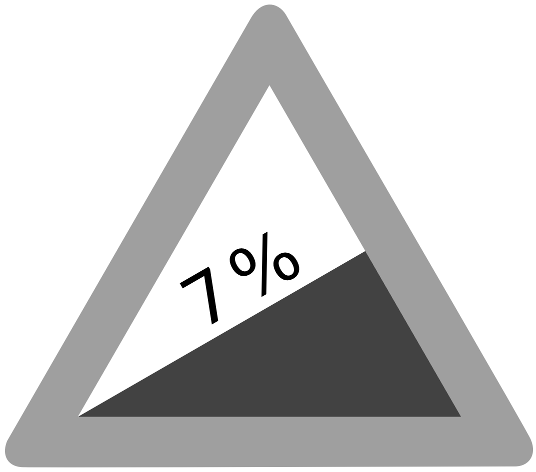
Welche der folgenden Geraden $h_i$ ($i = 1, 2, \ldots, 5$) mit $t_i \in \mathbb{R}$ ($i = 1, 2, \ldots, 5$) sind parallel zu $g$?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

| | |
|---|---|
| $h_1: X = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ | ☐ |
| $h_2: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ | ☐ |
| $h_3: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t_3 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ | ☐ |
| $h_4: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + t_4 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ | ☐ |
| $h_5: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t_5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ | ☐ |

# Aufgabe 6

## Steigungswinkel

Das nachstehend abgebildete Verkehrszeichen besagt, dass eine Straße auf einer horizontalen Entfernung von 100 m um 7 m an Höhe gewinnt.




Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Formel zur Berechnung des Gradmaßes des Steigungswinkels $\alpha$ dieser Straße an!

# Aufgabe 7

## Quadratische Funktion

Eine quadratische Funktion $f$ der Form $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ ist gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

| | |
|---|---|
| Der Graph der Funktion $f$ hat zwei verschiedene reelle Nullstellen, wenn gilt: $a > 0$ und $b < 0$. | ☐ |
| Der Graph der Funktion $f$ mit $b = 0$ berührt die $x$-Achse in der lokalen Extremstelle. | ☐ |
| Der Graph der Funktion $f$ mit $b > 0$ berührt die $x$-Achse im Ursprung. | ☐ |
| Für $a < 0$ hat der Graph der Funktion $f$ einen Hochpunkt. | ☐ |
| Für die lokale Extremstelle $x_s$ der Funktion $f$ gilt immer: $x_s = b$. | ☐ |

# Aufgabe 8

## Eigenschaften von Funktionen zuordnen

Gegeben sind vier Funktionstypen. Für alle unten angeführten Funktionen gilt: $a \neq 0$; $b \neq 0$; $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Funktionstypen jeweils die passende Eigenschaft (aus A bis F) zu!

| | |
|---|---|
| lineare Funktion $f$ mit $f(x) = a \cdot x + b$ | |
| Exponentialfunktion $f$ mit $f(x) = a \cdot b^x$ ($b > 0$, $b \neq 1$) | |
| Wurzelfunktion $f$ mit $f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{2}} + b$ | |
| Sinusfunktion $f$ mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ | |

| | |
|---|---|
| A | Die Funktion $f$ ist für $a > 0$ und $0 < b < 1$ streng monoton fallend. |
| B | Die Funktion $f$ besitzt genau drei Nullstellen. |
| C | Die Funktion $f$ besitzt in jedem Punkt die gleiche Steigung. |
| D | Der Graph der Funktion $f$ besitzt einen Wendepunkt im Ursprung. |
| E | Die Funktion $f$ ist für $b = 2$ konstant. |
| F | Die Funktion $f$ ist nur für $x \geq 0$ definiert. |

# Aufgabe 9

## Steigung des Graphen einer linearen Funktion

Gegeben ist eine Gleichung einer Geraden $g$ in der Ebene: $3 \cdot x + 5 \cdot y = 15$.

Aufgabenstellung:

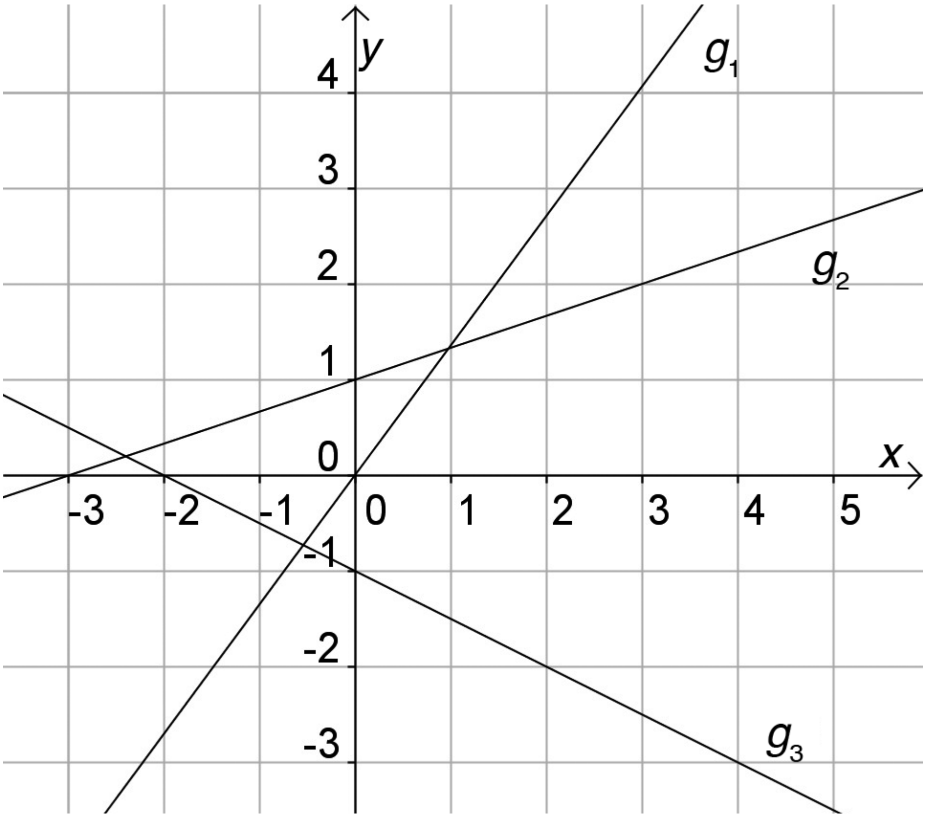
Geben Sie die Steigung des Graphen der dieser Gleichung zugeordneten linearen Funktion an!

# Aufgabe 10

## Vergleich dreier Geraden

In der untenstehenden Graphik sind drei Geraden $g_1$, $g_2$ und $g_3$ dargestellt. Es gilt:

$g_1$: $y = k_1 \cdot x + d_1$
$g_2$: $y = k_2 \cdot x + d_2$
$g_3$: $y = k_3 \cdot x + d_3$




Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

| | |
|---|---|
| $k_1 < k_2$ | ☐ |
| $d_3 > d_2$ | ☐ |
| $k_2 > k_3$ | ☐ |
| $k_3 < k_1$ | ☐ |
| $d_1 < d_3$ | ☐ |

# Aufgabe 11

## Eigenschaften einer linearen Funktion

Eine Funktion $f$ wird durch die Funktionsgleichung $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ und $k \neq 0$ beschrieben.

Aufgabenstellung:

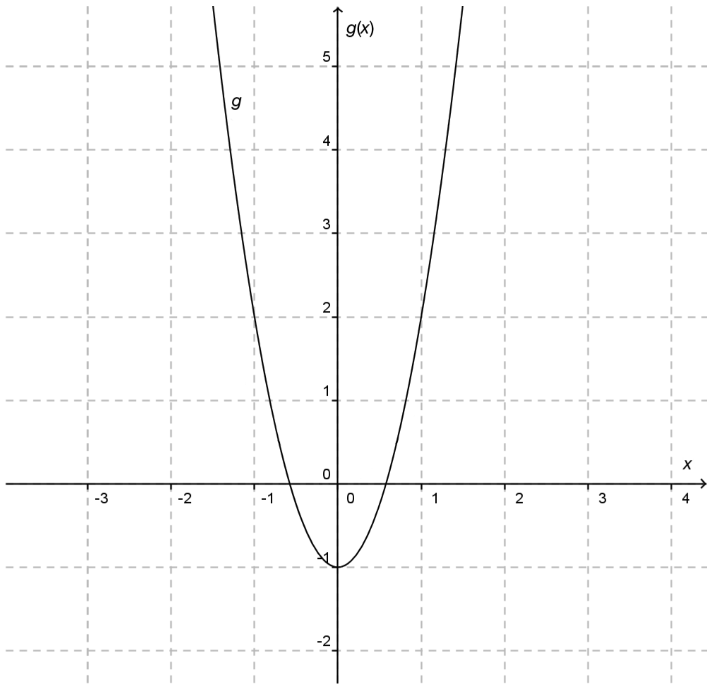
Kreuzen Sie die für $f$ zutreffende(n) Aussage(n) an!

| | |
|---|---|
| $f$ kann lokale Extremstellen besitzen. | ☐ |
| $f(x + 1) = f(x) + k$ | ☐ |
| $f$ besitzt immer genau eine Nullstelle. | ☐ |
| $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k$ für $x_1 \neq x_2$ | ☐ |
| Die Krümmung des Graphen der Funktion $f$ ist null. | ☐ |

# Aufgabe 12

## Graph einer quadratischen Funktion

Gegeben ist der Graph einer Funktion $g$ mit $g(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ und $a \neq 0$.




Aufgabenstellung:

Geben Sie die Parameter $a$ und $b$ so an, dass sie zum abgebildeten Graphen von $g$ passen!

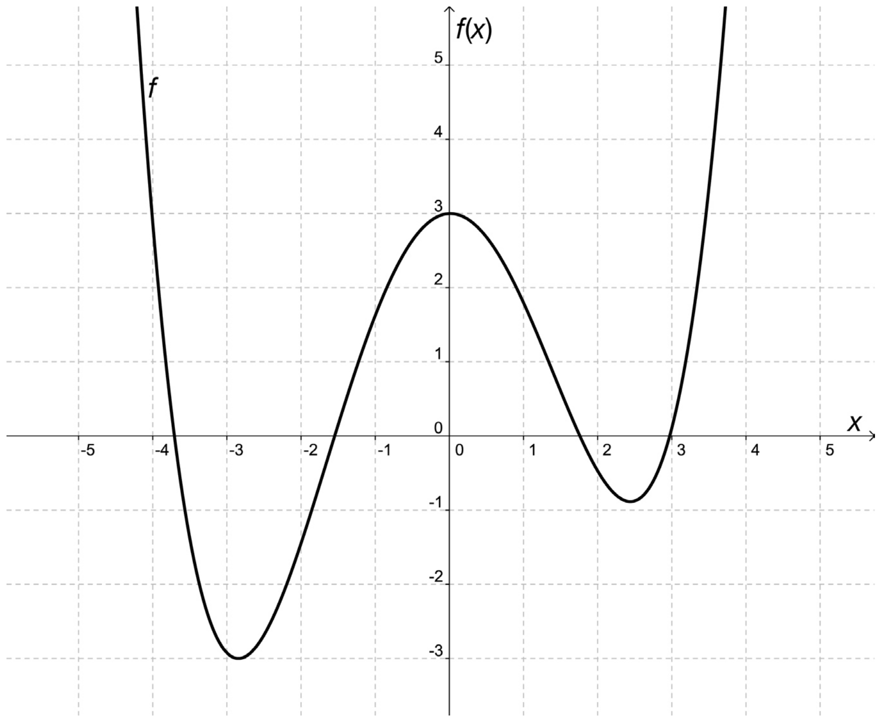
$a$ = ______________________________

$b$ = ______________________________

# Aufgabe 13

## Differenzenquotient – Differenzialquotient

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion $f$:




### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

| | |
|---|---|
| $\frac{f(3) - f(-3)}{6} = 0$ | ☐ |
| $\frac{f(3) - f(0)}{3} < 0$ | ☐ |
| $f'(3) = 0$ | ☐ |
| $f'(-2) > 0$ | ☐ |
| $f'(-1) = f'(1)$ | ☐ |

# Aufgabe 14

## Beschleunigungsfunktion bestimmen

Der Weg $s(t)$, den ein Körper in der Zeit $t$ zurücklegt, wird in einem bestimmten Zeitintervall durch

$$s(t) = \frac{t^3}{6} + 5 \cdot t^2 + 5 \cdot t$$

beschrieben ($s(t)$ in Metern, $t$ in Sekunden).

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Funktion $a$ an, die die Beschleunigung dieses Körpers in Abhängigkeit von der Zeit $t$ beschreibt!

$a(t) =$ ____________________________________________

# Aufgabe 15

## Ableitung einer Polynomfunktion

Gegeben sind eine reelle Polynomfunktion $f$ und deren Ableitungsfunktion $f'$.

**Aufgabenstellung:**

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Für die 1. Ableitung der Funktion $f$ mit $f(x) =$ ___①___ gilt: $f'(x) =$ ___②___.

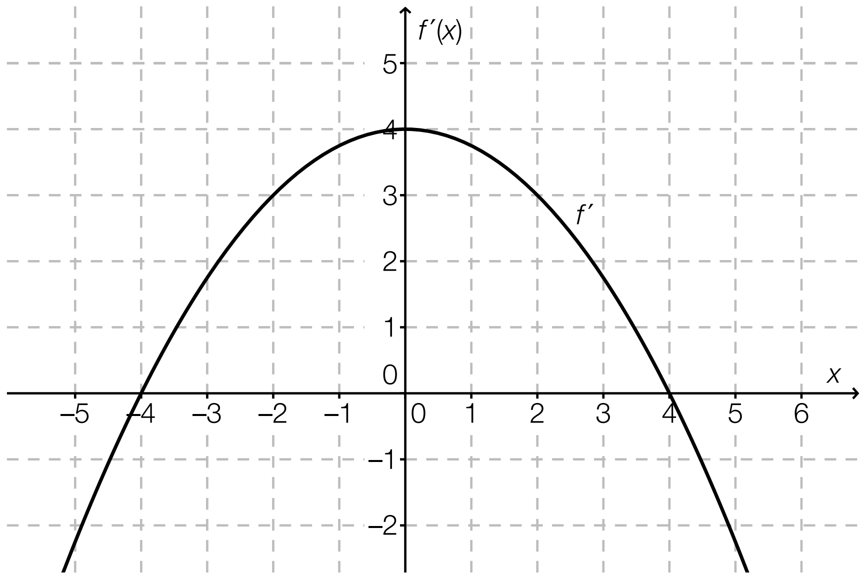
| ① | |
|---|---|
| $3x^3 - 4x^2 + 7x - 3$ | ☐ |
| $6x^2 - 4x + 7$ | ☐ |
| $3x^2 - 4x + 7$ | ☐ |

| ② | |
|---|---|
| $x^3 - 2x^2 + 7x$ | ☐ |
| $6x - 4$ | ☐ |
| $6x^2 - 4$ | ☐ |

# Aufgabe 16

## Ableitung

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der 1. Ableitungsfunktion $f'$ einer Polynomfunktion $f$ dargestellt.




**Aufgabenstellung:**

Bestimmen Sie, an welchen Stellen die Funktion $f$ im Intervall $(-5; 5)$ jedenfalls lokale Extrema hat! Die für die Bestimmung relevanten Punkte mit ganzzahligen Koordinaten können der Abbildung entnommen werden.

# Aufgabe 17

## Extremstelle

Die Ermittlung lokaler Extremstellen einer Polynomfunktion $f$ erfolgt häufig mithilfe der Differenzialrechnung.

Aufgabenstellung:

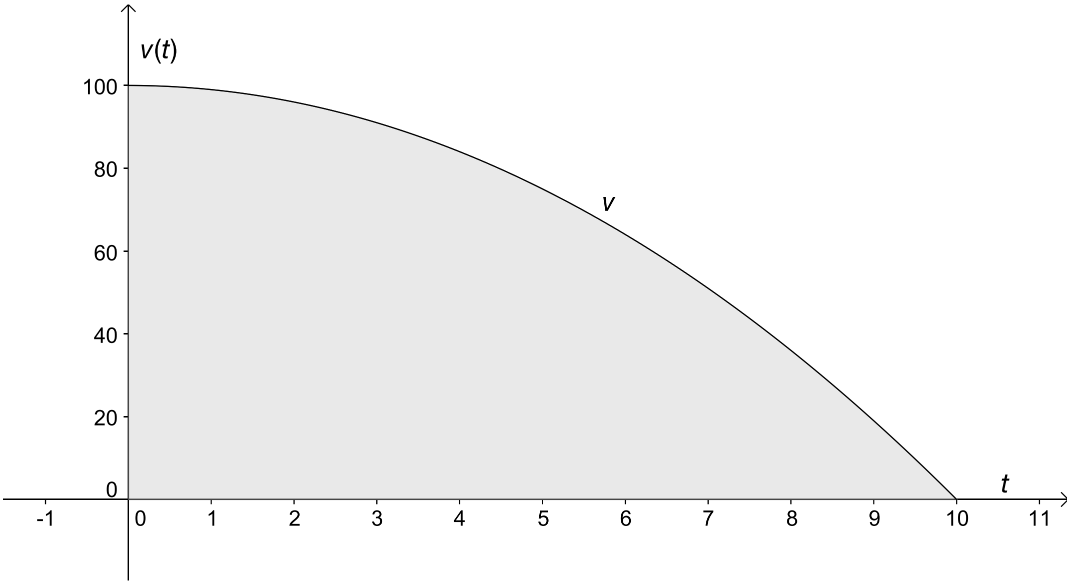
Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die stets zutreffend sind!

| | |
|---|---|
| Wenn $x_0$ eine lokale Extremstelle von $f$ ist, dann wechselt die Funktion an der Stelle $x_0$ das Krümmungsverhalten. | ☐ |
| Wenn $x_0$ eine lokale Extremstelle von $f$ ist, dann ist $f''(x_0) = 0$. | ☐ |
| Wenn die Funktion $f$ bei $x_0$ das Monotonieverhalten ändert, dann liegt bei $x_0$ eine lokale Extremstelle von $f$. | ☐ |
| Wenn $x_0$ eine lokale Extremstelle von $f$ ist, dann ist $f'(x_0) = 0$. | ☐ |
| Wenn $x_0$ eine lokale Extremstelle von $f$ ist, dann ist $f'(x)$ für $x < x_0$ immer negativ und für $x > x_0$ immer positiv. | ☐ |

# Aufgabe 18

## Geschwindigkeitsfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion $v$, die die Geschwindigkeit $v(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit $t$ ($t$ in Sekunden) modelliert.



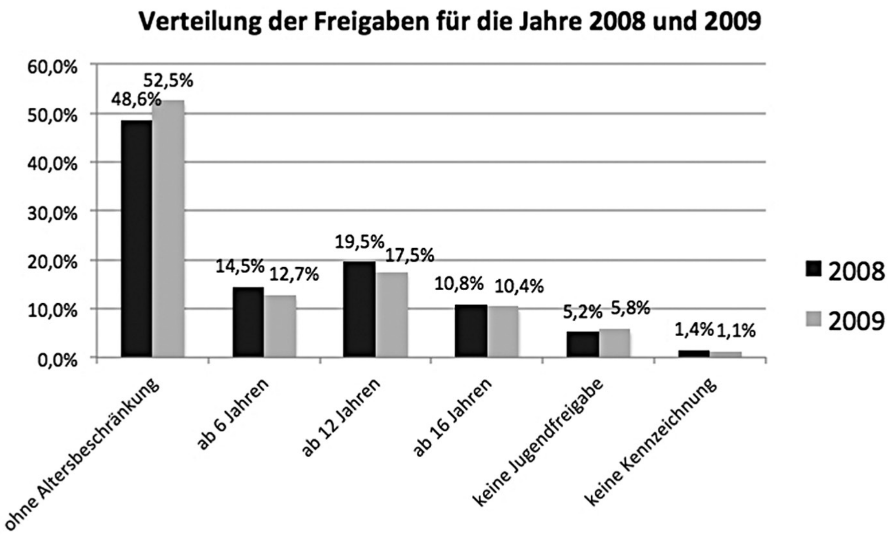

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, was die Aussage $\int_0^5 v(t)\,\mathrm{d}t > \int_5^{10} v(t)\,\mathrm{d}t$ im vorliegenden Kontext bedeutet!

# Aufgabe 19

## Computer- und Videospiele

Computer- und Videospiele müssen vor ihrer Markteinführung ein Einstufungsverfahren durchlaufen, bei dem festgelegt wird, welches Mindestalter für den Erwerb des Spiels erreicht sein muss. Im Jahr 2009 wurden 3 100 Spiele dieser Einstufung unterzogen. Im Jahr 2008 waren es um 114 Spiele weniger. Die nachstehende Graphik stellt die Ergebnisse der Auswertungen dar.




*Datenquelle: http://www.usk.de/pruefverfahren/statistik/jahresbilanz-2009/ [21.05.2014]*

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

| | |
|---|---|
| Die Anzahl der im Jahr 2009 ohne Altersbeschränkung freigegebenen Spiele hat sich im Vergleich zum Jahr 2008 um etwa 10 % verringert. | ☐ |
| Die Anzahl der in der Kategorie „freigegeben ab 16 Jahren“ eingestuften Spiele ist in den beiden Jahren 2008 und 2009 nahezu gleich. | ☐ |
| Im Jahr 2008 wurde annähernd jedes dritte Spiel für Kinder ab 6 Jahren freigegeben. | ☐ |
| Im Jahr 2009 wurden weniger als 500 Spiele der Kategorie „freigegeben ab 12 Jahren“ zugeordnet. | ☐ |
| Im Jahr 2008 erhielt etwa jedes zwanzigste Spiel keine Jugendfreigabe. | ☐ |

# Aufgabe 20

## Statistische Kennzahlen

Um Aussagen über die Daten einer statistischen Erhebung treffen zu können, gibt es bestimmte statistische Kennzahlen.

Aufgabenstellung:

Welche der folgenden statistischen Kennzahlen geben Auskunft darüber, wie stark die erhobenen Daten streuen? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Kennzahlen an!

| | |
|---|---|
| Median | ☐ |
| Spannweite | ☐ |
| Modus | ☐ |
| empirische Varianz | ☐ |
| arithmetisches Mittel | ☐ |

# Aufgabe 21

## Adventkalender

In einem Adventkalender wurden versehentlich 4 der 24 vorhandenen Fenster nicht befüllt.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie beim Öffnen des dritten Fensters das erste leere Fenster vorfinden!

# Aufgabe 22

## Binomialkoeffizient

Betrachtet wird der Binomialkoeffizient $\binom{6}{2}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aufgabenstellungen an, die mit der Rechnung $\binom{6}{2} = 15$ gelöst werden können!

| | |
|---|---|
| Gegeben sind sechs verschiedene Punkte einer Ebene, von denen nie mehr als zwei auf einer Geraden liegen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, zwei Punkte auszuwählen, um jeweils eine Gerade durchzulegen? | ☐ |
| An einem Wettrennen nehmen sechs Personen teil. Wie viele Möglichkeiten gibt es für den Zieleinlauf, wenn nur die ersten beiden Plätze relevant sind? | ☐ |
| Von sechs Kugeln sind vier rot und zwei blau. Sie unterscheiden sich nur durch ihre Farbe. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Kugeln in einer Reihe anzuordnen? | ☐ |
| Sechs Mädchen einer Schulklasse kandidieren für das Amt der Klassensprecherin. Die Siegerin der Wahl soll Klassensprecherin werden, die Zweitplatzierte deren Stellvertreterin. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Vergabe der beiden Ämter? | ☐ |
| Wie viele sechsstellige Zahlen können aus den Ziffern 6 und 2 gebildet werden? | ☐ |

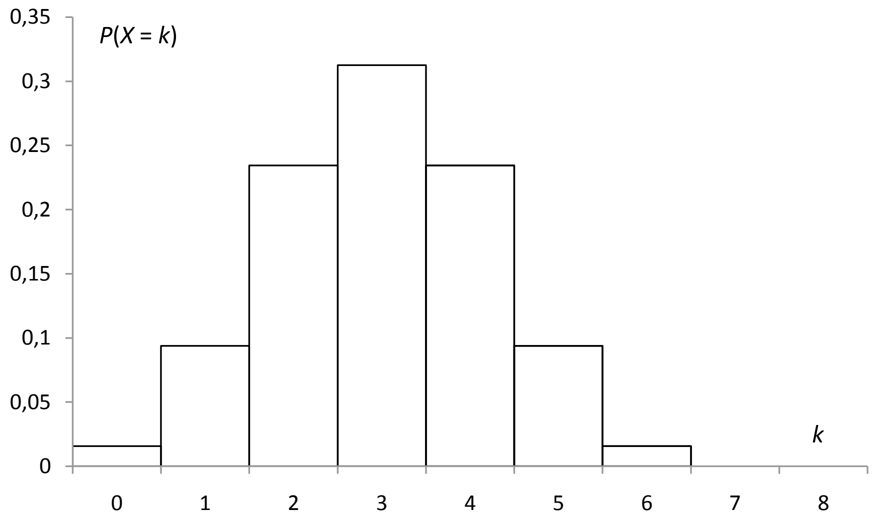
# Aufgabe 23

## Binomialverteilung

In der untenstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen $X$ mit den Parametern $n = 6$ und $p = 0{,}5$ durch ein Säulendiagramm (Säulenbreite = 1) dargestellt. $\mu$ bezeichnet den Erwartungswert von $X$.

Aufgabenstellung:

Schraffieren Sie diejenigen Rechtecksflächen, die $P(X > \mu)$ veranschaulichen!



# Aufgabe 24

## Binomialverteilte Zufallsvariable

In einer Urne befinden sich sieben weiße und drei rote Kugeln, die gleich groß und durch Tasten nicht unterscheidbar sind. Jemand nimmt, ohne hinzusehen, Kugeln aus der Urne.

Aufgabenstellung:

In welchen der folgenden Fälle ist die Zufallsvariable $X$ binomialverteilt?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

| | |
|---|---|
| $X$ beschreibt die Anzahl der roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird. | ☐ |
| $X$ beschreibt die Anzahl der weißen Kugeln bei viermaligem Ziehen, wenn die entnommenen Kugeln nicht zurückgelegt werden. | ☐ |
| $X$ beschreibt die Anzahl der weißen Kugeln bei fünfmaligem Ziehen, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird. | ☐ |
| $X$ beschreibt die Anzahl der Züge, bis die erste rote Kugel gezogen wird, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird. | ☐ |
| $X$ beschreibt die Anzahl der Züge, bis alle weißen Kugeln gezogen wurden, wenn die entnommenen Kugeln nicht zurückgelegt werden. | ☐ |

| Name: | |
|---|---|
| Klasse: | |

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

17. September 2014

# Mathematik

Teil-2-Aufgaben

BM BF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundesinstitut bifie

# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält fünf Aufgaben mit je zwei bis drei Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

## Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit $\boxed{\text{A}}$ gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit $\boxed{\text{A}}$ markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich") herangezogen.
  Werden unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
  Werden auch unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend" beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte $\boxed{\text{A}}$) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

| | |
|---|---|
| Genügend | 16–23 Punkte |
| Befriedigend | 24–32 Punkte |
| Gut | 33–40 Punkte |
| Sehr gut | 41–48 Punkte |

## Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits ***freie Antwortformate***, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft oder auf die zur Verfügung gestellten Blätter. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

*Zuordnungsformat:* Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:
Gegeben sind zwei Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

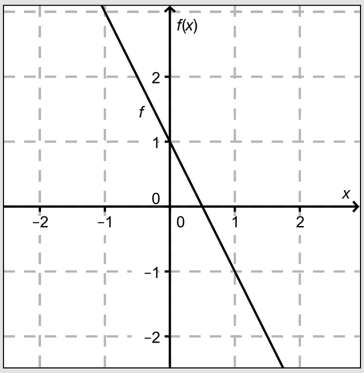
| | |
|---|---|
| $1 + 1 = 2$ | A |
| $2 \cdot 2 = 4$ | C |

| | |
|---|---|
| A | Addition |
| B | Division |
| C | Multiplikation |
| D | Subtraktion |

*Konstruktionsformat:* Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:
Gegeben ist eine lineare Funktion $f$ mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:
Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!




*Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“:* Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 1 | ☐ |
| 2 + 2 = 2 | ☐ |
| 3 + 3 = 3 | ☐ |
| 4 + 4 = 8 | ☒ |
| 5 + 5 = 5 | ☐ |
| 6 + 6 = 6 | ☐ |

*Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“:* Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 1 | ☐ |
| 2 + 2 = 4 | ☒ |
| 3 + 3 = 3 | ☐ |
| 4 + 4 = 8 | ☒ |
| 5 + 5 = 5 | ☐ |

*Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“:* Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier *oder* fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 2 | ☒ |
| 2 + 2 = 4 | ☒ |
| 3 + 3 = 6 | ☒ |
| 4 + 4 = 4 | ☐ |
| 5 + 5 = 10 | ☒ |

*Lückentext:* Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung ______①______ wird als Zusammenzählung oder ______②______ bezeichnet.

| ① | |
|---|---|
| 1 – 1 = 0 | ☐ |
| 1 + 1 = 2 | ☒ |
| 1 · 1 = 1 | ☐ |

| ② | |
|---|---|
| Multiplikation | ☐ |
| Subtraktion | ☐ |
| Addition | ☒ |

*So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:*

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 3 | ☐ |
| 2 + 2 = 4 | ☒ |
| 3 + 3 = 5 | ☐ |
| 4 + 4 = 4 | ☐ |
| 5 + 5 = 9 | ■ |

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

*So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:*

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

| | |
|---|---|
| 1 + 1 = 3 | ☐ |
| 2 + 2 = 4 | ■ |
| 3 + 3 = 5 | ☐ |
| 4 + 4 = 4 | ■ |
| 5 + 5 = 9 | ☐ |

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

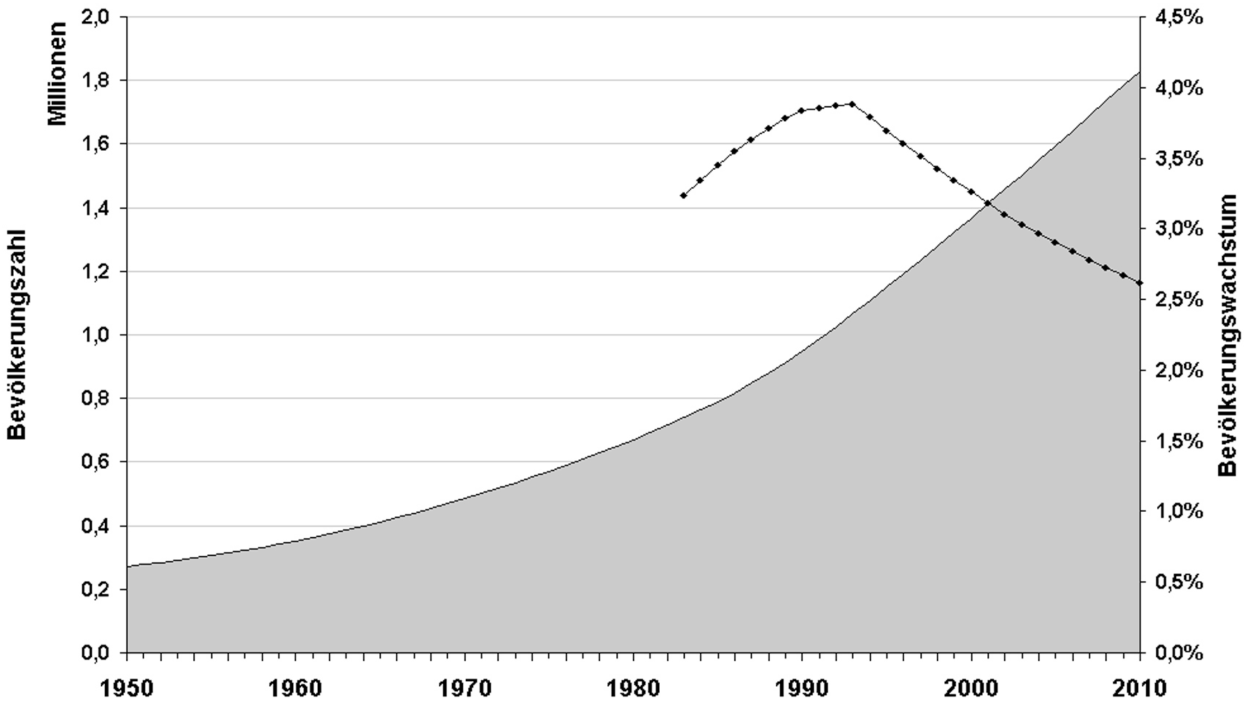
Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung!**

# Aufgabe 1

## Länderporträt Gambia

Gambia ist eine Republik in Westafrika, die an den Ufern des Gambiaflusses liegt. Mit Ausnahme eines kurzen Küstenabschnittes an der Mündung des Flusses in den Atlantischen Ozean wird Gambia vollständig vom Staat Senegal umschlossen. Mit einer Fläche von ungefähr 11 000 Quadratkilometern ist das Land einer der kleinsten Staaten des afrikanischen Kontinents.
Das untenstehende Diagramm gibt Auskunft über die Bevölkerungsentwicklung in Gambia seit dem Jahr 1950. Die durchgezogene Linie beschreibt die Bevölkerungszahl von 1950 bis 2010 in Millionen Einwohnerinnen/Einwohnern. Die Punkte der gepunkteten Linie geben das jährliche Bevölkerungswachstum von 1983 bis 2010 in Prozent an.




*Quelle: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/25/Gambia_Demographie_dt_1950-2010.png [08.08.2013]*

Aufgabenstellung:

a) Um eine Prognose für die weitere Entwicklung der Bevölkerungszahl machen zu können, wird angenommen, dass die Wachstumsrate aus dem Jahr 2010 in den nachfolgenden Jahren konstant bleibt. Berechnen Sie näherungsweise mithilfe der Bevölkerungszahl des Jahres 2010, wie viele Jahre nach 2010 die Bevölkerungszahl von Gambia den Wert von 2,2 Mio. Einwohnerinnen/Einwohnern unter dieser Annahme übersteigen wird!

   Betrachten Sie den Graphen des Bevölkerungswachstums und entscheiden Sie, in welchen vier aufeinanderfolgenden Jahren von 1983 bis 2010 sich die Bevölkerungszahl am besten durch eine einzige Exponentialfunktion beschreiben lässt! Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Unter der Bevölkerungsdichte eines Landes versteht man die mittlere Anzahl der Einwohner/innen pro km². In Österreich lag dieser Wert im Jahr 2010 bei 100 Einwohnerinnen/Einwohnern pro km².

$\boxed{\text{A}}$ Berechnen Sie für das Jahr 2010, um wie viel Prozent die Bevölkerungsdichte in Gambia größer war als in Österreich!

Für den Zeitraum 1950–1990 lässt sich die Bevölkerungszahl $N(t)$ (in Mio. Einwohnerinnen/Einwohnern) von Gambia annähernd durch die Gleichung

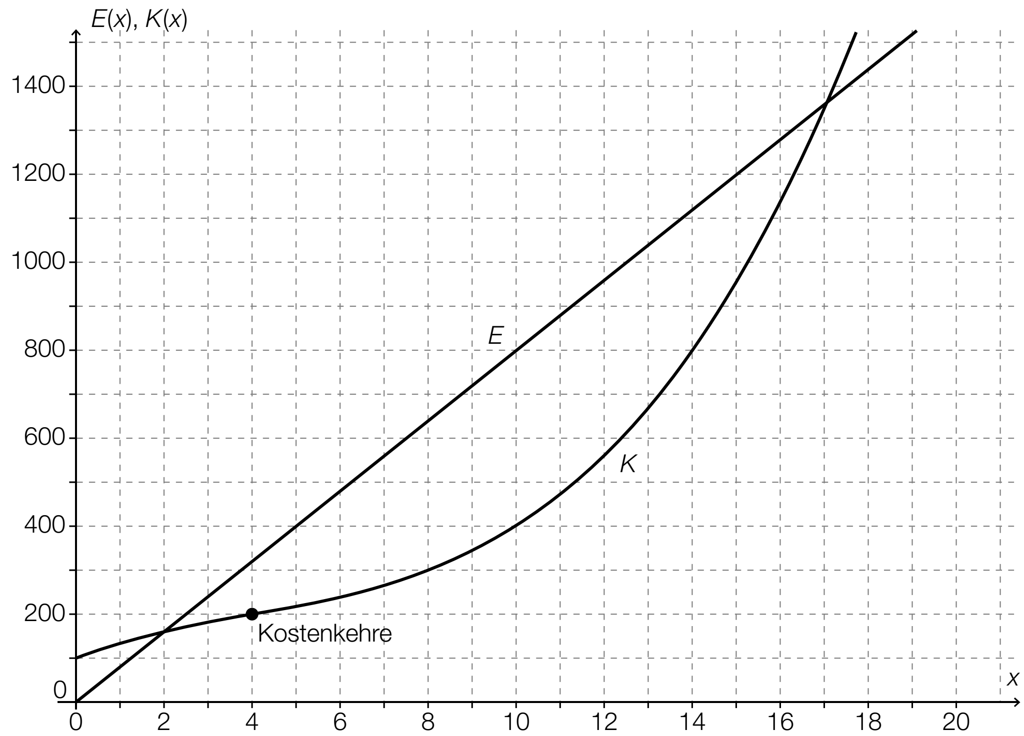
$$N(t) = 0{,}2806 \cdot e^{0{,}03 \cdot t}$$

beschreiben. Dabei wird $t$ in Jahren ab 1950 gemessen. Deuten Sie den Faktor 0,2806 im Hinblick auf die Bevölkerungszahl in Gambia und bestimmen Sie die Bevölkerungsdichte von Gambia für das Jahr 1973 nach diesem Modell!

# Aufgabe 2

## Kosten und Erlös

Die für einen Betrieb anfallenden Gesamtkosten bei der Produktion einer Ware können annähernd durch eine Polynomfunktion $K$ beschrieben werden. Die lineare Funktion $E$ gibt den Erlös (Umsatz) in Abhängigkeit von der Stückzahl $x$ an.
Die Stückzahl $x$ wird in Mengeneinheiten [ME] angegeben, die Produktionskosten $K(x)$ und der Erlös $E(x)$ werden in Geldeinheiten [GE] angegeben.




Man spricht von einer Kostendegression, wenn der Produktionskostenzuwachs bei einer Erhöhung der Anzahl der erzeugten Mengeneinheiten immer kleiner wird.
Man spricht von einer Kostenprogression, wenn der Produktionskostenzuwachs bei einer Erhöhung der Anzahl der erzeugten Mengeneinheiten immer größer wird.

Aufgabenstellung:

a) $\boxed{\text{A}}$ Berechnen Sie den durchschnittlichen Kostenanstieg pro zusätzlich produzierter Mengeneinheit im Intervall [10; 14]!
Geben Sie dasjenige Intervall an, in dem ein degressiver Kostenverlauf vorliegt!

b) Geben Sie den Verkaufspreis pro Mengeneinheit an!
Stellen Sie eine Gleichung der Erlösfunktion $E$ auf!

c) Interpretieren Sie die $x$-Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen der Kostenfunktion $K$ mit dem Graphen der Erlösfunktion $E$ und geben Sie die Bedeutung des Bereichs zwischen den beiden Schnittpunkten für das Unternehmen an!
Geben Sie den Gewinn an, wenn 10 Mengeneinheiten produziert und verkauft werden!

# Aufgabe 3

## Bakterienkultur

Eine Petrischale hat die Form eines oben offenen, geraden Drehzylinders geringer Höhe.

In einer Petrischale mit einem Durchmesser von 55 mm wird eine Bakterienkultur gezüchtet. Die von Bakterien bedeckte Fläche $A(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit $t$ wird modellhaft durch $A(t) = 3 \cdot 1{,}05^t$ beschrieben. Dabei ist die Zeit $t$ in Stunden und die Fläche $A(t)$ in Quadratmillimetern angegeben.

Aufgabenstellung:

a) $\boxed{\text{A}}$ Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Gemäß dem gegebenen Wachstumsprozess bedecken die Bakterien am Beginn eine Fläche von ______①______, und diese Fläche nimmt pro Stunde um ______②______ zu.

| ① | |
|---|---|
| 1,05 mm² | ☐ |
| 3 mm² | ☐ |
| $3 \cdot 1{,}05$ mm² | ☐ |

| ② | |
|---|---|
| 1,05 % | ☐ |
| 3 % | ☐ |
| 5 % | ☐ |

Beschreiben Sie, an welche Grenzen das gegebene exponentielle Wachstumsmodell für die von der Bakterienkultur bedeckte Fläche stößt!

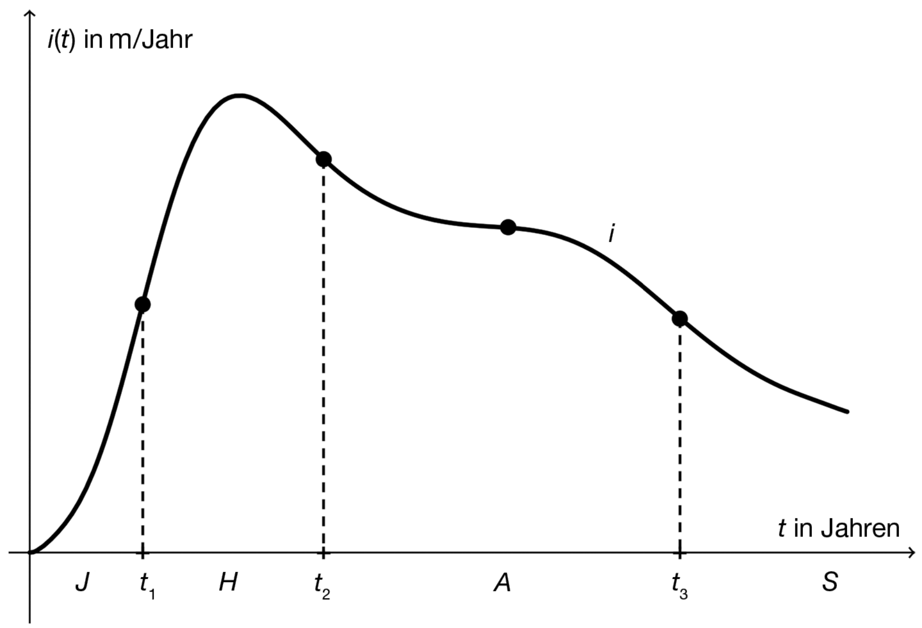
b) Berechnen Sie, nach wie vielen Stunden sich die Fläche der Bakterienkultur verdoppelt hat!

Erklären und begründen Sie mithilfe der durchgeführten Rechnung oder allgemein, welche Auswirkung eine Änderung der anfangs von Bakterien bedeckten Fläche auf die Verdoppelungszeit für diese Fläche hat!

# Aufgabe 4

## Baumwachstum

Beim Wachstum von Bäumen wird die Zunahme der Höhe, des Durchmessers, der Grundfläche, des Volumens und der Baumkronenhöhe des Baumes beobachtet.
Die untenstehende Abbildung zeigt einen typischen Verlauf des Graphen einer Wachstumsgeschwindigkeitsfunktion von Bäumen. Die vier eingezeichneten Punkte markieren Wendepunkte des Graphen der Wachstumsgeschwindigkeitsfunktion $i$.
Beim Höhenwachstum des Baumes werden vier Phasen unterschieden. Auf die Jugendphase $J$ ($0 \leq t \leq t_1$) folgt die Hauptphase $H$ ($t_1 \leq t \leq t_2$), darauf folgt die Altersphase $A$ ($t_2 \leq t \leq t_3$) und schließlich die Senilitätsphase $S$. $t$ ist das Lebensalter des Baumes in Jahren. $i(t)$ wird in Metern pro Jahr angegeben.



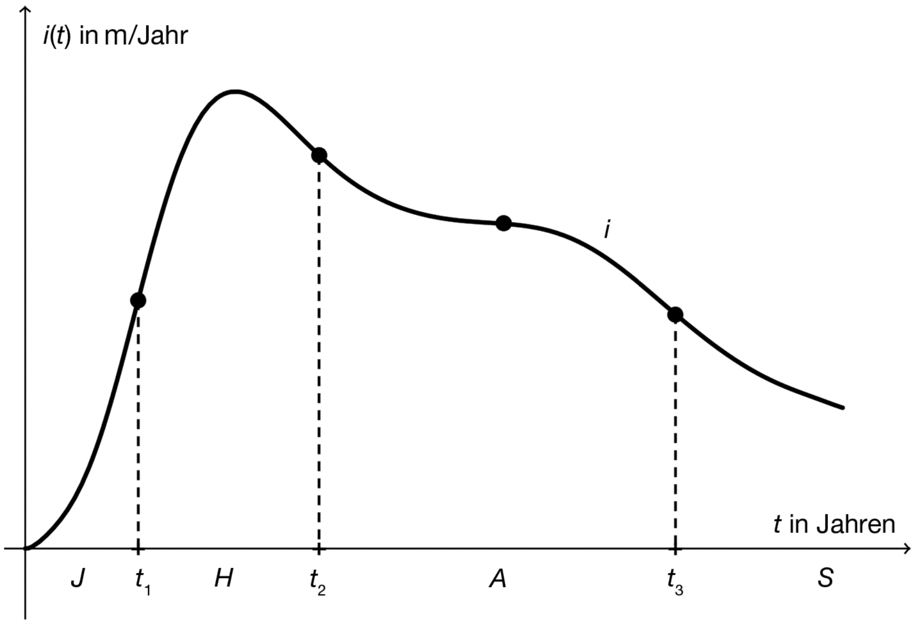

*Quelle: http://www.wsl.ch/forest/waldman/vorlesung/ww_tk32.ehtml [21.05.2014] (adaptiert)*

Aufgabenstellung:

a) Bestimmen Sie anhand der Abbildung, in welcher der vier Wachstumsphasen sich ein längerer Zeitraum befindet, in welchem die Höhe des Baumes annähernd linear zunimmt, und begründen Sie Ihre Auswahl!

Geben Sie unter Verwendung der Wachstumsgeschwindigkeitsfunktion $i$ einen mathematischen Ausdruck an, der die Höhe des Baumes am Beginn der Senilitätsphase (also zum Zeitpunkt $t_3$) beschreibt!

b) Markieren Sie in der nachstehenden Abbildung diejenige Stelle $t^*$ auf der $t$-Achse (in der Hauptphase $H$), für die $i'(t^*) = 0$ gilt! Formulieren Sie eine Aussage über das Höhenwachstum des Baumes an der Stelle $t^*$!




Während der Jugendphase ist die Wachstumsgeschwindigkeitsfunktion $i$ monoton steigend, während der Altersphase ist $i$ monoton fallend. Interpretieren Sie dieses Monotonieverhalten im Hinblick auf das Höhenwachstum des Baumes!

# Aufgabe 5

## Lottozahlen

Beim österreichischen Zahlenlotto sind 45 Kugeln mit den Zahlen von 1 bis 45 beschriftet.
Bei einer Lottoziehung werden zufällig und ohne Zurücklegen 6 der 45 Kugeln aus der „Lottotrommel“ entnommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Zahl im Rahmen einer Lottoziehung (6 aus 45) gezogen wird, beträgt $\frac{6}{45}$.

Ein Zufallsexperiment habe genau zwei Ausgänge: Ein Ereignis $A$ tritt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ein oder es tritt nicht ein.
Das empirische Gesetz der großen Zahlen besagt nun Folgendes: Bei einer hinreichend großen Anzahl von Durchführungen dieses Experiments stabilisieren sich die relativen Häufigkeiten $h_r(A)$ bei einem Wert, der der Wahrscheinlichkeit $P(A)$ für das Ereignis $A$ entspricht.

Abbildung 1 zeigt die absoluten Ziehungshäufigkeiten der Zahlen 1 bis 45 bei den 104 Ziehungen im Kalenderjahr 2010.
Abbildung 2 zeigt die absoluten Ziehungshäufigkeiten der Zahlen 1 bis 45 bei 2 056 Ziehungen vom 1.1.1986 bis zum 27.11.2011.

Abbildung 1:

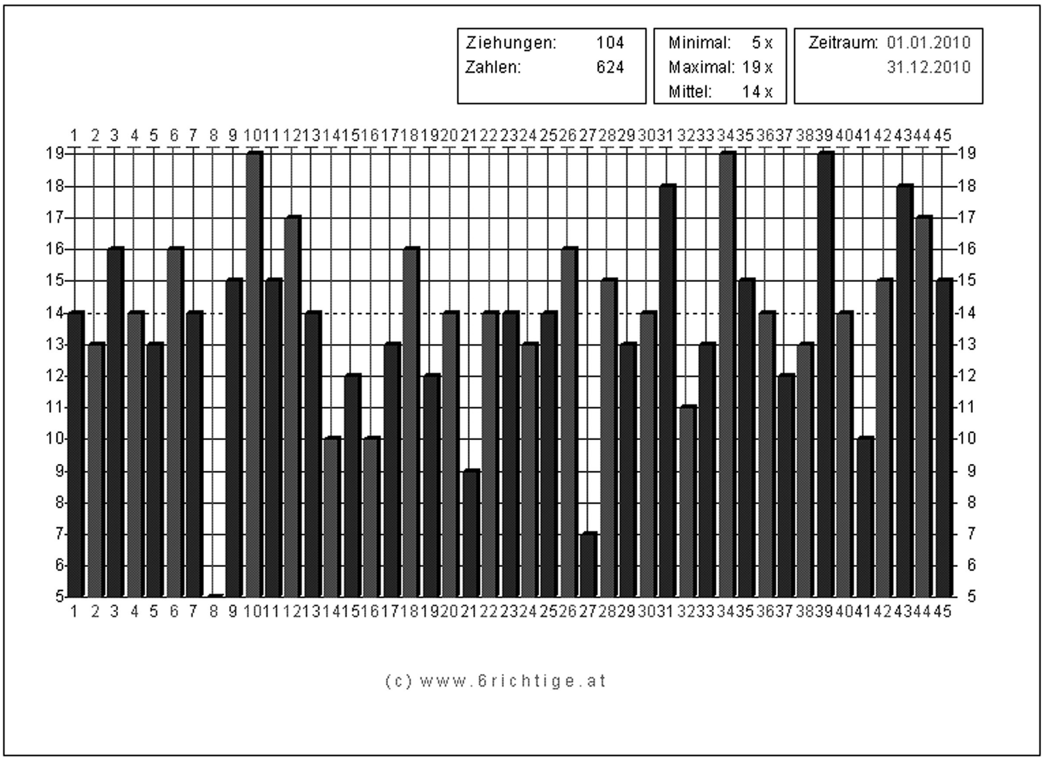
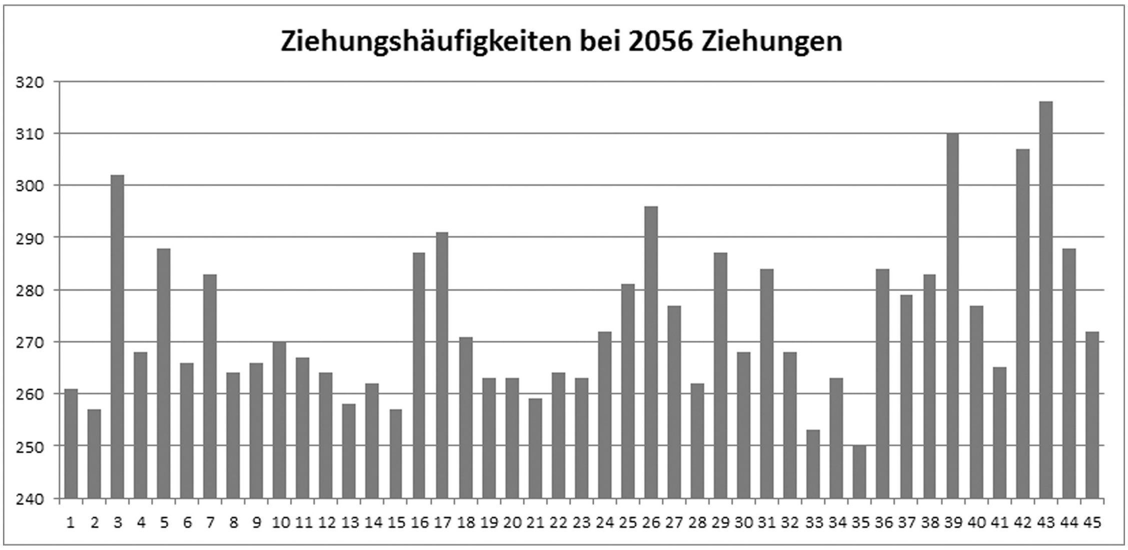


Abbildung 2:




Aufgabenstellung:

a) $\boxed{\text{A}}$ Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!
Stellen Sie eine der falschen Aussagen zur Ziehungswahrscheinlichkeit richtig!

| | |
|---|---|
| Die Ziehung der Gewinnzahlen 3, 12, 19, 25, 36, 41 bei einer Lottoziehung ist gleich wahrscheinlich wie die Ziehung der Gewinnzahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. | ☐ |
| Eine Zahl, die bei einer Lottoziehung gezogen wurde, wird bei der darauffolgenden Lottoziehung mit einer Wahrscheinlichkeit kleiner als $\frac{6}{45}$ erneut gezogen. | ☐ |
| Im Kalenderjahr 2010 war die Wahrscheinlichkeit, die Zahl 8 zu ziehen, bei manchen Ziehungen kleiner als $\frac{6}{45}$. | ☐ |
| Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl 17 als erste Zahl gezogen wird, beträgt bei jeder Ziehung $\frac{1}{45}$. | ☐ |
| Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl 32 bei einer Ziehung als zweite Zahl gezogen wird, beträgt $\frac{1}{44}$. | ☐ |

b) Ermitteln Sie die relative Ziehungshäufigkeit der Zahl 10 im Kalenderjahr 2010!
Zeigen Sie, dass die Ziehungshäufigkeiten der Zahl 10 in den Abbildungen 1 und 2 mit dem empirischen Gesetz der großen Zahlen im Einklang stehen!

c) Überprüfen Sie anhand von Abbildung 2, bei welchen Zahlen die absolute Ziehungshäufigkeit bei den 2 056 Ziehungen um mehr als das Doppelte der Standardabweichung vom Erwartungswert abweicht!
Geben Sie an, welche Verteilung Sie für die Berechnungen verwendet haben, und begründen Sie Ihre Entscheidung!